ಗಣಿತ

MATHEMATICS

ಅಧ್ಯಾಪಕ ಪಠ್ಯ

TEACHER TEXT

ತರಗತಿ

IX

ಕೇರಳ ಸರಕಾರ
ಶಿಕ್ಷಣ ಇಲಾಖೆ

ತಯಾರಿಸಿದವರು

ರಾಜ್ಯ ಶಿಕ್ಷಣ ಸಂಶೋಧನೆ ಮತ್ತು ತರಬೇತಿ ಸಮಿತಿ (SCERT), ಕೇರಳ
2016

TEACHER TEXT - MATHEMATICS - STD IX

PARTICIPANTS IN THE WORKSHOP

T.P. Prakashan
GHSS Vazhakkad, Malappuram
Unnikrishnan M.V.
GHSS Pakkam, Kasaragod
Narayanan K.
BARHSS Bovikkanam, Kasaragod.
Ubaidulla K.C.
SOHSS Arikkod, Malappuram
Ramesan N.K.
RGMHSS Mokeri, Kannur
Jabeer K.
GVHSS Mogral, Kasaragod.
Vijayakumar T.K.
GHSS Cherkala, Kasaragod.
Sujith Kumar G.
GWHSS Cherukunnu, Kannur
Ramanujam R.
MNKMGHSS Pulappatta, Palakkad.
T. Sreekumar
GGHSS Karamana, Thiruvananthapuram.
K.J. Prakash
GMGHSS Pattam, Thiruvananthapuram.
Anil Kumar M.K.
SKMJHSS Kalpatta, Waynad.
Krishnaprasad M.
PMSAVHSS Chappanangadi, Malappuram.
Balagangadharan V.K.
AEO Parappanangadi, Malappuram.

Proof Verified by

P. Yahiya, GVHSS Payyanakkal, Kozhikode

Experts

Dr. E. Krishnan
Prof. (Rtd.), University College, Thiruvananthapuram.

Venugopal C.
Asst. Prof. Govt. College of Teacher Education, Thiruvananthapuram.

Academic Co-ordinator

Dr. Meena S.
Research officer, SCERT, Thiruvananthapuram

Translation Kannada

Harsha Kumar M., SGKHSS Kudlu
Krishna Prakash S., SNHS Perla
Prapullachandra C.H., GHSS Adoor
Balakrishna P., BEMHSS Kasaragod.
Raghava, GHSS Belluru
Nagaraja N., SSHS Sheni

Kannada Language Experts

Dr. Shrikrishna Bhat P.
Professor (Rtd), Govt College Kasaragod
Dr. Subrahmanya Bhat,
(Rtd. Principal), Govt. College, Kasaragod
Prof. Rama Bhat,
Rtd. HOD, Govt. College, Kasaragod

State Council of Educational Research & Training (SCERT)
Vidhyabhavan, Poojappura, Thiruvananthapuram 695 012

ಮುನ್ನುಡಿ

ಪ್ರಿಯ ಶಿಕ್ಷಕರೇ,

ಶಿಕ್ಷಣ ಹಕ್ಕು ಕಾಯ್ದೆ ಜಾರಿಯಾದ ಹಿನ್ನೆಲೆಯಲ್ಲಿ ಗುಣಮಟ್ಟದ ಶಿಕ್ಷಣ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಹಕ್ಕಾಗಿ ಪರಿಣಮಿಸಿದೆ. ಎಲ್ಲಾ ವಿಭಾಗದ ಮಕ್ಕಳ ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಯನ್ನು ಖಾತರಿಪಡಿಸುವುದಕ್ಕಾಗಿ ವಿದ್ಯಾಭ್ಯಾಸ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯ ಸಮಸ್ತ ಮಂಡಲಗಳಲ್ಲೂ ಅತಿ ಸೂಕ್ಷ್ಮ ಹಾಗೂ ವೈಜ್ಞಾನಿಕ ನಿರ್ಧಾರಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಬೇಕೆಂಬುದೇ ನಮ್ಮ ದೃಷ್ಟಿಕೋನವಾಗಿರಬೇಕೆಂದು 'ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಪಠ್ಯಕ್ರಮ ಚೌಕಟ್ಟು 2005' ಶಿಫಾರಸು ಮಾಡಿದೆ. ಪಠ್ಯಕ್ರಮವನ್ನು ಕಾಲೋಚಿತವಾಗಿ ಪರಿಷ್ಕರಿಸಿ ಒಟ್ಟು ವ್ಯವಸ್ಥೆಯನ್ನು ಕಾರ್ಯನಿರತಗೊಳಿಸಿದರೆ ಮಾತ್ರವೇ ಈ ಗುರಿಯನ್ನು ತಲುಪಲು ಸಾಧ್ಯ. ಹಿಂದಿನ ವರ್ಷಗಳ ಹಾಗೂ ರಾಷ್ಟ್ರಮಟ್ಟದ ತೀರ್ಮಾನದ ಆಧಾರದಲ್ಲಿ ಪಠ್ಯಕ್ರಮವನ್ನು ಪರಿಷ್ಕರಿಸಲಾಗುತ್ತಿದೆ.

ಒಂಭತ್ತನೇ ತರಗತಿಯ ಗಣಿತ ಪಾಠಪುಸ್ತಕವನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯ ಸಮೀಪನಕ್ಕೆ ಸೂಕ್ತವಾಗುವಂತೆ ಹೆಚ್ಚು ನಿಖರಗೊಳಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಲಾಗಿದೆ. ತರಗತಿ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳನ್ನು ಯೋಜನೆ ಮಾಡಲು ಸಹಾಯಕವಾಗುವ ಸೂಚನೆಗಳು, ಹೆಚ್ಚಿನ ಮಾಹಿತಿಗಳು, ಮೌಲ್ಯನಿರ್ಣಯಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ನಿರ್ದೇಶಗಳು ಮೊದಲಾದವುಗಳನ್ನು ಇದರಲ್ಲಿ ಒಳಪಡಿಸಲಾಗಿದೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ಮುನ್ನಡೆಸಲು ಅಗತ್ಯವಾದ ಚರ್ಚಾಸೂಚಕಗಳನ್ನೂ ಚರ್ಚೆಯ ಬಳಿಕ ಕ್ರೋಡೀಕರಿಸಬೇಕಾದ ಆಶಯಗಳನ್ನೂ ನೀಡಲಾಗಿದೆ. ನಿರಂತರ ಮೌಲ್ಯಮಾಪನದ ಭಾಗವಾಗಿ ಪರಿಗಣಿಸಬೇಕಾದ ಆಶಯಗಳಿಗೂ ಸಾಮರ್ಥ್ಯಗಳಿಗೂ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಹಾಗೂ ಕಲಿಕಾ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳ ಭಾಗವಾಗಿ ರೂಪುಗೊಳ್ಳುವ ಉತ್ಪನ್ನಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ವಿಚಾರವನ್ನು ಕೈಪಿಡಿಯಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಪಾದಿಸಲಾಗಿದೆ.

ಶಿಕ್ಷಕರ ಕೈಪಿಡಿಯು ಶಿಕ್ಷಕರಿಗೆ ತರಗತಿ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳನ್ನು ಪ್ರಕ್ರಿಯಾಧಾರಿತವಾಗಿ ನಡೆಸಲು ಅಗತ್ಯವಾದ ಯೋಜನೆಗೆ ಸಹಕಾರಿಯಾಗಲಿ ಎಂದು ಹಾರೈಸುತ್ತೇನೆ. ತರಗತಿಗಳನ್ನು ಹೆಚ್ಚು ಸಕ್ರಿಯ ಮತ್ತು ಸಮೃದ್ಧಗೊಳಿಸಲು ಪಠ್ಯ ಪುಸ್ತಕಕ್ಕೂ ಶಿಕ್ಷಕರ ಕೈಪಿಡಿಗೂ ಮಿಗಿಲಾಗಿ ಶಿಕ್ಷಕರ ಸೃಜನಶೀಲತೆಗೆ ಮುಖ್ಯ ಪಾತ್ರವಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನಾವು ಅರಿತಿರಬೇಕು.

ಶುಭ ಹಾರೈಕೆಗಳೊಂದಿಗೆ,

ಡಾ. ಜೆ. ಪ್ರಸಾದ್
ನಿರ್ದೇಶಕರು
ಎಸ್.ಸಿ.ಇ.ಆರ್.ಟಿ.

ಅನುಕ್ರಮಣಿಕೆ

ಯೂನಿಟ್‌ಗಳ ಮೂಲಕ

ಕೇರಳ ಶಾಲಾ ಪಠ್ಯಕ್ರಮ 2013
ಸಾಮಾನ್ಯ ಸಮೀಪನಗಳು

1.1 ಪೀಠಿಕೆ

ಸಾಮಾಜಿಕ ಬದುಕಿನ ಗುಣಮಟ್ಟದ ಹಿನ್ನೆಲೆಯಲ್ಲಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ ಕೇರಳವು ದೇಶಕ್ಕೆ ಮಾದರಿಯಾಗಿದೆ. ಸಾರ್ವಜನಿಕ ಶಿಕ್ಷಣದ ವ್ಯಾಪಕತೆ, ಸಾರ್ವಜನಿಕ ಆರೋಗ್ಯದ ಗುಣಮಟ್ಟ ಎಂಬಿವುಗಳೇ ಕೇರಳದ ಈ ಸಾಧನೆಗೆ ಪ್ರಧಾನ ಕಾರಣವಾಗಿವೆ. ಸಮಾಜದ ಎಲ್ಲ ವರ್ಗಗಳ ಮಕ್ಕಳನ್ನು ಶಾಲೆಗೆ ಕಳುಹಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗಿದ್ದರೂ, ಎಲ್ಲರಿಗೂ ಗುಣಮಟ್ಟದ ಶಿಕ್ಷಣ ಎಂಬುದು ಕೇರಳದ ಶಿಕ್ಷಣ ಕ್ಷೇತ್ರವು ಎದುರಿಸುವ ಅತಿ ದೊಡ್ಡ ಸವಾಲಾಗಿದೆ. 1986 ರ ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಶಿಕ್ಷಣ ನೀತಿಯ ಅಂಗವಾಗಿ ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ಗುಣಮಟ್ಟವನ್ನು ಕಾಪಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಮೂಲಭೂತ ಸೌಕರ್ಯಗಳ ಅಭಿವೃದ್ಧಿ ಹಾಗೂ ಅಧ್ಯಾಪಕ ತರಬೇತಿ ಕಾರ್ಯಕ್ರಮಗಳನ್ನು ಆಯೋಜಿಸಲಾಗಿತ್ತು. ಇದರೊಂದಿಗೆ ಪಠ್ಯಕ್ರಮವನ್ನು ಶಿಶುಕೇಂದ್ರಿತ, ಚಟುವಟಿಕೆ ಆಧಾರಿತ, ಪ್ರಕ್ರಿಯಾತ್ಮಕ ಹಾಗೂ ಕಾಲೋಚಿತವಾಗಿ ಪರಿಷ್ಕರಿಸುವ ಪ್ರಯತ್ನಗಳಾಗಿವೆ. ಇದರ ಪರಿಣಾಮವಾಗಿ ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ ಜ್ಞಾನ ನಿರ್ಮಾಣ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಗಳು ನಡೆಯಬೇಕು ಎಂಬ ತಿಳುವಳಿಕೆ ಮೂಡಿತು. ಇದರಂತೆ ಮಗುವನ್ನು ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ಪ7ಕ್ರಿಯೆಗಳ ಕೇಂದ್ರಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ಇರಿಸುವ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳಿಗೆ ನಾಂದಿ ಹಾಡಲು ನಮಗೆ ಸಾಧ್ಯವಾಗಿದೆ.

ಬದುಕಿನ ಎಲ್ಲಾ ಕ್ಷೇತ್ರಗಳೂ ಪ್ರತಿ ಕ್ಷಣ ಬದಲಾಗುತ್ತಿವೆ. ಅಧ್ಯಾಪನ ಶಾಸ್ತ್ರ, ಅಧ್ಯಯನ ಮನಶ್ಶಾಸ್ತ್ರ ಮೊದಲಾದ ವಿಷಯಗಳ ಹೊಸ ಸಂಶೋಧನೆಗಳು ಮತ್ತು ಪ್ರಾಯೋಗಿಕವಾದ ಅನುಭವಗಳು ಉತ್ತಮ ರೀತಿಯ ಕಲಿಕೋಪಕರಣಗಳ ನಿರ್ಮಾಣ ಹಾಗೂ ಕಲಿಕಾನುಭವಗಳ ವಿನಿಮಯ ಮತ್ತು ಮೌಲ್ಯಮಾಪನವನ್ನು ನಡೆಸಲು ನಮ್ಮನ್ನು ಪ್ರೇರೇಪಿಸಿವೆ. ಎಲ್ಲಾ ವರ್ಗದ ಮಕ್ಕಳ ಕಲಿಕೆಯ ಪ್ರಗತಿಯನ್ನು ನಾವು ಗುರಿಯಿರಿಸಿಕೊಂಡಿದ್ದೇವೆ.

"ವಿಭಿನ್ನವಾದ ಸಾಮಾಜಿಕ, ಆರ್ಥಿಕ ಹಿನ್ನೆಲೆಯುಳ್ಳ, ವಿಭಿನ್ನ ದೈಹಿಕ, ಮಾನಸಿಕ, ಬೌದ್ಧಿಕ ಸಾಮರ್ಥ್ಯಗಳಿರುವ ಎಲ್ಲ ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಕಲಿಯಲು ಹಾಗೂ ಶಾಲೆಗಳಲ್ಲಿ ಉತ್ತೀರ್ಣರಾಗಲು ಸಾಧ್ಯವೆಂದು ದೃಢಪಡಿಸಬೇಕು. ಲಿಂಗ, ಜಾತಿ, ಭಾಷೆ, ಸಂಸ್ಕೃತಿ, ಧರ್ಮ, ಅಂಗವೈಕಲ್ಯಗಳೇ ಮೊದಲಾದ ಕಾರಣಗಳಿಂದ ಉಂಟಾಗುವ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಮೀರಲು ಯೋಜನೆಗಳು ಮತ್ತು ಶಿಕ್ಷಣ ನೀತಿಗಳು ಮಾತ್ರ ಸಾಲದು. ಎಳೆಯ ಪ್ರಾಯದಿಂದಲೇ ಯೋಗ್ಯವಾದ ಕಲಿಕಾ ಗುರಿಗಳನ್ನೂ, ಅಧ್ಯಾಪನ ರೀತಿಗಳನ್ನೂ ಆರಿಸಿ ರೂಪಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ. (NCF 2005, ಪು.27)

- ವಿಭಿನ್ನ ಸಾಮಾಜಿಕ ಮತ್ತು ಆರ್ಥಿಕ ಹಿನ್ನೆಲೆಯುಳ್ಳವರು.
- ವಿಭಿನ್ನ ದೈಹಿಕ, ಮಾನಸಿಕ ಮತ್ತು ಬೌದ್ಧಿಕ ಸಾಮರ್ಥ್ಯವುಳ್ಳವರು.

ಹೀಗೆ ಎಲ್ಲಾ ವರ್ಗಗಳಿಗೆ ಸೇರಿದವರಿಗೆ ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಯನ್ನು ಗಳಿಸಲು ಶಿಕ್ಷಣ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯ ಎಲ್ಲಾ ವಲಯಗಳಲ್ಲಿ

ಸೂಕ್ಷ್ಮವೂ ಶಾಸ್ತ್ರೀಯವೂ ಆಗಿರುವ ಧೋರಣೆಗಳನ್ನು ಸ್ವೀಕರಿಸಬೇಕಾದುದು ನಮ್ಮ ದೃಷ್ಟಿಕೋನವಾಗಬೇಕು ಎಂದು ಎನ್.ಸಿ.ಎಫ್. ನಿರ್ದೇಶಿಸುತ್ತದೆ. ಕಾಲೋಚಿತವಾಗಿ ಪಠ್ಯಕ್ರಮವನ್ನು ನವೀಕರಿಸುವುದು ಮತ್ತು ಈ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯನ್ನು ಕ್ರಿಯಾತ್ಮಕವಾಗಿಸುವುದರಿಂದ ಮಾತ್ರ ಈ ಗುರಿಯನ್ನು ಸಾಧಿಸಬಹುದು. ಈ ದೃಷ್ಟಿಕೋನದ ಹಿನ್ನೆಲೆಯಲ್ಲಿ ಈಗ ಪಠ್ಯಕ್ರಮವನ್ನು ಪರಿಷ್ಕರಿಸಲಾಗುತ್ತಿದೆ. ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಗಳಲ್ಲಿ ನಿರಂತರವಾಗಿ ತೊಡಗಿಸಿಕೊಂಡಿರುವ ಎಲ್ಲರ ಅನುಭವ, ಸಂಶೋಧನೆ ಹಾಗೂ ಅಧ್ಯಯನ ಶೋಧಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಇದನ್ನು ಮಾಡಲಾಗುವುದು. ಸಮರ್ಪಕತೆಯಿಂದ ಮತ್ತಷ್ಟು ಸಮರ್ಪಕತೆಗೆ ಎಂಬ ವೈಜ್ಞಾನಿಕ ಸಮೀಪನವನ್ನು ಇಲ್ಲಿ ಸ್ವೀಕರಿಸಲಾಗುವುದು.

1.2 ಪಠ್ಯಕ್ರಮ ಪರಿಷ್ಕರಣೆಯ ಅಗತ್ಯ

ಕಳೆದ ಐದು ವರ್ಷಗಳಲ್ಲಿ ಶಿಕ್ಷಣ ಕ್ಷೇತ್ರದಲ್ಲಿ ಅನೇಕ ಹೊಸ ಆಶಯಗಳು ಮೂಡಿಬಂದಿವೆ. ಭಾರತದಲ್ಲಿ 2009 ರಲ್ಲಿ ಜ್ಯಾರಿಗೆ ಬಂದ ವಿದ್ಯಾಭ್ಯಾಸ ಹಕ್ಕು ಕಾಯಿದೆಯಿಂದ ಶಿಕ್ಷಣವು ಮಕ್ಕಳ ಹಕ್ಕಾಗಿ ಬದಲಾಗಿದೆ. ಹಕ್ಕು ಆಧಾರಿತ ವಿದ್ಯಾಲಯ (Right based Educational Institution) ಎಂಬ ಗುರಿಯನ್ನು ಸಾಧಿಸಲು ನಮ್ಮ ಪಠ್ಯಕ್ರಮವನ್ನು ಅಂತಾರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಗುಣಮಟ್ಟಕ್ಕೆ ಏರಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ. ಅಂತಾರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಗುಣಮಟ್ಟ ಎಂಬುದು ಯಾವುದೇ ಒಂದು ದೇಶದ ಗುಣಮಟ್ಟವಲ್ಲ. ಇದು ಒಂದು ಪ್ರತ್ಯೇಕ ಹಂತವನ್ನು ದಾಟುವ ಮಗು ಜಗತ್ತಿನ ಯಾವುದೇ ಪ್ರದೇಶದಲ್ಲಿದ್ದರೂ ಆರ್ಜಿಸಬೇಕಾದ ಜ್ಞಾನ ಮತ್ತು ಅನುಭವಗಳ ಒಟ್ಟು ಮೊತ್ತವಾಗಿದೆ. ಜಾಗತಿಕ ಮಟ್ಟದಲ್ಲಿ ಜ್ಯಾರಿಗೊಂಡಿರುವ ಉತ್ತಮ ಅಧ್ಯಯನ, ಅಧ್ಯಾಪನ ಮಾದರಿಗಳು ಕೇರಳದ ಮಕ್ಕಳಿಗೂ ಸಿಗಬೇಕಾದುದು ಅಗತ್ಯ ಎಂಬುದನ್ನು ಇದು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ.

ಶಿಕ್ಷಣ ಹಕ್ಕು ಕಾಯ್ದೆಯಲ್ಲಿ ಪಠ್ಯಕ್ರಮ, ಮೌಲ್ಯಮಾಪನ ಎಂಬಿವುಗಳ ಸಂಬಂಧಪಟ್ಟ ಕಾನೂನುಗಳು ಪಠ್ಯಕ್ರಮ ಪರಿಷ್ಕರಣೆಯಲ್ಲಿ ಪರಿಗಣಿಸುವುದು ಅಗತ್ಯವಾಗಿದೆ.

ಕಡ್ಡಾಯ ಶಿಕ್ಷಣ ಹಕ್ಕು ಕಾಯಿದೆ 2009

ಸೆಕ್ಷನ್ –29 (ಅಧ್ಯಾಯ 5)

ಪಠ್ಯಕ್ರಮ ಹಾಗೂ ಮೌಲ್ಯನಿರ್ಣಯ ಸೂಚಕಗಳು

1) ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಶಿಕ್ಷಣದ ಪಠ್ಯಕ್ರಮ ಹಾಗೂ ಮೌಲ್ಯ ನಿರ್ಣಯ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಆಯಾ ಸರಕಾರದ ಅಧಿಸೂಚನೆಯ ಮೂಲಕ ಸೂಚಿಸಲಾಗುವ ಒಂದು ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ಅಧಿಕಾರ ಸ್ಥಾನದ ಮೂಲಕ ಪ್ರತಿಪಾದಿಸಬೇಕು.

2) ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ಅಧಿಕಾರ ಸ್ಥಾನ 1 ನೇ ಉಪವಿಭಾಗದ ಪ್ರಕಾರ ಪಠ್ಯಕ್ರಮ ಹಾಗೂ ಮೌಲ್ಯ ನಿರ್ಣಯ ವಿಧಾನವನ್ನು ಪ್ರತಿಪಾದಿಸುವಾಗ ಕೆಳಗಿನ ಅಂಶಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ.

   a) *ಸಂವಿಧಾನದಲ್ಲಿ ಹೇಳಲಾದ ಮೌಲ್ಯಗಳ ಹೊಂದಿಕೆ.*

   b) *ಮಗುವಿನ ಸರ್ವತೋಮುಖವಾದ ಬೆಳವಣಿಗೆ.*

   c) *ಮಗುವಿನ ಜ್ಞಾನ, ಸಾಮರ್ಥ್ಯ, ಕೌಶಲ್ಯಗಳನ್ನು ಕ್ರಮೇಣ ಹೆಚ್ಚಿಸುವುದು.*

   d) *ದೈಹಿಕ ಹಾಗೂ ಮಾನಸಿಕ ಸಾಮರ್ಥ್ಯಗಳ ಸಂಪೂರ್ಣ ಬೆಳವಣಿಗೆ.*

   e) *ಮಗುವಿಗೆ ಇಷ್ಟವಾದ, ಶಿಶು ಕೇಂದ್ರಿತವಾದ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳಿರುವ ಕಲಿಕೆ.*

   f) *ಕಲಿಕೆಯ ಮಾಧ್ಯಮವನ್ನು ಮಗುವಿನ ಮಾತೃಭಾಷೆಯಲ್ಲಿಯೇ ನೀಡುವುದನ್ನು ಆದಷ್ಟು ಪ್ರಾಯೋಗಿಕಗೊಳಿಸಬೇಕು.*

   g) *ಭಯ, ಮಾನಸಿಕ ಒತ್ತಡ ಉಂಟಾಗುವ ಸ್ಥಿತಿ, ಆತಂಕ ಇವುಗಳಿಂದ ಮಗುವನ್ನು ಮುಕ್ತಗೊಳಿಸಿ, ಸ್ವತಂತ್ರವಾಗಿ ಅಭಿಪ್ರಾಯ ಪ್ರಕಟಿಸಲು ಮಗುವಿಗೆ ಸಹಾಯ ನೀಡುವುದು.*

   h) *ಮಗುವಿನ ಜ್ಞಾನಗ್ರಹಣ ಮತ್ತು ಅದನ್ನು ಪ್ರಯೋಗಿಸುವ ಸಾಮರ್ಥ್ಯದ ಸಮಗ್ರ ಮತ್ತು ನಿರಂತರ ಮೌಲ್ಯಮಾಪನ.*

ಉಚಿತ ಹಾಗೂ ಕಡ್ಡಾಯ ಶಿಕ್ಷಣಕ್ಕಿರುವ ಮಕ್ಕಳ ಹಕ್ಕು ಕೇರಳದ ಕಾನೂನುಗಳು ಹಾಗೂ ಪರಿಚ್ಛೇದಗಳು 2011

ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ಅಧಿಕಾರಗಳು

1. 29ನೇ ಪರಿಚ್ಛೇದದ ಪ್ರಕಾರ ರಾಜ್ಯ ಶಿಕ್ಷಣ ಸಂಶೋಧನಾ ಮತ್ತು ತರಬೇತಿ ಸಮಿತಿ (SCERT) ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ಅಧಿಕಾರಗಳನ್ನು ನೀಡಲಾಗಿದೆ.
2. (1)ನೇ ಉಪಪರಿಚ್ಛೇದದ ಅಡಿಯಲ್ಲಿ ಪ್ರಕಟಿಸಿರುವ ಪ್ರಕಾರ ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ಅಧಿಕಾರವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಸಂಸ್ಥೆಯ ಪಠ್ಯಕ್ರಮ, ಮೌಲ್ಯಮಾಪನ ಸೂಚಕ ತಯಾರಿಸುವಾಗ ಈ ಕಾನೂನಿನ 29ನೇ ಪರಿಚ್ಛೇದದ (2)ನೇ ಉಪಪರಿಚ್ಛೇದದ ಅಂಶ (a) ಯಿಂದ (f) ವರೆಗಿನ ನಿಬಂಧನೆಗಳಿಗೆ ಭಾದಕವಾಗದಂತೆ;

   (a) ಸಕಾಲಿಕಲವೂ ಪ್ರಾಯಕ್ಕನುಗುಣವೂ ಆಗಿರುವ ಪಠ್ಯಕ್ರಮ ಮತ್ತು ಪಾಠಪುಸ್ತಕಗಳಿಗೆ ಮೂಲಭೂತವಾದ ಜೀವನ ನೈಪುಣ್ಯವನ್ನು ರೂಢಿಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಅಗತ್ಯವಾದ ಕಲಿಕಾ ಸಾಮಗ್ರಿಗಳೂ ಒಳಗೊಂಡಂತೆ ಇತರ ಕಲಿಕಾ ಸಾಮಗ್ರಿಗಳಿಗೆ ರೂಪು ನೀಡುವುದು;

   (b) ಒಂದರಿಂದ ಎಂಟರ ವರೆಗಿನ ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ವಿಷಯಕ್ಕೂ ಅಗತ್ಯವಾದ ಕನಿಷ್ಠ ಕಲಿಕಾ ಪರಿಣಾಮಗಳನ್ನು ನಿರ್ಣಯಿಸಬೇಕಲ್ಲದೆ ಮಕ್ಕಳಿಗಾಗಿ ಮೌಲಿಕವಾದ ಸೂಚಕಗಳನ್ನು ವಿಕಾಸಗೊಳಿಸಿ ಮಕ್ಕಳ ಕಲಿಕಾ ಪರಿಣಾಮಕ್ಕಾಗಿ ಅಧ್ಯಾಪಕರ ಜವಾಬ್ದಾರಿಯ ಮಾನದಂಡಗಳಿಗೆ ರೂಪು ನೀಡುವುದು;

   (c) ಕಲಿಕೆ ಮತ್ತು ಬೋಧನೆಯ ಪರಿಣಾಮಗಳ ಆಧಾರದಲ್ಲಿ ಸೇವಾಕಾಲದ ಅಧ್ಯಾಪಕ ತರಬೇತಿ ಸಾಮಗ್ರಿಗಳನ್ನು ಅಭಿವೃದ್ಧಿಪಡಿಸುವುದು;

   (d) 1995ರ ನ್ಯೂನತೆಗಳಿರುವ ವ್ಯಕ್ತಿಗಳಿಗಾಗಿರುವ (ಸಮಾನ ಹಕ್ಕುಗಳು, ಹಕ್ಕುಗಳ ಸಂರಕ್ಷಣೆ ಹಾಗೂ ಪೂರ್ಣ ಭಾಗವಹಿಸುವಿಕೆ) ನಿಯಮಗಳಿಗನುಸಾರವಾಗಿ ನ್ಯೂನತೆಗಳಿರುವ ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಶಿಕ್ಷಣವನ್ನು ನೀಡುವುದಕ್ಕಾಗಿ ಅಧ್ಯಾಪಕರಿಗೆ ಸೇವಾಪೂರ್ವ ಮತ್ತು ಸೇವಾಕಾಲದ ತರಬೇತಿ ಕಾರ್ಯಕ್ರಮಗಳಿಗೆ ರೂಪು ನೀಡುವುದು;

   (e) ನಿರಂತರವೂ ಸಮಗ್ರವೂ ಆದ ಮೌಲ್ಯಮಾಪನವನ್ನು ಜಾರಿಗೆ ತರುವುದಕ್ಕಾಗಿ ಅಗತ್ಯವಾದ ಸೂಚನೆಗಳನ್ನೂ ಮಾಹಿತಿಗಳನ್ನೂ ತಯಾರಿಸುವುದು.

   (f) ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ಧೋರಣೆಗಳು ಹಾಗೂ ಕಾರ್ಯಕ್ರಮಗಳು, ಪಠ್ಯಕ್ರಮ, ಬೋಧನೆಯ ಮೂಲಕ ಮಕ್ಕಳ ಮೇಲಾಗುವ ಪರಿಣಾಮ ಇತ್ಯಾದಿಗಳ ಕುರಿತು ಸಂಶೋಧನೆಗಳನ್ನೂ ಅಧ್ಯಯನಗಳನ್ನೂ ಕೈಗೊಳ್ಳುವುದು ಮತ್ತು ಅದನ್ನು ಜಾರಿಗೊಳಿಸುವುದು.

ಶಿಕ್ಷಣ ಹಕ್ಕು ಕಾಯ್ದೆಯ ಹಿನ್ನೆಲೆಯಲ್ಲಿ ನಿರಂತರ ಹಾಗೂ ಸಮಗ್ರವಾದ ಮೌಲ್ಯಮಾಪನವು ಸಾಂವಿಧಾನಿಕ ಬಾಧ್ಯತೆಯಾಗಿದೆ. ಇದನ್ನು ಗಮನದಲ್ಲಿರಿಸಿಕೊಂಡು ಪಠ್ಯಕ್ರಮವನ್ನು ಪರಿಷ್ಕರಿಸಬೇಕು. ಈ ಹಿನ್ನೆಲೆಯಲ್ಲಿ ಪಾಠಪುಸ್ತಕ ಪರಿಷ್ಕರಣೆಯನ್ನು ನಾವು ಕಾಣಬೇಕು.

ಕೇರಳ ಶಾಲಾ ಪಠ್ಯಕ್ರಮದ (2013) ವೈಶಿಷ್ಟ್ಯಗಳನ್ನು ನೋಡೋಣ.

1) ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ ಕೇಂದ್ರಿತ, ಪ್ರಕ್ರಿಯಾತ್ಮಕ, ಚಟುವಟಿಕೆ ಪ್ರಧಾನ, ಮೌಲ್ಯಾಧಾರಿತ ಪಠ್ಯಕ್ರಮ.

2) ಬೌದ್ಧಿಕ ಹಂತದಲ್ಲಿ, ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಗಳ ಹಂತದಲ್ಲಿ, ಮನೋಭಾವ ಹಂತದಲ್ಲಿ ಹಾಗೂ ಮೌಲ್ಯಗಳ ಹಂತದಲ್ಲಿ ಮಗುವಿನ ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳಿಗೆ ಒತ್ತು ನೀಡಲಾಗಿದೆ.

3) ಜ್ಞಾನ ನಿರ್ಮಾಣ ಎಂಬ ತಾತ್ವಿಕ ನೆಲೆಗಟ್ಟಿನಲ್ಲಿರುವ ಪಠ್ಯಕ್ರಮ.

4) ವಿನಿಮಯ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯಲ್ಲಿ ವೈವಿಧ್ಯಪೂರ್ಣವೂ ಯೋಗ್ಯವೂ ಆದ ಅಧ್ಯಾಪನ ತಂತ್ರಗಳನ್ನು ಸ್ವೀಕರಿಸಿ ಉಪಯೋಗಿಸಲು ಅಧ್ಯಾಪಕರಿಗೆ ಸ್ವಾತಂತ್ರ್ಯವಿದೆ.

5) ಕಲಿಕಾಸಾಧನೆ, ಮಕ್ಕಳ ವಿಭಿನ್ನ ಗುಣಮಟ್ಟ ಇವುಗಳನ್ನು ತಿಳಿದು ವಿವಿಧ ಕಲಿಕಾ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಅನುಷ್ಠಾನಗೊಳಿಸುವುದು. ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುವ ಕಲಿಕೆ, ಆಶಯಗ್ರಹಣ ರೀತಿ, ಹೊಸ ಚಿಂತನೆಗಳು, ಯೋಚಿಸುವ ಸಾಮರ್ಥ್ಯವನ್ನು ಬೆಳೆಸುವುದು. ಸಹಕಾರ ಕಲಿಕೆ, ಸಹವರ್ತಿ ಕಲಿಕೆ, ಚಿಂತನೆಗಳ ಪ್ರತಿಫಲನ, ವೈಯಕ್ತಿಕ ಮತ್ತು ಗುಂಪಿನ ಅವಕಾಶಗಳನ್ನು ಒದಗಿಸುವುದು ಮೊದಲಾದ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸುವುದು.

6) ಉಚಿತ ಸಾರ್ವಜನಿಕ ಶಿಕ್ಷಣ ಎಂಬ ಹಾಗೆ ಎಲ್ಲ ಮಕ್ಕಳ ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗೆ ಪ್ರಾಧಾನ್ಯ ನೀಡಬೇಕು.

7) ಪ್ರಿ–ಪ್ರೈಮರಿಯಿಂದ ಹೈಯರ್ ಸೆಕಂಡರಿ ವರೆಗೆ ಸಮಗ್ರವಾದ ಪಠ್ಯಕ್ರಮ.

8) ಪ್ರತಿಯೊಂದು ತರಗತಿಗೂ ವಿವಿಧ ವಿಷಯಗಳ ಹೂರಣವನ್ನು ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಮಟ್ಟದ ವಿಷಯಗಳ ಹೂರಣದೊಂದಿಗೆ ಏಕೀಕರಿಸಿ, ಕೇರಳದ ಪಾಠಪುಸ್ತಕಗಳನ್ನು ತಯಾರಿಸಲಾಗುವುದು.

9) ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಮಟ್ಟದಲ್ಲಿರುವಂತೆ ಒಂದು ಮತ್ತು ಎರಡನೇ ತರಗತಿಗಳಿಗೆ ಮಾತೃಭಾಷೆ(ಪರಿಸರ ಅಧ್ಯಯನದೊಂದಿಗೆ) ಗಣಿತ ಮತ್ತು ಇಂಗ್ಲಿಷ್ ಎಂಬ ಮೂರು ಪಾಠಪುಸ್ತಕಗಳನ್ನು ಸಿದ್ಧಪಡಿಸಲಾಗುವುದು.

10) ಒಂದರಿಂದ ನಾಲ್ಕನೇ ತರಗತಿಯವರೆಗಿನ ಇಂಗ್ಲಿಷ್ ಮಾಧ್ಯಮ ಪಾಠಪುಸ್ತಕಗಳನ್ನು ಸಿದ್ಧಪಡಿಸಲಾಗುವುದು.

11) ಶಾಸ್ತ್ರೀಯ ಭಾಷೆ ಹಾಗೂ ಮಾತೃಭಾಷೆ ಎಂಬ ನೆಲೆಯಲ್ಲಿ ಕನ್ನಡ ಭಾಷಾ ಕಲಿಕೆಗೆ ವಿಶೇಷವಾದ ಪ್ರಾಧಾನ್ಯ ನೀಡಲಾಗುವುದು.

12) ಪ್ರಿ–ಪ್ರೈಮರಿ ಶಿಕ್ಷಣಕ್ಕಾಗಿ ಏಕೀಕೃತ ಪಠ್ಯಕ್ರಮವನ್ನು ರೂಪಿಸಿ, ಔಪಚಾರಿಕ ಶಿಕ್ಷಣದ ಅಂಗವಾಗಿ ಬದಲಾಯಿಸಲು ನಿರ್ದೇಶಿಸಲಾಗುವುದು.

13) ಮಾಹಿತಿ ತಂತ್ರಜ್ಞಾನವನ್ನು (ICT) ಒಂದು ಪಠ್ಯವಿಷಯ ಎನ್ನುವುದಕ್ಕಿಂತ ಪಠ್ಯವಿಷಯಗಳನ್ನು ಸಂವಹನಮಾಡುವ ಮಾಧ್ಯಮವಾಗಿ ಬಳಸಬೇಕು.

14) ವಿಶೇಷವಾದ ಪರಿಗಣನೆಗೆ ಅರ್ಹರಾದ ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ವಿಭಿನ್ನ ಹಾಗೂ ನೂತನವಾದ ಕಲಿಕಾ ತಂತ್ರಗಳನ್ನು ಆವಿಷ್ಕರಿಸಿ ಅನುಷ್ಠಾನಗೊಳಿಸುವುದು ಮತ್ತು ವಿಭಿನ್ನವಾದ ಮೌಲ್ಯಮಾಪನ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳನ್ನು ಆವಿಷ್ಕರಿಸಿ ಅನುಷ್ಠಾನಗೊಳಿಸುವುದು.

15) ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳನ್ನು ಅವಲಂಬಿಸಿದ ಸಮಗ್ರ ಮತ್ತು ನಿರಂತರವಾದ ಮೌಲ್ಯ ಮಾಪನ (**CCE**) ನಡೆಸಬೇಕು.

16) ಆರೋಗ್ಯ ಮತ್ತು ಕ್ರೀಡಾ ಶಿಕ್ಷಣ, ಕಲೆಯ ಶಿಕ್ಷಣ, ವೃತ್ತಿ ಪರಿಚಯ ಇವುಗಳನ್ನು ಕಡ್ಡಾಯ ಪಠ್ಯವಿಷಯಗಳಾಗಿ ಪರಿಗಣಿಸಲಾಗಿದೆ.

17) ಹೈಯರ್ ಸೆಕಂಡರಿ ವಿಭಾಗದಲ್ಲಿ ಕಾಲಾನುಸಾರಿಯಾಗಿ ಪಾಠ ಪುಸ್ತಕಗಳನ್ನು ಸಿದ್ಧಪಡಿಸಬೇಕು.

18) ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಶಿಕ್ಷಣ ನಿಯಮದ ಬೆಳಕಿನಲ್ಲಿ ಹಕ್ಕು ಆಧಾರಿತ ಶಿಕ್ಷಣಕ್ಕೆ ಒತ್ತು ನೀಡಬೇಕು.

19) ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬ ಅಧ್ಯಾಪಕನೂ ಓರ್ವ ಸಹರಕ್ಷಕ (Mentor)ನ ಸ್ಥಾನಕ್ಕೇರಿ, ಬೇಕಾದ ಕಾಳಜಿಯನ್ನು, ರಕ್ಷಣೆಯನ್ನು ಶಾಲೆಯಲ್ಲಿ ಮತ್ತು ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಮಗುವಿಗೆ ಒದಗಿಸಬೇಕು.

20) ಅಧ್ಯಾಪಕರು ಪಾಲಿಸಬೇಕಾದ ವೃತ್ತಿ ನೀತಿ ಸಂಹಿತೆಗೆ (Code of Professional Ethics for School Teacher) ಒತ್ತು ನೀಡಲಾಗುವುದು.

21) 21ನೇ ಶತಮಾನದ ಕಲಿಕಾ ನೈಪುಣ್ಯಗಳು (21st Century Learning skills) ಕಾಲೋಚಿತವಾಗಿ ಗಳಿಸಿಕೊಳ್ಳುವುದಕ್ಕೆ ಯೋಗ್ಯವಾಗಿವೆ.

22) ಮಾನವೀಯ ಮೌಲ್ಯಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡ ತಲೆಮಾರನ್ನು ಸೃಷ್ಟಿಸಲು ಸಮರ್ಥವಾಗಿದೆ.

23) ಸಮಾನ ಅವಕಾಶ ಮತ್ತು ಸಮಾನತೆ (Equity and Equality) ಲಭಿಸುವ ಶಿಕ್ಷಣ ವ್ಯವಸ್ಥೆಗೆ ಹೊಂದಿಕೊಂಡಿದೆ.

ಸಹಜವಾದ ಕಲಿಕೆ, ಕಲಿಯುವ ಮಕ್ಕಳ ಬೌದ್ಧಿಕ, ಮಾನಸಿಕ ಬೆಳವಣಿಗೆಯನ್ನು ದೃಷ್ಟಿಯಲ್ಲಿರಿಸಿಕೊಂಡು ತಲೆ, ಹೃದಯ, ಹಸ್ತ ಸಮನ್ವಯಗೊಂಡ ಪಠ್ಯಕ್ರಮ (Curriculum for the harmony of head, Heart and Hand) ಎಂಬ ಕಾಣ್ಕೆಯೊಂದಿಗೆ ಪಠ್ಯಕ್ರಮವನ್ನು ನಾವು ಮಾಡಬೇಕು.

ಹಾಗಾದರೆ ಪಠ್ಯಕ್ರಮ ಸಮೀಪನ ಹೇಗಿರಬೇಕು? ಅದರ ಸೈದ್ಧಾಂತಿಕ ಮತ್ತು ಪ್ರಾಯೋಗಿಕವಾದ ಅಡಿಪಾಯ ಹೇಗಿರಬೇಕು?

1.3 ಪಠ್ಯಕ್ರಮ ಸಮೀಪನ

ಪಂಚೇಂದ್ರಿಯಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಸುತ್ತುಮುತ್ತಲಿನ ಪರಿಸರದಿಂದ ಕಲಿಯಲಿರುವ ಸಹಜ ಸಾಮರ್ಥ್ಯಗಳೊಂದಿಗೆ ಮಗು ಹುಟ್ಟುತ್ತದೆ. ಜಗತ್ತನ್ನು ಹೊಸ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ನೋಡಲು, ಅರ್ಥಮಾಡಲು, ವ್ಯವಹರಿಸಲು, ಮೌಲ್ಯಮಾಪನ ಮಾಡಲು ಶಾಲೆಯ ಶಿಕ್ಷಣದ ಮೂಲಕ ಮಗುವಿಗೆ ಸಾಧ್ಯವಾಗಬೇಕು. ತನ್ನ ಮುಂದಿರುವ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಎದುರಿಸಿ, ಆ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಿಕೊಂಡು ಕಲಿಕೆ ನಡೆಯುತ್ತದೆ. ಪಠ್ಯಕ್ರಮ ವಿನಿಮಯ ಸಮೀಪನದ ಲಕ್ಷಣಗಳು ಯಾವುವು?

- ಚಟುವಟಿಕೆ ಆಧಾರಿತವಾದುದು.
- ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದ್ದು.
- ಕಲಿಕೆಯನ್ನು ಗಟ್ಟಿಗೊಳಿಸುವುದು.

- ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳನ್ನು ಸಫಲಗೊಳಿಸಲು ಸಮರ್ಥವಾದುದು.
- ಪರಿಸರ ಆಧಾರಿತವಾದುದು.
- ವಿಕಾಸದ ವಲಯಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸುವುದು.
- ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯ ಸ್ವಭಾವಕ್ಕೆ ಅನುಗುಣವಾದುದು.
- ಕಲಿಕೆಯೊಂದಿಗೆ ಮೌಲ್ಯ ನಿರ್ಣಯವೂ ಜತೆಯಾಗಿರುವುದು.

ಜ್ಞಾನನಿರ್ಮಾಣ ಆಧಾರಿತವಾದ ಕಲಿಕಾ ರೀತಿಯು ಪಠ್ಯಕ್ರಮಕ್ಕೆ ಆಧಾರವಾಗಿದೆ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯ ಆರ್ಜಿತ ಜ್ಞಾನ ಮತ್ತು ಆಶಯ ಪರಿಸರವನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿಕೊಂಡು ಪ್ರಯೋಜನಕಾರಿಯಾದ ಕಲಿಕಾ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳನ್ನು ಏರ್ಪಡಿಸುವುದರಿಂದ ಸಹಜ ಜ್ಞಾನವನ್ನು ರೂಪಿಸಲು ಸಾಧ್ಯ ಎಂಬುದು ಈ ದೃಷ್ಟಿಕೋನದ ವೈಶಿಷ್ಟ್ಯ.

ಕಲಿಕಾನುಭವಗಳು

ಬದುಕಿನ ವಿಭಿನ್ನ ಹಿನ್ನೆಲೆಗಳಿಂದ ಬರುವ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಆರ್ಜಿತ ಜ್ಞಾನ, ಸಾಮರ್ಥ್ಯ, ಆಸಕ್ತಿ ಇವುಗಳು ವಿಭಿನ್ನವಾಗಿರುವವಲ್ಲವೇ. ಈ ವೈಶಿಷ್ಟ್ಯವನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿಕೊಂಡು ವ್ಯಕ್ತಿ ಭಿನ್ನತೆಯನ್ನೂ ಬಹುಮುಖವಾದ ಬುದ್ಧಿಮತ್ತೆಯನ್ನೂ ಗಮನದಲ್ಲಿರಿಸಿಕೊಂಡು ಕಲಿಕೆಯ ಅನುಭವಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸಬೇಕಾದುದು ಮುಖ್ಯವಾಗಿದೆ.

ಕಲಿಕಾ ಪರಿಸರ

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯ ಆಸಕ್ತಿ ಹಾಗೂ ಬೆಳವಣಿಗೆಯನ್ನು ದೃಷ್ಟಿಯಲ್ಲಿರಿಸಿಕೊಂಡು,

ಮಕ್ಕಳು ತೊಡಗಿಕೊಂಡಿರುವ ಜ್ಞಾನ ನಿರ್ಮಾಣ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯಲ್ಲಿ ಅಧ್ಯಾಪಕರು ಸಕ್ರಿಯವಾಗಿ ಭಾಗವಹಿಸಿದರೆ, ಅದು ಮಕ್ಕಳ ತಿಳುವಳಿಕೆಯನ್ನು ಗಟ್ಟಿಗೊಳಿಸಲು ಸಹಾಯಕವಾಗುವುದು. ಕಲಿಕೆಯಲ್ಲಿ ತೊಡಗಿಸಿಕೊಂಡಿರುವ ಮಕ್ಕಳು ತಮ್ಮ ಜ್ಞಾನವನ್ನು ತಾವೇ ನಿರ್ಮಿಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತಾರೆ. ತಾವು ಶಾಲೆಯಲ್ಲಿ ಕಲಿತಿರುವುದನ್ನು ಹೊರಗಿನ ವಿಷಯಗಳೊಂದಿಗೆ ಅನ್ವಯಿಸಿ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಕೇಳುವಂತೆ ಪ್ರೋತ್ಸಾಹಿಸಬೇಕು. ಬಾಯಿಪಾಠ ಹೊಡೆದು ಒಂದೇ ಒಂದು ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳುವುದಕ್ಕಿಂತ, ತಮ್ಮದೇ ವಾಕ್ಯಗಳಲ್ಲಿ ಸ್ವತಂತ್ರವಾಗಿ ಉತ್ತರವನ್ನು ಹೇಳುವಂತೆ ಪ್ರೋತ್ಸಾಹಿಸಬೇಕು. ಇವುಗಳೆಲ್ಲಾ ತಮ್ಮ ಜ್ಞಾನವನ್ನು ವಿಸ್ತರಿಸುವ ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಸಹಾಯ ಮಾಡುವ ಪ್ರಧಾನ ಹೆಜ್ಜೆಗಳಾಗಿವೆ. ಬೌದ್ಧಿಕವಾದ ಊಹೆ ಅರ್ಥವತ್ತಾದ ಒಂದು ಬೋಧನ ಕ್ರಮವಾಗಿದೆ. ಇದನ್ನು ಪ್ರೋತ್ಸಾಹಿಸಬೇಕು. ಹಲವಾರು ಬಾರಿ ತಮ್ಮ ದೈನಂದಿನ ಅನುಭವಗಳಿಂದ ಅಥವಾ ಮಾಧ್ಯಮ ಸಂಪರ್ಕದಿಂದ ಮಕ್ಕಳ ಮನಸ್ಸಿನಲ್ಲಿ ಕೆಲವು ಆಶಯಗಳು ರೂಪುಗೊಂಡಿರಬಹುದು. ಆದರೆ ಅಧ್ಯಾಪಕರು ನಿರೀಕ್ಷಿಸುವ ಮಾತುಗಳಲ್ಲಿ ಅವುಗಳನ್ನು ಅವರಿಗೆ ಪ್ರಕಟಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗದು. ತಿಳಿದಿರುವುದು ಮತ್ತು ತಿಳಿಯದಿರುವುದರ ಮಧ್ಯೆ ಹೊಸ ಜ್ಞಾನದ ಸೃಷ್ಟಿಯಾಗುತ್ತದೆ. ಶಾಲೆಯ ಹೊರಗೆ ಮನೆ ಅಥವಾ ಸಮಾಜದಲ್ಲಿ ಬೆಳೆಸುವ ಕರಕೌಶಲ್ಯದ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಇಂತಹ ಜ್ಞಾನ ಸೃಷ್ಟಿಯಾಗುವುದು. ಇಂತಹ ಎಲ್ಲ ತಿಳುವಳಿಕೆಗಳನ್ನು ಗೌರವಿಸಬೇಕು. ತಿಳುವಳಿಕೆ ಮತ್ತು ಸಂವೇದನಶೀಲತೆಯಿರುವ ಅಧ್ಯಾಪಕರು ಈ ಕುರಿತು ಪ್ರಜ್ಞಾವಂತರಾಗಿರುತ್ತಾರೆ. ಮಕ್ಕಳ ವಿಕಾಸ ಸಾಧ್ಯತೆಯನ್ನು ಮನಗಂಡು, ಚಟುವಟಿಕೆಗಳನ್ನು ಒದಗಿಸಿ ಹಾಗೂ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಕೇಳಿ ಅವರನ್ನು ಮುನ್ನಡೆಸಲು ಅಧ್ಯಾಪಕರಿಗೆ ಸಾಧ್ಯ.

ಅನ್ವೇಷಣೆ, ನಿರೀಕ್ಷಣೆ, ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಕೇಳುವುದು, ಚರ್ಚಾಕೂಟಗಳು ಇವುಗಳ ಮೂಲಕ ಸಿದ್ಧಾಂತ ರೂಪೀಕರಣ ಮತ್ತು ಆಶಯ ಸೃಷ್ಟಿಗಳಾಗುತ್ತವೆ. ಇವುಗಳು ಸಕ್ರಿಯ ಭಾಗವಹಿಸುವಿಕೆಯ ಭಾಗವಾಗಿವೆ. ಶಾಲೆಗಳು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಕೇಳುವುದಕ್ಕೂ ಚರ್ಚಿಸುವುದಕ್ಕೂ ಶೋಧಿಸುವುದಕ್ಕೂ ವಿಶ್ಲೇಷಿಸುವುದಕ್ಕೂ ನಿಗಮನವನ್ನು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಲೂ ಅವಕಾಶವನ್ನು ಒದಗಿಸಬೇಕು.

ಎನ್.ಸಿ.ಎಫ್. 2005 ಪುಟ. 41,42

ವೈವಿಧ್ಯಪೂರ್ಣ ಕಲಿಕಾ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳಲ್ಲಿ ಭಾಗಿಯಾಗಲು ಅನುಕೂಲವಾಗುವಂತೆ ತರಗತಿಗಳನ್ನು ಸಿದ್ಧಪಡಿಸಬೇಕು. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ ಕೇಂದ್ರಿತ ಕಲಿಕಾ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳಿಗೆ ಸಹಾಯಕವಾಗುವಂತೆ ಚಟುವಟಿಕೆ ಆಧಾರಿತ ಕಲಿಕೆಯನ್ನು ಹೇಗೆ ಮಾಡಬೇಕೆಂದು ನಾವು ತಿಳಿದುಕೊಂಡೆವಲ್ಲವೇ?

ಕಲಿಕಾ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ

- ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯೂ ತನ್ನ ಅನುಭವಗಳ ಆಧಾರದಲ್ಲಿ ಜ್ಞಾನ ನಿರ್ಮಾಣ (Knowledge Construction) ಮಾಡುವನು.
- ಜ್ಞಾನ ನಿರ್ಮಾಣವನ್ನು ವೈಯುಕ್ತಿಕ ಮತ್ತು ಸಾಮಾಜಿಕ ಹಂತಗಳಲ್ಲಿ ಮಾಡಬೇಕು.
- ವಿವಿಧ ಕಲಿಕಾ ಶೈಲಿಗಳನ್ನು (Learning Style) ಪರಿಗಣಿಸಿಕೊಂಡು ವಿವಿಧ ಇಂದ್ರಿಯಾನುಭವಗಳನ್ನು (Multisensory Experiences) ನೀಡುವ ಮೂಲಕ ಕಲಿಕೆಯನ್ನು ಯಶಸ್ವಿಗೊಳಿಸಬಹುದು.
- ಕಲಿಕಾನುಭವಗಳನ್ನು ಸಕ್ರೀಯವಾಗಿ (spiralling) ಮಂಡಿಸುವ ಮೂಲಕ ಕಲಿಕೆಯು ಸಾಕಷ್ಟು ಫಲಕಾರಿಯಾಗುತ್ತದೆ.
- ಕಲಿಕಾ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳಿಗೆ ಯೋಗ್ಯವಾದ ನಮನೀಯತೆ (Flexibility), ಹೊಂದಾಣಿಕೆ (Adaptations), ಕಲಿಕಾ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳ ಆಯ್ಕೆ (Selection) ಇವುಗಳನ್ನು ನಡೆಸುವ ಮೂಲಕ ವಿಭಿನ್ನ ಅಭಿರುಚಿಯ ಕಲಿಕೆಯ ಆಸಕ್ತರನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಬಹುದು.
- ಸಾಕಷ್ಟು ಕಲಿಕಾನುಭವಗಳು ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗೆ ದೊರಕಿದಾಗಲೇ ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆ (Learning outcome) ದೃಢವಾಗುವುದು.
- ಕಲಿಕೆ ಮತ್ತು ಮೌಲ್ಯನಿರ್ಣಯ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಗಳು ನಿರಂತರವಾಗಿ ನಡೆಯಬೇಕಾಗಿರುವುದು.
- ವಿಷಯಾಧಾರಿತ ವಸ್ತು, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯ ಕಲಿಕೆಯ ಅಗತ್ಯ ಇವುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿಕೊಂಡು ವಿವಿಧ ಕಲಿಕಾ ಬೋಧನ ತಂತ್ರಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡರೆ ಎಲ್ಲರಿಗೂ ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆ (Learning Outcome) ಯನ್ನು ಗಳಿಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಸಾಧ್ಯ.
- ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಮಗುವಿನ ಸಮಗ್ರ ಪ್ರಗತಿಯನ್ನು (Allround development) ಉದ್ದೇಶ ವಾಗಿರಿಸಿಕೊಂಡು ಕಲಿಕಾ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸಬೇಕು.

1.4 ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳು (Learning Outcomes)

ವಿವಿಧ ವಿಷಯಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ನೀಡಲಾಗುವ ಕಲಿಕಾ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳ ಫಲವಾಗಿ ಜ್ಞಾನ, ಕೌಶಲ್ಯ, ಮನೋಭಾವ, ಮೌಲ್ಯಗಳು ಮಗುವಿನಲ್ಲಿ ರೂಪುಗೊಳ್ಳುತ್ತವೆ. ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಕೆಲವನ್ನು ಸ್ವಲ್ಪ ಕಾಲದಲ್ಲಿ ಸಂಪಾದಿಸಬಹುದು ಮತ್ತು ಕೆಲವಕ್ಕೆ ದೀರ್ಘಕಾಲ ಬೇಕಾಗುವುದು. ಹೀಗೆ ಮಗುವಿನಲ್ಲಿ ಉಂಟಾಗುವ ಬದಲಾವಣೆಗಳನ್ನು ನಮಗೆ ಮುಂಚಿತವಾಗಿ ನಿರ್ಧರಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿದೆ. ಪಠ್ಯಕ್ರಮವನ್ನು ಸಿದ್ಧಪಡಿಸುವಾಗ ಶಾಲಾ

ಶಿಕ್ಷಣದ ವಿವಿಧ ಹಂತಗಳಲ್ಲಿ ಮಗು ಸಾಧಿಸಬೇಕಾದ ಗುರಿಗಳನ್ನು ನಾವು ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳೆಂದು ಹೇಳುತ್ತೇವೆ. ಕೆಲವು ಕಲಿಕಾ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳ ಸರಣಿಯ ಮೂಲಕ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಘಟಕದಲ್ಲಿಯೂ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ ಸಾಧಿಸುವ ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳು ವಿಕಾಸಗೊಂಡು ತರಗತಿಯ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ಗಳಿಸುವ ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳಾಗುತ್ತವೆ. ಅನಂತರ ನಿಗದಿತ ಶಿಕ್ಷಣ ಕಾಲಾವಧಿಯ ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳಾಗಿ ಅವು ಬೆಳೆಯುತ್ತವೆ. ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳನ್ನು ನಿರೀಕ್ಷಣೆ ಮಾಡಲೂ (observable) ಅಳೆಯಲೂ (measurable) ಸಾಧ್ಯವಿರುವುದು ಅದರ ವೈಶಿಷ್ಟ್ಯವಾಗಿದೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಘಟಕದ, ತರಗತಿಯ, ಅವಧಿಯ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ಮಗು ಗಳಿಸಬೇಕಾದ ಜ್ಞಾನ ಕೌಶಲ್ಯ, ಮೌಲ್ಯ, ಮನೋಭಾವಗಳನ್ನು ಗಳಿಸಲಾಗಿದೆಯೇ ಎಂದು ಮೌಲ್ಯಮಾಪನ ಮಾಡಲು ಕಲಿಕಾಸಾಧನೆಗಳ ವಿಶ್ಲೇಷಣೆಯಿಂದ ಸಾಧ್ಯ. ಪಠ್ಯಕ್ರಮದ ಸರಿಯಾದ ವಿನಿಮಯದ ಮೂಲಕ ಎಲ್ಲ ಮಕ್ಕಳ ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳನ್ನು ದೃಢಪಡಿಸಲು ನಮಗೆ ಸಾಧ್ಯವಾಗಬೇಕು.

ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳ ವೈಶಿಷ್ಟ್ಯಗಳನ್ನು ಹೀಗೆ ಸಂಗ್ರಹಿಸಬಹುದು.

- ವಿಷಯನಿಷ್ಠವಾದ ಕಲಿಕೆಯ ಮೂಲಕ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ ಗಳಿಸಿಕೊಳ್ಳಬೇಕಾದ ಜ್ಞಾನ (knowledge), ಕೌಶಲ್ಯ (skills), ಮನೋಭಾವ ಮತ್ತು ಮೌಲ್ಯ (attitude and value)ಗಳನ್ನು ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆ ಒಳಗೊಂಡಿರುತ್ತದೆ.
- ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳನ್ನು ನಿರೀಕ್ಷಣೆ ಮಾಡಲೂ, ಅಳೆಯಲೂ ಸಾಧ್ಯವಿದೆ.
- ಹೃಸ್ವ ಮತ್ತು ದೀರ್ಘಕಾಲದಲ್ಲಿ ಗಳಿಸುವ ವಿಭಿನ್ನ ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳಿವೆ.

1.5 ಕಲಿಕಾ ಸಂಪನ್ಮೂಲಗಳು ಮತ್ತು ಕಲಿಕಾ ವ್ಯವಸ್ಥೆಗಳು

ಪಠ್ಯಕ್ರಮವನ್ನು ವಿನಿಮಯ ಮಾಡಲು ಬಳಸುವ ವಿವಿಧ ಘಟಕಗಳೇ ಕಲಿಕಾ ಸಂಪನ್ಮೂಲಗಳು. ಕಲಿಕಾ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯ ಪೂರ್ಣತೆಗೆ ಕಲಿಕಾ ಸಂಪನ್ಮೂಲಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿಯೇ ತೀರಬೇಕು.

- ಗ್ರಂಥಾಲಯ
- ಪ್ರಯೋಗಾಲಯ (ಭಾಷೆ, ಗಣಿತ, ವಿಜ್ಞಾನ)
- ಕಲಿಕೋಪಕರಣಗಳು
- ಡಿಸ್‌ಪ್ಲೇ ಫಲಕಗಳು
- ಕಂಪ್ಯೂಟರ್ ಲ್ಯಾಬ್
- ಬಹುಮಾಧ್ಯಮ ಉಪಕರಣಗಳು

ಇದರ ಹೊರತಾಗಿ ಮಕ್ಕಳ ಕಲಿಕಾ ಸಾಮರ್ಥ್ಯವನ್ನು ಪ್ರಕಟಿಸುವ ಅನೇಕ ವೇದಿಕೆಗಳು ಶಾಲೆಗಳಲ್ಲಿವೆಯಲ್ಲವೇ? ಇವುಗಳನ್ನು ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳನ್ನು ಗಳಿಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಬಳಸಿಕೊಳ್ಳಬಹುದು.

- ಬಾಲಸಭೆ
- ಅಸೆಂಬ್ಲಿ
- ಕ್ಲಬ್‌ಗಳು
- ಚರ್ಚಾ ಕೂಟಗಳು
- ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ಪ್ರವಾಸಗಳು
- ಸ್ವಯಂ ಸೇವಾ ಸಂಸ್ಥೆಗಳು (SPC, NSS, Scout, NCC)

ಮಕ್ಕಳ ಪರಿಪೂರ್ಣವಾದ ಬೆಳವಣಿಗೆಗೆ ಇಂತಹ ಘಟಕಗಳು ಅತಿ ಅಗತ್ಯವಾಗಿವೆ.

1.6 ಕಲೆ ಮತ್ತು ವೃತ್ತಿಪರಿಚಯ ಕಲಿಕೆ

ಕಲೆಯ ಕಲಿಕೆ

ಸೃಜನಶೀಲತೆ, ನಿರೀಕ್ಷಣ ಸಾಮರ್ಥ್ಯ ಮತ್ತು ಬುದ್ಧಿಮತ್ತೆಯನ್ನು ಮಕ್ಕಳಲ್ಲಿ ಬೆಳೆಸಲು ಕಲೆಯ ಕಲಿಕೆ ಅತಿ ಅಗತ್ಯವಾಗಿದೆ. ಹೊಸ ಪಠ್ಯಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಸಾಮಾನ್ಯ ವಿಷಯಗಳೊಂದಿಗೆ ಕಲೆಯ ಕಲಿಕೆಗೂ ಮಹತ್ವವನ್ನು ನೀಡಲಾಗಿದೆ. ಶಾಲಾ ಪಠ್ಯಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಕಲೆಯ ಕಲಿಕೆಯ ವ್ಯಾಪ್ತಿಯಲ್ಲಿ ಸಂಗೀತ, ನೃತ್ಯ, ಚಿತ್ರರಚನೆ, ಶಿಲ್ಪರಚನೆ, ನಾಟಕ, ಸಿನಿಮಾ ಮೊದಲಾದ ಪ್ರಕಾರಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿಕೊಳ್ಳಲಾಗಿದೆ. ಮಕ್ಕಳ ಪ್ರತಿಭೆಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ, ಪ್ರೋತ್ಸಾಹವನ್ನು ನೀಡುವುದು ಅಗತ್ಯವಾಗಿದೆ. ಕಲೆಯ ಕಲಿಕೆಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ಉದ್ದೇಶಗಳು.

- ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯ ಸಹಜವಾದ ಕಲೆಯ ಅಭಿರುಚಿಗಳನ್ನು ಪ್ರೋತ್ಸಾಹಿಸುವುದು.
- ವಿವಿಧ ಕಲೆಗಳನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಂಡು, ಮಕ್ಕಳ ಅಭಿರುಚಿಗೆ ಹೊಂದಿಕೊಂಡು ಕಲೆಗಳನ್ನು ಅಭ್ಯಾಸ ಮಾಡಲು ಅವಕಾಶಗಳನ್ನು ಒದಗಿಸುವುದು.
- ವಿವಿಧ ಕಲೆಗಳನ್ನು ಆಸ್ವಾದಿಸಿ, ಕಲೆಯ ಸೌಂದರ್ಯವನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳುವುದು.
- ಕಲೆಯ ಆಸ್ವಾದನೆ ಮಾಡಿ ಸಮಾಜ ಜೀವನದಲ್ಲಿ ಮಾನವೀಯ ದೃಷ್ಟಿಕೋನಗಳನ್ನು ಮೂಡಿಸುವುದು.
- ಸಾಂಸ್ಕೃತಿಕ ವೈವಿಧ್ಯವನ್ನು ಅರಿತುಕೊಂಡು ಸಂಸ್ಕೃತಿ ಪ್ರೇಮವನ್ನು ಬೆಳಸುವುದು.
- ಕಲೆಯ ಸತ್ವವನ್ನು ಅರಿತುಕೊಂಡು ಹೊಸ ಚಿಂತನೆಗಳನ್ನು ಮಾಡುವುದು ಮತ್ತು ಸಾಮಾಜಿಕ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳಲ್ಲಿ ತೊಡಗಿಸುವುದು.
- ಕಲೆಯನ್ನು ಬಳಸಿ ಇತರ ವಿಷಯಗಳ ಕಲಿಕೆಯನ್ನು ಫಲಪ್ರದಗೊಳಿಸುವುದು (Art applied learning)
- ಬಹುಮುಖವಾದ ಬೌದ್ಧಿಕ ವಿಕಾಸದ ಸಾಧ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಉತ್ತಮ ಪಡಿಸುವುದು.
- ವಿಭಿನ್ನ ಕೌಶಲ್ಯಗಳಿರುವ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನು ಕಲಿಕಾ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳಿಗೆ ಆಕರ್ಷಿಸುವುದು.
- ಮಕ್ಕಳ ಆಸ್ವಾದನೆಯ ಮಟ್ಟವನ್ನು ಉತ್ತಮಪಡಿಸುವುದು.

ವೃತ್ತಿ ಪರಿಚಯ

ಭಾವನಾತ್ಮಕ ಮತ್ತು ವಿಜ್ಞಾನ ಕ್ಷೇತ್ರಗಳ ಸಮನ್ವಯ ಹಾಗೂ ಪ್ರಗತಿಗಾಗಿ ವೃತ್ತಿ ಪರಿಚಯ ಶಿಕ್ಷಣ ಅನಿವಾರ್ಯವಾಗಿದೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ವೃತ್ತಿ ಪರಿಚಯ ತರಗತಿಯ ಅಡಿಪಾಯವು ಮಾನವ ಸಂಪನ್ಮೂಲದ ಪ್ರಗತಿಯಾಗಬೇಕು. ಎಲ್ಲ ಪ್ರಜೆಗಳ ಸಾಮರ್ಥ್ಯಗಳನ್ನೂ, ಕೌಶಲ್ಯಗಳನ್ನೂ ರಾಷ್ಟ್ರ ನಿರ್ಮಾಣಕ್ಕಾಗಿ ಬಳಸುವಂತೆ ಬೆಳೆಸುವುದೇ ಮಾನವ ಸಂಪನ್ಮೂಲ ಪ್ರಗತಿಯ ಉದ್ದೇಶವಾಗಿದೆ. ವೃತ್ತಿಯಲ್ಲಿ ಆಸಕ್ತಿ ಮೂಡಿಸುವುದು, ವ್ಯಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಹೊಸ ವೃತ್ತಿ ಸಂಸ್ಕೃತಿಯ ವಕ್ತಾರರನ್ನಾಗಿ ಮಾಡುವುದು ವೃತ್ತಿ ಕಲಿಕೆಯ ಪ್ರಮುಖ ಉದ್ದೇಶಗಳಾಗಿವೆ.

- ಮಾನವ ಸಂಪನ್ಮೂಲದ ಅಭಿವೃದ್ಧಿ
- ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಅಭಿವೃದ್ಧಿ

- ವೃತ್ತಿ ಸನ್ನದ್ಧತೆ
- ಉತ್ಪಾದನ ವಲಯದಲ್ಲಿ ಸ್ವಾಯತ್ತತೆ
- ಸಂತುಲಿತ ವ್ಯಕ್ತಿತ್ವ ವಿಕಾಸ
- ಮೌಲ್ಯ ಹಾಗೂ ಮನೋಭಾವಗಳ ಬೆಳವಣಿಗೆ

ಕಲೆ ಮತ್ತು ವೃತ್ತಿ ಕಲಿಕೆಗೆ ಪ್ರಾಧಾನ್ಯವನ್ನು ನೀಡಿ ಪಠ್ಯಕ್ರಮವನ್ನು ರೂಪಿಸಬೇಕು. ಇವುಗಳ ಸಾಧ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಉಳಿಸಿಕೊಂಡು ವಿಭಿನ್ನ ವಿಷಯಗಳೊಂದಿಗೆ ವಿನಿಮಯ ಮಾಡುವುದು ಅಗತ್ಯವಾಗಿದೆ.

1.7 ಆರೋಗ್ಯ ಮತ್ತು ಕ್ರೀಡಾ ಶಿಕ್ಷಣ

ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಶಾಲಾ ಹಂತವು ಮಕ್ಕಳ ದೈಹಿಕ, ಮಾನಸಿಕ ಬೆಳವಣಿಗೆಯ ಮುಖ್ಯ ಹಂತವಾಗಿದೆ. ಆದುದರಿಂದ ಈ ಹಂತದಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲ ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಆರೋಗ್ಯ ಮತ್ತು ಕ್ರೀಡಾ ಶಿಕ್ಷಣದ ಅನುಭವಗಳು ಲಭಿಸುತ್ತವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ದೃಢಗೊಳಿಸಬೇಕು. ಮಗುವಿನ ಆರೋಗ್ಯ ಮತ್ತು ಕ್ರೀಡಾ ಮನೋಭಾವವನ್ನು ಪೋಷಿಸುವುದು, ಆರೋಗ್ಯಕರ ಜೀವನ ಶೈಲಿಯನ್ನು ರೂಪಿಸುವುದು ಈ ಕಲಿಕೆಯ ಪ್ರಧಾನ ಉದ್ದೇಶವಾಗಿದೆ. ಆರೋಗ್ಯ ಮತ್ತು ಕ್ರೀಡಾ ಶಿಕ್ಷಣದ ಸಾಧ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಉಳಿಸಿಕೊಂಡು ವಿಭಿನ್ನ ವಿಷಯಗಳನ್ನು ವಿನಿಮಯ ಮಾಡುವುದು ಅಗತ್ಯವಾಗಿದೆ.

ಆರೋಗ್ಯ ಮತ್ತು ಕ್ರೀಡಾ ಕಲಿಕೆಯ ಪ್ರಧಾನ ಉದ್ದೇಶಗಳು

- ವಿವಿಧ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಯೋಗ್ಯವಾದ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ದೇಹವನ್ನು ಚಲಿಸುವಂತೆ ಮಾಡುವ ಕೌಶಲ್ಯವನ್ನು ಸಂಪಾದಿಸುವುದು.
- ದೇಹದ ಚಲನೆಯನ್ನು ನಿಯಂತ್ರಿಸುವ ವಿವಿಧ ಹಂತಗಳನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಂಡು, ಅವುಗಳನ್ನು ಸೃಜನಾತ್ಮಕ ಚಲನೆಗಳ ಮಾಧ್ಯಮವಾಗಿ ಅಭಿವೃದ್ಧಿಪಡಿಸುವುದು.
- ಸಾಮಾಜಿಕವಾದ ಜವಾಬ್ದಾರಿಗಳನ್ನು ಅರಿತುಕೊಂಡು, ಪ್ರಜಾಪ್ರಭುತ್ವ ರೀತಿಯ ಜೀವನ ಶೈಲಿಯನ್ನು ರೂಢಿಸಿಕೊಳ್ಳುವುದು ಮತ್ತು ಆಸ್ವಾದಿಸುವುದು.
- ಮಗುವಿನ ಸರ್ವತೋಮುಖ ಬೆಳವಣಿಗೆಯನ್ನು ದೃಢಪಡಿಸುವುದು.

1.8 ಒಳಗೊಂಡಿರುವ ಶಿಕ್ಷಣ (Inclusive Education)

ಶಾಲೆಯಲ್ಲಿ ಉತ್ತಮ ಪ್ರದರ್ಶನವನ್ನು ನೀಡುವ ತಮ್ಮ ಸಹಪಾಠಿಗೆ ವಾಸವಾಗಲು ಮನೆಯಿಲ್ಲವೆಂದೂ, ರಸ್ತೆ ಬದಿಯ ಪೈಪಿನಡಿಯಲ್ಲಿ ಕಟ್ಟಿದ ಡೇರೆಯೇ ಅವನ ಮನೆಯೆಂದೂ ತಿಳಿದಾಗ ಅದು ಚರ್ಚೆಗೆ ಗ್ರಾಸವಾಯಿತು. ಕಷ್ಟಗಳನ್ನು ಪರಸ್ಪರ ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳುವುದರಿಂದ ಮಾತ್ರ ಪರಿಹಾರ ಉಂಟಾಗುವುದಿಲ್ಲ ಎಂದು ಅರಿತುಕೊಂಡ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಅಧ್ಯಾಪಕರ ಸಹಾಯದೊಂದಿಗೆ ಹಣವನ್ನು ಸಂಗ್ರಹಿಸಿ ಗೆಳೆಯನಿಗೆ ಮನೆ ನಿರ್ಮಿಸಿಕೊಟ್ಟು ಮಾದರಿಯಾದರು.

(ಒಂದು ಶಾಲೆಯ ಅನುಭವ)

ತರಗತಿ ಕೋಣೆಯಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲರನ್ನೂ ಒಂದುಗೂಡಿಸುವ, ಯಾರನ್ನೂ ಹೊರ ಹಾಕದ ಕಲಿಕೆಯ ಒಂದು ವಾತಾವರಣವನ್ನು ಸೃಷ್ಟಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ. ನಮ್ಮ ಶಾಲೆಗಳಲ್ಲಿ ಮುಖ್ಯವಾಗಿ ಎರಡು ವಿಭಾಗಗಳಿಗೆ ಹೆಚ್ಚಿನ ಪ್ರೋತ್ಸಾಹವನ್ನೂ, ಸಹಾಯವನ್ನೂ ನೀಡಿ ನ್ಯಾಯಯುತವಾದ ಗುಣಮಟ್ಟದ ಶಿಕ್ಷಣವನ್ನು (Equitable Quality Education) ದೃಢಗೊಳಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ.

ವಿಶೇಷ ಗಮನ, ಕಲಿಕಾ ಸಹಾಯ ಮತ್ತು ರಕ್ಷಣೆ ಅಗತ್ಯವಿರುವುದು ಯಾರಿಗೆ?

(ಎ) ಸಾಮಾಜಿಕ ಮತ್ತು ಆರ್ಥಿಕ ಕಾರಣಗಳಿಗಾಗಿ ಹೊರಹಾಕಲ್ಪಟ್ಟವರ ಮಕ್ಕಳು

- ವಿಭಿನ್ನ ಮತ್ತು ವೈವಿಧ್ಯಪೂರ್ಣವಾದ ಸಾಮಾಜಿಕ, ಸಾಂಸ್ಕೃತಿಕ, ಕೌಟುಂಬಿಕ ಹಿನ್ನೆಲೆಯಲ್ಲಿ ತಾರತಮ್ಯವನ್ನು ಅನುಭವಿಸುವ ಮಕ್ಕಳು, ತೀವ್ರ ಬಡತನವನ್ನು ಎದುರಿಸುವವರು, ಬುಡಕಟ್ಟು ಆದಿವಾಸಿಗಳು, ಹೆಣ್ಮಕ್ಕಳು, ಪರಿಶಿಷ್ಟ ಜಾತಿ, ಪಂಗಡಗಳಿಗೆ ಸೇರಿದವರು, ಬೇರೆ ರಾಜ್ಯಗಳಿಂದ ವಲಸೆ ಬಂದವರು, ಖಾಯಂ ಮನೆಗಳಿಲ್ಲದವರು–ಹೀಗೆ ಅನೇಕ ಸಂಕಷ್ಟಗಳನ್ನು ಎದುರಿಸುವವರು ಈ ವಿಭಾಗದಲ್ಲಿ ಸೇರುತ್ತಾರೆ.

ವಿಭಿನ್ನತೆಗಳನ್ನು, ಪರಿಮಿತಿಗಳನ್ನು ಅರಿತುಕೊಂಡು, ಅವರನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ ಗೌರವಿಸಬೇಕಾದುದು ನಮ್ಮ ಸಮೀಪನವಾಗಿರಬೇಕು. ಶಾಲೆಯ ಒಗ್ಗಟ್ಟಿನ ಕಾರ್ಯ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳ ಮೂಲಕ ಇಂಥವರ ಅನೇಕ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಬಹುದು.

(ಬಿ) ದೈಹಿಕ ಹಾಗೂ ಮಾನಸಿಕ ಸವಾಲುಗಳನ್ನು ಎದುರಿಸುವವರು

ದೈಹಿಕ ಹಾಗೂ ಮಾನಸಿಕ ಸವಾಲುಗಳನ್ನು ಎದುರಿಸುವವರಿಗೂ, ಕಲಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಕಷ್ಟವನ್ನು ಅನುಭವಿಸುವ ಮಕ್ಕಳಿಗೂ ಪ್ರತ್ಯೇಕವಾದ ಕಲಿಕಾ ವಿಧಾನದ ಅಗತ್ಯಗಳಿವೆ (special educational needs). ಕಿವುಡುತನ, ದೃಷ್ಟಿದೋಷ, ಬೌದ್ಧಿಕ ಮತ್ತು ಚಲನೆಯ ಪರಿಮಿತಿಗಳು, ಓಟಿಸಂ, ಸೆರೆಬ್ರಲ್ ಪಾಲ್ಸಿ, ಬಹುಮುಖವಾದ ವೈಕಲ್ಯಗಳು, ಭಾವನಾತ್ಮಕವಾದ ಅಸಮತೋಲನವಿರುವ ಮಕ್ಕಳು, ಗಮನಹರಿಸುವಲ್ಲಿ ಪರಿಮಿತಿಗಳಿರುವ ಮಕ್ಕಳು ಮುಂತಾದವರು ವಿಭಾಗದಲ್ಲಿ ಸೇರುತ್ತಾರೆ.

ಪಠ್ಯಕ್ರಮದ ವಿನಿಮಯ ಹಾದಿಯಲ್ಲಿ ನಾವು ಏನನ್ನು ಅನುಸರಿಸಬೇಕು?

- ಕಲಿಕೆಯ ಅಗತ್ಯಗಳು, ಅಭಿರುಚಿ ಇವುಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ ಕಲಿಕಾ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳ ಯೋಜನೆಗಳು.
- ಕಲಿಕಾ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲರ ಭಾಗವಹಿಸುವಿಕೆ ಇರುವಂತೆ ಪಾಠಯೋಜನೆಯಲ್ಲಿ ಹೊಂದಾಣಿಕೆ.
- ವಿಭಿನ್ನವಾದ ಕಲಿಕಾ ವೇಗ, ಕಲಿಕಾ ಶೈಲಿ ಇವುಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿಕೊಂಡು ವಿವಿಧ ಇಂದ್ರಿಯಾಧಾರಿತ ಸಮೀಪನ (multisensory approach) ಅನುಷ್ಠಾನ.
- ಪರಿಹಾರ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳು (Remedial Practices), ಪೋಷಕ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳು (Enrichment Practice) ಇವುಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬ ಮಗುವಿನ ಅಗತ್ಯವನ್ನು ಅನುಸರಿಸಿ ಅನುಷ್ಠಾನಗೊಳಿಸುವುದು.

- ವಿವಿಧ ಮೌಲ್ಯಮಾಪನ ಸಾಧ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಜಾರಿಗೊಳಿಸುವುದು.
- ಸಂಪನ್ಮೂಲ ಅಧ್ಯಾಪಕರ ಹಾಗೂ ಇತರ ತಜ್ಞರ ಸಹಾಯವನ್ನು ದೃಢಪಡಿಸುವುದು.
- ಮಗುವಿನ ಕಲಿಕೆ, ಸಂರಕ್ಷಣೆ ಮೊದಲಾದ ವಿಷಯಗಳಲ್ಲಿ ಹೆತ್ತವರ ನಿರಂತರ ಬೆಂಬಲವನ್ನು ದೃಢಪಡಿಸುವುದು.

ಈ ಎರಡು ವಿಭಾಗದ ಮಕ್ಕಳಲ್ಲದೆ, ವಿಶೇಷ ಗಮನ ಹಾಗೂ ಪರಿಗಣನೆ ನೀಡಬೇಕಾದ ಪ್ರತ್ಯೇಕ ಅಭಿರುಚಿ ಮತ್ತು ಸಾಮರ್ಥ್ಯಗಳಿರುವ ಮಕ್ಕಳೂ (Gifted Childrens) ಇದ್ದಾರೆ. ಹೀಗೆ ಎಲ್ಲ ವಿಭಾಗದ ಮಕ್ಕಳನ್ನು ಒಳಗೊಳ್ಳುವ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಶಾಲೆಯ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳನ್ನೂ ಭೌತಿಕ ಹಿನ್ನೆಲೆಗಳನ್ನೂ ಶಾಸ್ತ್ರೀಯವಾಗಿ ರೂಪಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ.

1.9 ಮಾಹಿತಿ ತಂತ್ರಜ್ಞಾನ – ಸಾಧ್ಯತೆ

ಮಾಹಿತಿ ವಿನಿಮಯಕ್ಕೆ ಅನೇಕ ವ್ಯವಸ್ಥೆಗಳು ಇಂದು ಬಳಕೆಯಲ್ಲಿವೆ ಅಲ್ಲವೇ? **ICT** ಬಳಕೆಯು ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ತುಂಬ ಪ್ರಯೋಜನಕರವಾದುದು. ಮಕ್ಕಳು ಇದರ ತಂತ್ರಜ್ಞಾನವನ್ನು ಹೆಚ್ಚು ಕಡಿಮೆ ತಿಳಿದವರೇ ಆಗಿದ್ದಾರೆ. ಈ ತಿಳುವಳಿಕೆಯನ್ನು ತರಗತಿಯ ಕಲಿಕೆಗೆ ಬಳಸಿಕೊಳ್ಳಬೇಕಾಗಿದೆ. ಕಲಿಕೆಯನ್ನು ಅನಾಯಾಸಕರ ಹಾಗೂ ಸಂತೋಷದಾಯಕವನ್ನಾಗಿಸಲು ಇದರಿಂದ ಸಾಧ್ಯ.

ಅಗತ್ಯ

ಪಠ್ಯಕ್ರಮ ವಿನಿಮಯದ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಹಂತದಲ್ಲಿ ಯೋಗ್ಯವಾದ **ICT** ಸಾಮಗ್ರಿಗಳನ್ನು ಅಗತ್ಯವಾದರೆ ಮಾತ್ರ ಬಳಸಿದರೆ ಸಾಕು. ಮುದ್ರಣ ಮಾಧ್ಯಮದಲ್ಲಿರುವ ಪಾಠಪುಸ್ತಕಗಳ ಮಿತಿಗಳಾದ ಚಲನಶೀಲತೆ, ಶಬ್ದಗಳನ್ನು ಕೇಳಿಸಲು ಆಗದಿರುವುದು ಮೊದಲಾದ ಕೊರತೆಗಳನ್ನು **ICT** ಸಾಧ್ಯತೆಗಳ ಮೂಲಕ ಪರಿಹರಿಸಬಹುದು. **ICT** ಬಳಕೆಯ ಅಗತ್ಯ ಯಾವ ಯಾವ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಬೇಕಾಗಿದೆ ಎಂದೂ ಅದರ ಪ್ರಯೋಜನವನ್ನು ಹೇಗೆ ಪಡೆಯಬಹುದೆಂದೂ ನಿರ್ಧರಿಸಲು ಅಧ್ಯಾಪಕರಿಗೆ ಸಾಧ್ಯವಾಗಬೇಕು.

ಹೊಂದಾಣಿಕೆ

ಮಗುವಿನ ಬುದ್ಧಿಯನ್ನೂ ಪ್ರತಿಭೆಯನ್ನೂ ಪ್ರಚೋದಿಸುವ **ICT** ಸಾಧ್ಯತೆಗಳು ಬೇಕಾಗಿವೆ. ಜಿಜ್ಞಾಸೆ ಮತ್ತು ಆಕಾಂಕ್ಷೆಯೊಂದಿಗೆ ಪಠ್ಯ ವಿಷಯದ ಬಗ್ಗೆ ಆಸಕ್ತಿ ಮೂಡುವಂತೆ **ICT** ಯನ್ನು ಬಳಸಬೇಕು. ಇಂದ್ರಿಯ ವೈಕಲ್ಯವುಳ್ಳವರಿಗೆ ಇದರ ಪ್ರಯೋಜನ ಹೆಚ್ಚು. ಶಬ್ದ ಹಾಗೂ ದೃಶ್ಯಗಳಿಂದ ವಿಷಯಗಳನ್ನು ಅನುಭವಕ್ಕೆ ತರಲು **ICT** ಪ್ರಯೋಜನಕಾರಿಯಾಗಿದೆ. ವಿಭಿನ್ನವಾದ ಕಲಿಕೆಯ ಶೈಲಿಗಳನ್ನು ಅಳವಡಿಸಿಕೊಂಡಿರುವ ಕಲಿಕೆಯ ಅನುಭವಗಳನ್ನು ಒದಗಿಸಲು ಇದು ಸಹಾಯಕವಾಗಿದೆ.

ವಿಶ್ವಸನೀಯತೆ

ಕಲಿಕಾ ಸಾಮಗ್ರಿಗಳ ಬಗೆಗಿನ ವಿಶ್ವಸನೀಯತೆಯನ್ನು ದೃಢಪಡಿಸಬೇಕು. ಸರಕಾರಿ ಇಲಾಖೆಗಳ ಸೈಟುಗಳು, ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ವೆಬ್‌ಸೈಟುಗಳು, ಪೋರ್ಟಲುಗಳು, ಬ್ಲಾಗುಗಳು, ಸಾಮಾಜಿಕ ಜಾಲ ತಾಣಗಳು ಮೊದಲಾದವುಗಳಿಂದ ಮಾಹಿತಿಗಳನ್ನು ಸಂಗ್ರಹಿಸುವಾಗ ಅದು ಅಧಿಕೃತವೇ ಎಂದು ದೃಢಪಡಿಸಬೇಕು. ತರಗತಿ ಕೋಣೆಯಲ್ಲಿ ಬಳಸುವ ಸಾಮಗ್ರಿಗಳ ಪ್ರಾಯೋಗಿಕ ನೆಲೆಯನ್ನು ದೃಢಪಡಿಸಬೇಕು. ಇಂತಹ ಸಾಮಗ್ರಿಗಳು ಕಾರ್ಯ ನಿರ್ವಹಿಸುವುದಕ್ಕೆ ಯೋಗ್ಯವಾದ ಸೋಫ್ಟ್‌ವೇರ್‌ಗಳು ಸುಲಭದಲ್ಲಿ ದೊರಕುವಂಥದ್ದೂ, ಉಪಯೋಗಕ್ಕೆ ಸಿಗುವಂಥದ್ದೂ ಆಗಿರಬೇಕು. ICT ಸಾಧ್ಯತೆಗಳು ಮಗುವಿನ ವಯಸ್ಸು, ಮಾನಸಿಕ ಸ್ಥಿತಿ ಇವುಗಳಿಗೆ ಹೊಂದಿಕೆಯಾಗುವಂತಿರಬೇಕು.

1.10 ಮೌಲ್ಯಗಳು, ಮನೋಧರ್ಮಗಳು, ಕಾಳಜಿ ಇವುಗಳನ್ನು ಬೆಳೆಸುವ ವಲಯಗಳು

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯಲ್ಲಿ ಮಾನವೀಯ ಮೌಲ್ಯ ಹಾಗೂ ಸಾಂವಿಧಾನಿಕ ಮೌಲ್ಯಗಳ ಕುರಿತು ಅರಿವು ಮೂಡಿಸುವುದು, ಸಾಮಾಜಿಕ ಜೀವನವನ್ನು ಬಲಗೊಳಿಸುವ ಮನೋಧರ್ಮವನ್ನು ಮೂಡಿಸುವುದು, ಸಾಮಾಜಿಕ ಕಾಳಜಿಯನ್ನು ಬೆಳೆಸುವುದು ಮೊದಲಾದವು ಪಠ್ಯ ಕ್ರಮದ ಪ್ರಥಮ ಪರಿಗಣನೆಯ ವಿಷಯಗಳಾಗಿವೆ. ಇವುಗಳನ್ನು ಬೆಳೆಸಲು ಸೂಚಿಸಲಾದ ಆಶಯ ವಲಯಗಳನ್ನು ಕೆಳಗೆ ನೀಡಲಾಗಿದೆ.

ಪ್ರಜಾಪ್ರಭುತ್ವ ಪ್ರಜ್ಞೆ

ವಿವಿಧ ವಿಷಯಗಳನ್ನು ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡುವಾಗ ಪ್ರಜಾಪ್ರಭುತ್ವ ವ್ಯವಸ್ಥೆಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ದೃಷ್ಟಿಕೋನಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಬೇಕು. ಕಲಿಕಾ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳ ಯೋಜನೆಯಲ್ಲಿಯೂ ವಿನಿಮಯ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯಲ್ಲಿಯೂ ಪ್ರಜಾಪ್ರಭುತ್ವದ ಸಮೀಪನ ಇರಬೇಕಾಗಿದೆ. ಪ್ರಜಾಪ್ರಭುತ್ವ ರೀತಿಯ ತರಗತಿ, ಶಾಲಾ ಪ್ರದೇಶಗಳು (ಪ್ರಜಾಪ್ರಭುತ್ವ ರೀತಿಯ ವೇದಿಕೆಗಳು), ಪ್ರಜಾಪ್ರಭುತ್ವ ಜೀವನ ಸಮೀಪನ ಮೊದಲಾದವುಗಳಿಂದ ಈ ಪ್ರಜ್ಞೆಯನ್ನು ಬೆಳೆಸುವುದು ಪಠ್ಯಕ್ರಮದ ಉದ್ದೇಶವಾಗಿದೆ.

ಸಾಂವಿಧಾನಿಕ ಮೌಲ್ಯಗಳು

ನಮ್ಮ ಸಂವಿಧಾನವು ಎತ್ತಿ ಹಿಡಿದಿರುವ ಮೌಲ್ಯಗಳನ್ನೂ ಗುರಿಗಳನ್ನೂ ಪಠ್ಯಕ್ರಮವು ಪ್ರತಿಫಲಿಸುವಂತಿರಬೇಕು. ಸಾಂವಿಧಾನಿಕ ಮೌಲ್ಯಗಳನ್ನು ಸಾಧಿಸುವುದಕ್ಕಾಗಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನು ಸಮರ್ಥರನ್ನಾಗಿಸುವ ಪಾಠಗಳನ್ನೂ ವಿನಿಮಯ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನೂ ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡುವತ್ತ ಗಮನಿಸಬೇಕು.

ಜಾತ್ಯತೀತ ಮನೋಭಾವ

ಜಾತ್ಯತೀತ ಮನೋಧರ್ಮವನ್ನು ಬೆಳೆಸುವಂಥ ವಿಷಯಗಳನ್ನು ಪಾಠಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ಅಳವಡಿಸಿಕೊಂಡು,

ಯೋಗ್ಯವಾದ ಕಲಿಕಾ ರೀತಿಯನ್ನು ಸ್ವೀಕರಿಸಬೇಕು.

ಸಹಿಷ್ಣುತೆ

ಭಿನ್ನಾಭಿಪ್ರಾಯವುಳ್ಳವರನ್ನೂ ಸಹನೆಯಿಂದ ಕಾಣುವುದು ಎಂಬ ಮೂಲ ತತ್ವವನ್ನು ಪಠ್ಯಕ್ರಮವು ಗುರಿಯಾಗಿಸಬೇಕು.

ಕ್ರಿಯಾಶೀಲ – ಸೃಜನಶೀಲ ಚಿಂತನೆ

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಲ್ಲಿ ಕ್ರಿಯಾಶೀಲವೂ ಸೃಜನಶೀಲವೂ ಆಗಿರುವ ಚಿಂತನೆಗಳನ್ನೂ, ಸಂಶೋಧನ ಬುದ್ಧಿಯನ್ನೂ ಬೆಳೆಸಬೇಕಾಗಿದೆ. ಪಠ್ಯಕ್ರಮದ ಪಠ್ಯ ವಿಷಯಗಳಲ್ಲಿ ಹಾಗೂ ಕಲಿಕಾ ತಂತ್ರಗಳಲ್ಲಿ ಸೃಜನಶೀಲ ಹುಡುಕಾಟಕ್ಕೆ ಅವಕಾಶವಿರಬೇಕು. ಬಹುಮುಖ ಬೌದ್ಧಿಕತೆ (multiple intelligence) ಯ ಹಂತಗಳನ್ನು ಇದಕ್ಕಾಗಿ ಪರಿಗಣಿಸಬೇಕು.

ಸಂಸ್ಕೃತಿ ಹಾಗೂ ಪರಂಪರೆಯನ್ನು ಗೌರವಿಸುವುದು

ನಮ್ಮ ಸಾಂಸ್ಕೃತಿಕ ಪರಂಪರೆ ಹಾಗೂ ಇತಿಹಾಸವನ್ನು ಗೌರವಿಸುವ ಮನೋಧರ್ಮದ ನಿರ್ಮಾಣ ಎಂಬುದು ಪಠ್ಯಕ್ರಮವು ಪೂರೈಸಬೇಕಾದ ಮುಖ್ಯ ಗುರಿಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದಾಗಿದೆ.

ಸಮತ್ವ ಎಂಬ ಆಶಯ

ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಹಾಗೂ ಕಲಿಕಾ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳಲ್ಲಿ ಸಮಾನತೆ, ಸಮತ್ವ ಮೊದಲಾದವುಗಳನ್ನು ದೃಢಪಡಿಸಬೇಕಾದುದು ಅನಿವಾರ್ಯವಾಗಿದೆ.

ನಾಯಕತ್ವಗುಣ

ಹೊಸ ಸಹಸ್ರಮಾನದ ಸವಾಲುಗಳನ್ನು ಎದುರಿಸಲೂ, ಸಾಧ್ಯತೆಗಳನ್ನು ವಿನಿಯೋಗಿಸಲೂ ಸಮರ್ಥರಾದ ನಾಯಕರನ್ನು ಸೃಷ್ಟಿಸಲು ಯೋಗ್ಯವಾದ ಕಲಿಕಾ ತಂತ್ರಗಳನ್ನು ಅಭಿವೃದ್ಧಿ ಪಡಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ. ತರಗತಿಯ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಭಾಗವಹಿಸುವಿಕೆಯನ್ನು ದೃಢಗೊಳಿಸಿ, ನಾಯಕತ್ವ ಗುಣಗಳನ್ನು ಅಭಿವೃದ್ಧಿ ಪಡಿಸುವ ಪರಿಸರವನ್ನು ಸೃಷ್ಟಿಸಬೇಕಾದ ಅಗತ್ಯವಿದೆ.

ಜೀವನ ಕೌಶಲ್ಯ ಶಿಕ್ಷಣ

ದೈನಂದಿನ ಬದುಕಿನಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಿಗಳು ಅನುಭವಿಸುವ ಸಮಸ್ಯೆ ಹಾಗೂ ಸವಾಲುಗಳನ್ನು ಫಲಪ್ರದವಾಗಿ ಎದುರಿಸಲು ಸಹಾಯಕವಾದ ಸ್ವಭಾವಗಳನ್ನು ಗಳಿಸಿಕೊಳ್ಳುವ ಸಾಮರ್ಥ್ಯವೇ ಜೀವನ ಕೌಶಲ್ಯಗಳು. ತನ್ನನ್ನು

ತಾನು ಅರಿತುಕೊಳ್ಳುವುದು, ಇತರರನ್ನು ಅರಿತುಕೊಳ್ಳುವುದು, ವಿಚಾರ ವಿನಿಮಯ ಸಾಮರ್ಥ್ಯ, ವ್ಯಕ್ತಿಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧ, ಸೃಜನಶೀಲ ಚಿಂತನೆ, ವಿಮರ್ಶಾತ್ಮಕ ಚಿಂತನೆ, ತೀರ್ಮಾನಗಳನ್ನು ಕೈಗೊಳ್ಳುವ ಸಾಮರ್ಥ್ಯ, ಸಮಸ್ಯೆಗಳ ಪರಿಹಾರ, ಭಾವನಾತ್ಮಕ ಸಮತೋಲನ, ಒತ್ತಡದ ನಿಭಾಯಿಸುವಿಕೆ ಮೊದಲಾದವು ಜೀವನಕೌಶಲ್ಯಗಳಾಗಿವೆ. ಮಕ್ಕಳ ಪರಿಸರವನ್ನು ಹೊಂದಿಕೊಂಡು ಈ ವಲಯಗಳ ಘಟಕಗಳನ್ನು ಪಠ್ಯಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಅಳವಡಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ. ಬದುಕಿನಲ್ಲಿ ಆತ್ಮವಿಶ್ವಾಸದೊಂದಿಗೆ ಮುಂದುವರಿಯಲು ಇಂತಹ ಕೌಶಲ್ಯಗಳು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗೆ ಸಹಾಯಕವಾಗುತ್ತವೆ.

ಪೌರಧರ್ಮ

ರಾಷ್ಟ್ರಗಳು ಪ್ರಜೆಗಳಿಗೆ ಹೇಗೋ ಹಾಗೆಯೇ ಪ್ರಜೆಗಳು ರಾಷ್ಟ್ರಕ್ಕೆ ಸಲ್ಲಿಸಬೇಕಾದ ಕೆಲವು ಧರ್ಮಗಳೂ, ಕರ್ತವ್ಯಗಳೂ ಇವೆ. ಒಂದು ರಾಷ್ಟ್ರದ ಅಭಿವೃದ್ಧಿ ಎಂದರೆ ಮಾನವ ಸಂಪನ್ಮೂಲದ ಅಭಿವೃದ್ಧಿ ಎಂದು ತಿಳಿಯುವ ಈ ಕಾಲದಲ್ಲಿ ಪೌರಪ್ರಜ್ಞೆಯಿರುವ ಜನರನ್ನು ಸೃಷ್ಟಿಸುವುದು ಶಿಕ್ಷಣದ ಪ್ರಧಾನ ಕರ್ತವ್ಯವಾಗಿದೆ. ಸ್ವತಂತ್ರವಾದ ಸಮಾಜ ಸೃಷ್ಟಿಯೊಂದಿಗೆ ಜವಾಬ್ದಾರಿ ಮತ್ತು ಶಿಸ್ತಿನಿಂದ ಕೂಡಿದ ಪ್ರಜೆಗಳನ್ನು ಸೃಷ್ಟಿಸುವುದು ಶಿಕ್ಷಣ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯ ಗುರಿಯಾಗಿದೆ.

ಮಾನವ ಹಕ್ಕುಗಳು

ಮಾನವ ಎಂಬ ನೆಲೆಯಲ್ಲಿ ಈ ಭೂಮಿಯಲ್ಲಿ ಗೌರವದಿಂದ ಬದುಕುವ ವ್ಯಕ್ತಿಯ ಹಕ್ಕುಗಳೇ ಮಾನವ ಹಕ್ಕುಗಳು. ಸಂಯುಕ್ತರಾಷ್ಟ್ರ ಸಂಘದ ಮಾನವ ಹಕ್ಕುಗಳ ಘೋಷಣೆಯಲ್ಲಿ ಸಾರ್ವತ್ರಿಕವಾಗಿ ಅಂಗೀಕಾರ ಲಭಿಸಿದ ಮಾನವ ಹಕ್ಕು ಗಳಿಗೆ ಪಠ್ಯಕ್ರಮದಲ್ಲಿಯೂ ಪಾಠವಿನಿಮಯ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯಲ್ಲಿಯೂ ಸೂಕ್ತ ಪ್ರಾಧಾನ್ಯವನ್ನು ನೀಡಬೇಕಾಗಿದೆ.

ಮಕ್ಕಳ ಹಕ್ಕುಗಳು

ಮಕ್ಕಳ ಎಲ್ಲ ರೀತಿಯ ಹಕ್ಕುಗಳನ್ನು ಸಂರಕ್ಷಿಸಬೇಕಾದ ಜವಾಬ್ದಾರಿ ನಮ್ಮ ಕರ್ತವ್ಯವಾಗಿದೆ.

ಪ್ರಕೃತಿ – ಪ್ರಕೃತಿ ಸಂಪನ್ಮೂಲ ಸಂರಕ್ಷಣೆ, ಪರಿಸರ ಶುಚಿತ್ವ

ಪ್ರಕೃತಿ ಸಂಪನ್ಮೂಲಗಳ ಸಂರಕ್ಷಣೆ, ಪರಿಸರ ಶುಚಿತ್ವ, ಪ್ರಕೃತಿ ಮತ್ತು ಪ್ರಾಕೃತಿಕ ಸಂಪನ್ಮೂಲಗಳ ಕುರಿತು ಪ್ರಾಥಮಿಕ ದೃಷ್ಟಿಕೋನಗಳನ್ನು ಪ್ರಾಥಮಿಕ ತರಗತಿಗಳಿಂದಲೇ ಅಳವಡಿಸಿಕೊಳ್ಳಬೇಕು. ವ್ಯಕ್ತಿ ಶುಚಿತ್ವದಂತೆಯೇ ಪರಿಸರ ಶುಚಿತ್ವವೂ ಅಗತ್ಯ ಎಂಬ ಶುಚಿತ್ವದ ಪ್ರಜ್ಞೆಯನ್ನು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಲ್ಲಿ ಮೂಡಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ. ಪ್ರಕೃತಿ ಮತ್ತು ಪ್ರಾಕೃತಿಕ ಸಂಪನ್ಮೂಲಗಳು ಕೇವಲ ಮಾನವನಿಗೆ ಮಾತ್ರ ಸೇರಿದ್ದಲ್ಲ ಮತ್ತು ಪ್ರಕೃತಿಯ ಸಮತೋಲನವನ್ನು ಕಾಪಾಡದಿದ್ದರೆ ವ್ಯಾಪಕವಾದ ದುರಂತಗಳಿಗೆ ಕಾರಣವಾಗುವುದು ಎಂಬ ಮನೋಭಾವವನ್ನು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಲ್ಲಿ ಬೆಳೆಸಬೇಕು. ಪ್ರಾಕೃತಿಕ ಸಂಪನ್ಮೂಲ ಸಂರಕ್ಷಣೆ ಹಾಗೂ ಪರಿಸರ

ಶುಚಿತ್ವವನ್ನು ಒಂದು ಜೀವನ ಮೌಲ್ಯವಾಗಿ ಮತ್ತು ಮನೋಧರ್ಮವಾಗಿ ಬದಲಾಯಿಸುವ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳನ್ನು ಅನುಷ್ಠಾನಗೊಳಿಸಬೇಕು.

ಶಾಂತಿಯ ಶಿಕ್ಷಣ

ವೈಯುಕ್ತಿಕವಾಗಿಯೂ ಸಾಮಾಜಿಕವಾಗಿಯೂ ಶಾಂತಿ ಮತ್ತು ಸಮಾಧಾನವನ್ನು ಕಾಪಾಡುವ ಸಾಮರ್ಥ್ಯ ಮತ್ತು ಮನೋಭಾವಗಳನ್ನು ಬೆಳೆಸುವುದು ಶಾಂತಿ ಶಿಕ್ಷಣದ ಮುಖ್ಯ ಗುರಿ. ಸಂಘರ್ಷಗಳು ಹಾಗೂ ಅವುಗಳಿಗೆ ಕಾರಣವಾಗುವ ಹಿನ್ನೆಲೆಗಳನ್ನು ಬಿಟ್ಟು ಶಾಂತಿ, ಸೌಹಾರ್ದ ಹಾಗೂ ಸಮಾಧಾನದ ಸಾಧ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಪಠ್ಯಕ್ರಮದ ವಿವಿಧ ವಿಷಯಗಳಲ್ಲಿ ಅಳವಡಿಸಬೇಕಾದುದು ಈ ಶಿಕ್ಷಣ ನೀತಿಯ ಅಗತ್ಯವಾಗಿದೆ.

ಕಾನೂನು ಸಾಕ್ಷರತೆ

ಕಾನೂನು ಸಂಬಂಧವಾದ ತಿಳುವಳಿಕೆಯು ಪ್ರಜಾಪ್ರಭುತ್ವ ದೇಶದ ಪ್ರಜೆಗಳಿಗೆ ಅತಿ ಅಗತ್ಯವಾಗಿದೆ. ಕಾನೂನು ಸಾಕ್ಷರತೆಯನ್ನು ದೃಢಪಡಿಸುವ ಪಾಠಭಾಗಗಳನ್ನು ವಿಷಯಕ್ಕೆ ಹೊಂದಿಕೊಂಡು ಅಳವಡಿಸಬೇಕಾದುದು ಕಾಲದ ಅಗತ್ಯವಾಗಿದೆ. ಕಾನೂನು ಸಹಾಯ ವೇದಿಕೆ, ಕಾನೂನು ಕ್ಲಬ್‌ಗಳು, ಕಾನೂನು ಕ್ಲಿನಿಕ್‌ಗಳು, ಕಾನೂನು ತಿಳುವಳಿಕಾ ಶಿಬಿರಗಳು ಮೊದಲಾದ ವಿಭಿನ್ನ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳನ್ನು ಆಯೋಜಿಸಬಹುದು.

ಸೈಬರ್ ಅಪರಾಧಗಳ ಕುರಿತಾಗಿರುವ ತಿಳುವಳಿಕೆ

ಮಾಹಿತಿ ತಂತ್ರಜ್ಞಾನದ ಬಳಕೆಯಿರುವ ಸಮಕಾಲೀನ ಜಗತ್ತಿನಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿದಿನವೆಂಬಂತೆ ಸೈಬರ್ ದುರುಪಯೋಗ ಮತ್ತು ಅಪರಾಧ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳು ಹೆಚ್ಚುತ್ತಿವೆ. ಮಕ್ಕಳನ್ನು ಇಂತಹ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳಿಂದ ದೂರವಿರಿಸುವ ತಿಳುವಳಿಕೆಯನ್ನು ಪಠ್ಯಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಅಳವಡಿಸಬೇಕು. ಇ–ಮೈಲ್, ಇಂಟರ್‌ನೆಟ್, ಸಾಮಾಜಿಕ ಜಾಲತಾಣಗಳು ಮೊದಲಾದವುಗಳ ಉಪಯೋಗವನ್ನು ಕುರಿತು ಸ್ಪಷ್ಟವಾದ ತಿಳುವಳಿಕೆಯನ್ನೂ ಅವುಗಳ ಬಳಕೆಯ ಗುಣ ದೋಷಗಳನ್ನೂ ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಒದಗಿಸಬೇಕು. ಸೈಬರ್ ಅಪರಾಧಗಳಿಗಿರುವ ಶಿಕ್ಷೆ ಹಾಗೂ ಇಂಟರ್‌ನೆಟ್ ಬಳಕೆಯ ನೈತಿಕತೆಯನ್ನು ಪಠ್ಯಕ್ರಮದ ಮೂಲಕ ತಿಳಿಸಬೇಕು.

ಮಾಧ್ಯಮ ತಿಳುವಳಿಕೆ

ಪತ್ರಿಕೆ ಹಾಗೂ ದೃಶ್ಯಮಾಧ್ಯಮಗಳಿಗೆ ನಮ್ಮ ಸಮಾಜದಲ್ಲಿ ಬಹಳ ಪ್ರಾಧಾನ್ಯವಿದೆ. ದೃಶ್ಯಮಾಧ್ಯಮಗಳು ಮಕ್ಕಳ ಮೇಲೆ ಬೀರುವ ಪರಿಣಾಮ ಅಪಾರ. ಹೀಗೆ ಮಾಧ್ಯಮ ಸಂಬಂಧಿ ಮಾಹಿತಿಗಳನ್ನು ನೀಡುವ ಘಟಕಗಳನ್ನು ಪಠ್ಯಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಸೇರ್ಪಡೆಗೊಳಿಸುವುದು ಅಗತ್ಯವಾಗಿದೆ.

ಶಾಶ್ವತ ಅಭಿವೃದ್ಧಿ ದೃಷ್ಟಿಕೋನ

ಈ ಭೂಮಿಯು ಮಾನವನಿಗೆ ಮಾತ್ರ ಸೇರಿದ್ದಲ್ಲ ಎಂಬ ಪರಿಸರ ಪ್ರಜ್ಞೆಯನ್ನು ಪಠ್ಯಕ್ರಮವು ಒದಗಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ. ಪರಿಸರ ಸಂಬಂಧವಾದ ಸವಾಲುಗಳು, ಪರಿಸರ ನಾಶಕ್ಕೆ ಕಾರಣವಾಗುವ ಮಾನವನ ಕೈವಾಡಗಳು ಹಾಗೂ ಪರಿಸರವನ್ನು ದುರಂತಗಳಿಂದ ಪಾರುಮಾಡುವ ದಾರಿಗಳ ಕುರಿತು ಪ್ರಜ್ಞೆಯನ್ನು ಮೂಡಿಸಬೇಕಾದುದು ಇಂದಿನ ಅಗತ್ಯವಾಗಿದೆ. ಪರಿಸರ ಮತ್ತು ಅಭಿವೃದ್ಧಿಯನ್ನು ಸಂಯೋಜಿಸುವುದು ಹೇಗೆ ಎಂಬುದನ್ನೂ ಶಾಶ್ವತವಾದ ಅಭಿವೃದ್ಧಿಯ ದೃಷ್ಟಿಕೋನಗಳನ್ನೂ ಸಂಶೋಧನೆಗಳನ್ನೂ ಪಠ್ಯಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಅಳವಡಿಸಬೇಕು. ಸಮಗ್ರವಾದ ಪರಿಸರ ಪ್ರಜ್ಞೆಯನ್ನು ಹುಟ್ಟಿಸುವುದು ಪಠ್ಯಕ್ರಮದ ಮುಖ್ಯ ಉದ್ದೇಶಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು.

ಬಾಲ್ಯ ಶಿಕ್ಷಣ

ಮಕ್ಕಳ ಮನಶಾಸ್ತ್ರಜ್ಞರು, ಆರೋಗ್ಯ ಕಾರ್ಯಕರ್ತರು, ವೈದ್ಯರು ಹಾಗೂ ಅಧ್ಯಾಪಕರ ಸಂಯುಕ್ತ ಪರಿಶ್ರಮಗಳ ಮೂಲಕ ಬಾಲ್ಯ ಶಿಕ್ಷಣಕ್ಕೆ ಯೋಗ್ಯವಾದ ಘಟಕಗಳನ್ನು ಪಠ್ಯಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಅಳವಡಿಸಲು ಪರಿಗಣಿಸಬೇಕು. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಆರೋಗ್ಯ, ಶುಚಿತ್ವ ಇವುಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಸಂಶಯಗಳನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಲು ವೈಜ್ಞಾನಿಕವಾದ ಮಾಹಿತಿಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸುವುದು ಅಗತ್ಯವಾಗಿದೆ.

ಉಪಭೋಗ ಸಂಸ್ಕೃತಿ–ದುಷ್ಪರಿಣಾಮಗಳು

ಉಪಭೋಗ ಸಂಸ್ಕೃತಿಯ ದುಷ್ಪರಿಣಾಮಗಳ ಕುರಿತಾದ ಸತ್ಯಾಂಶಗಳನ್ನು ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಶಾಲಾ ಮಟ್ಟದಿಂದಲೇ ಪಠ್ಯಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಅಳವಡಿಸಬೇಕು. ಬಳಕೆದಾರ ಎಂಬ ನೆಲೆಯಲ್ಲಿ ನಮ್ಮ ಹಕ್ಕುಗಳನ್ನೂ, ಬಳಕೆದಾರರಿಗೆ ನೆರವಾಗುವ ಕಾನೂನುಗಳನ್ನೂ ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ತಿಳಿಸಿಕೊಡಬೇಕು.

ಮಾದಕ ದ್ರವ್ಯ ವಿರೋಧಿ ನಿಲುವು

ಮದ್ಯ, ಮಾದಕ ವಸ್ತುಗಳು, ಹೊಗೆ ಸೊಪ್ಪು ಹಾಗೂ ಇತರ ಮಾದಕ ದ್ರವ್ಯಗಳ ಬಳಕೆಯು ಹೊಸ ತಲೆಮಾರಿನ ಆರೋಗ್ಯವನ್ನು ಕೆಡಿಸುತ್ತದೆ ಎಂಬ ಅರಿವು ನಮ್ಮದಾಗಬೇಕು. ಮುಂದಿನ ತಲೆಮಾರನ್ನು ಇವುಗಳಿಂದ ಮುಕ್ತಗೊಳಿಸಿ ರಕ್ಷಿಸಬೇಕು. ಅದಕ್ಕಾಗಿ ಮಾದಕದ್ರವ್ಯಗಳ ಉಪಯೋಗದಿಂದ ಉಂಟಾಗುವ ದೈಹಿಕ ಮಾನಸಿಕ ತೊಂದರೆಗಳನ್ನು ತಿಳಿಸುವ ಚಿತ್ರಗಳು, ಲಘು ಬರಹಗಳು, ದೃಶ್ಯಗಳನ್ನು ಪಠ್ಯಕ್ರಮದ ವಿಷಯಗಳಲ್ಲಿ ಅಳವಡಿಸಬೇಕು. ಮಾದಕ ದ್ರವ್ಯ ವಿರೋಧಿ ನಿಲುವನ್ನು ಸೃಷ್ಟಿಸುವುದು ಇವುಗಳ ಮುಖ್ಯ ಗುರಿಯಾಗಿರಬೇಕು.

ಲಿಂಗ ಸಮಾನತೆ

ಪಠ್ಯಕ್ರಮವು ಲಿಂಗ ಸಮಾನತೆಯನ್ನು ದೃಢಪಡಿಸುವಂತಿರಬೇಕು. ಗಂಡು – ಹೆಣ್ಣು ಎಂಬ ಭೇದಭಾವಗಳು ಪಠ್ಯಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ನುಸುಳಬಾರದು. ಪಾಠಪುಸ್ತಕಗಳ ಚಿತ್ರಗಳಲ್ಲಿ ಕೂಡಾ ಲಿಂಗ ಸಮಾನತೆಯ ದೃಷ್ಟಿಕೋನವಿರಬೇಕು. ಕಲಿಕಾ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿಯೂ ಈ ಲಿಂಗ ಸಮಾನತೆಯನ್ನು ದೃಢಪಡಿಸಬೇಕಾದುದು ಅಧ್ಯಾಪಕರ ಕರ್ತವ್ಯವಾಗಿದೆ.

ಮಿತವ್ಯಯ ಗುಣ

ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಶಾಲಾ ಹಂತದಲ್ಲಿಯೇ ಮಿತವ್ಯಯ ಗುಣವನ್ನು ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಕಲಿಸಬೇಕು. ಮಿತವ್ಯಯ ಗುಣದ ಅಗತ್ಯ ಮತ್ತು ಮಹತ್ವವನ್ನು ತಿಳಿಸಿಕೊಡಬೇಕು. ಮಿತವ್ಯಯವನ್ನು ಪ್ರಾಯೋಗಿಕ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳ ಮೂಲಕ ತಿಳಿಸಿಕೊಡಬೇಕು.

ರಸ್ತೆ ಸುರಕ್ಷೆ

ರಸ್ತೆಯಲ್ಲಿ ಪಾಲಿಸಬೇಕಾದ ನಿಮಯಗಳು, ರಸ್ತೆ ಅಪಘಾತಗಳನ್ನು ತಪ್ಪಿಸಲು ಇರುವ ಪ್ರಾಯೋಗಿಕ ಸೂಚನೆಗಳು, ಚಟುವಟಿಕೆಗಳು ಮೊದಲಾದವು ರಸ್ತೆ ಸುರಕ್ಷೆಯ ಘಟಕಗಳಾಗಿವೆ. ರಸ್ತೆಯು ಸಾರ್ವಜನಿಕ ಸ್ಥಳವೆಂದೂ, ನಮ್ಮ ಹಾಗೆ ಇತರರಿಗೂ ರಸ್ತೆಯನ್ನು ಬಳಸುವ ಸ್ವಾತಂತ್ರ್ಯವಿದೆ ಎಂದೂ ಪೌರಪ್ರಜ್ಞೆಯನ್ನು ಹುಟ್ಟಿಸಬೇಕು. ರಸ್ತೆ ಸುರಕ್ಷತೆಯ ಸಂಬಂಧವಾಗಿ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳಿಗೆ ಪ್ರಾಧಾನ್ಯ ನೀಡಬೇಕು.

ಪಠ್ಯಕ್ರಮದ ಸ್ವಾಭಾವಿಕವಾದ ವಿನಿಮಯದಲ್ಲಿ ಈ ಘಟಕಗಳನ್ನು ಹಿನ್ನೆಲೆಯಾಗಿಟ್ಟುಕೊಂಡು ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳನ್ನು ದೃಢಪಡಿಸಬೇಕು. ವಿವಿಧ ವಿಷಯಗಳ ಒಳ ಹೂರಣದ ಆಶಯಗಳ ಆಯ್ಕೆಯಲ್ಲಿಯೂ ಕಲಿಕಾ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳನ್ನು ಕ್ರಮೀಕರಿಸುವಾಗಲೂ ಸಾಕಷ್ಟು ಪರಿಗಣನೆಯನ್ನು ನೀಡಬೇಕಾಗಿದೆ. ಬೋಧನೆ ಮತ್ತು ಕಲಿಕೆಯ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಸಾಗುವಾಗ ಇಂತಹ ಆಶಯಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ತಿಳುವಳಿಕೆ, ಕೌಶಲ್ಯ, ಮನೋಭಾವ ಇವುಗಳಿಗೆ ಒತ್ತು ನೀಡಬೇಕು. ನಿರಂತರ ಮೌಲ್ಯಮಾಪನ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಗಳ ಮೂಲಕ ಈ ಗುರಿಗಳನ್ನು ಈಡೇರಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗಿದೆಯೇ ಎಂದು ಪರಿಶೋಧಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗಬೇಕು. ವಿವಿಧ ಕ್ಲಬ್‌ಗಳ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳು, SPC, NCC, Scouts & Guides, JRC, ವಿದ್ಯಾರಂಗ ಕಲಾ ಸಾಹಿತ್ಯವೇದಿಕೆ, ಗಾಂಧೀದರ್ಶನ ಮೊದಲಾದ ವ್ಯವಸ್ಥೆಗಳು ಮೌಲ್ಯಗಳನ್ನೂ ಮನೋಧರ್ಮಗಳನ್ನೂ ಕಾಳಜಿಯನ್ನೂ ಬೆಳೆಸುವ ವೇದಿಕೆಗಳಾಗಬೇಕು.

1.11 ಹಕ್ಕು ಆಧಾರಿತ ಶಿಕ್ಷಣ (Right Based Education)

ಮಕ್ಕಳ ಹಕ್ಕುಗಳನ್ನು ನಿರ್ಣಯಿಸಿ ಜಗತ್ತಿನಾದ್ಯಂತ ಅನುಷ್ಠಾನಗೊಳಿಸಲು ಯುನೆಸ್ಕೋ ನೇತೃತ್ವ ವಹಿಸಿದೆ. ಈ ಹಿನ್ನೆಲೆಯಲ್ಲಿ ವಿವಿಧ ದೇಶಗಳಲ್ಲಿ ಮಕ್ಕಳ ಹಕ್ಕುಗಳ ಸಂರಕ್ಷಣೆಗಾಗಿ ಅನೇಕ ಕಾನೂನುಗಳನ್ನು ರಚಿಸಲಾಗಿದೆ.

ಭಾರತದಲ್ಲಿ ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಶಿಕ್ಷಣ ಹಕ್ಕು ನಿಯಮ– 2009 ಕಾರ್ಯಗತವಾಗಿರುವುದು ಈ ನಿಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ ಒಂದು ಮೈಲಿಗಲ್ಲು. ಮಕ್ಕಳ ಎಲ್ಲ ರೀತಿಯ ಹಕ್ಕುಗಳನ್ನು ಸಂರಕ್ಷಿಸುವ ಜವಾಬ್ದಾರಿಯು ಹಿರಿಯರಾದ ನಮ್ಮ ಕರ್ತವ್ಯವಾಗಿದೆ. ಶಿಕ್ಷಣ ಹಕ್ಕುಗಳ ಕುರಿತು ಹೇಳುವಾಗ ಅವುಗಳನ್ನು ಮೂರು ಮುಖ್ಯ ಘಟಕಗಳಾಗಿ ವಿಂಗಡಿಸಬಹುದು.

- ಭಾಗವಹಿಸುವಿಕೆ (Participation)
- ಲಭ್ಯತೆ (Provision)
- ಸಂರಕ್ಷಣೆ (Protection)

ಭಾಗವಹಿಸುವಿಕೆ (Participation)

- ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಎಲ್ಲ ತೀರ್ಮಾನಗಳಲ್ಲಿ ನನ್ನ ಅಭಿಪ್ರಾಯವನ್ನು ಕೇಳುತ್ತಾರೆ.
- ತೀರ್ಮಾನಗಳಲ್ಲಿ ನನ್ನ ಅಭಿಪ್ರಾಯಕ್ಕೆ ಮುಖ್ಯ ಪರಿಗಣನೆ ಇದೆ.
- ನನ್ನ ಸಾಮರ್ಥ್ಯ ಹಾಗೂ ಮಿತಿಗಳಿಗೆ ಹೊಂದಿಕೊಂಡು ನೀಡಲಾಗುವ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳಲ್ಲಿ ಭಾಗವಹಿಸಲು ನನಗೆ ಅವಕಾಶ ಲಭಿಸುತ್ತದೆ.
- ನನ್ನ ಸಾಮರ್ಥ್ಯಗಳನ್ನು ಪೋಷಿಸಲೂ ಮಿತಿಗಳನ್ನು ದಾಟಲೂ ಯೋಗ್ಯವಾದ ಕಲಿಕಾ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಗಳ ಮೂಲಕ ಸಾಗಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ.
- ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ನಡೆಯುವ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳಲ್ಲಿ ನನಗೂ ಸಹಪಾಠಿಗಳಿಗೂ ಕ್ರಿಯಾಶೀಲವಾದ ಭಾಗವಹಿಸುವಿಕೆ ಲಭಿಸುತ್ತಿದೆ.
- ನನ್ನ ಸಾಮರ್ಥ್ಯಗಳನ್ನು ಪ್ರದರ್ಶಿಸಲು ನನಗೆ ಅವಕಾಶ ಸಿಗುತ್ತದೆ.

ಲಭ್ಯತೆ (Provision)

- ಸರಿಯಾದ ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ಯೋಗ್ಯತೆಯಿರುವ, ಜ್ಞಾನವನ್ನು ಕಾಲಕ್ಕನುಸರಿಸಿ ನವೀಕರಿಸುವ ಅಧ್ಯಾಪಕರ ಸೇವೆ ನನಗೆ ಲಭಿಸುತ್ತಿದೆ.
- ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಸಮಯದಲ್ಲಿ ಕಲಿಕಾನುಭವಗಳು ಸರಿಯಾದ ಕಾಲಕ್ಕೆ ಸಿಗುತ್ತಿವೆ.
- ದೈಹಿಕ, ಮಾನಸಿಕ ಬೆಳವಣಿಗೆಗೆ ಪೂರಕವಾಗಿರುವ ತರಗತಿ ಪರಿಸರ ನನಗೆ ಲಭಿಸುತ್ತಿದೆ.
- ಕಲಿಕಾ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳಿಗೆ ಅಗತ್ಯವಾದ ಕಲಿಕೋಪಕರಣಗಳನ್ನು ಯಥಾಕಾಲಕ್ಕೆ ಒದಗಿಸಿಕೊಡಲು ನನ್ನ ಅಧ್ಯಾಪಕರಿಗೆ ಸಾಧ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ.
- ಕಲೆ ಮತ್ತು ಕ್ರೀಡೆಯ ಬೆಳವಣಿಗೆಗೆ ಅಗತ್ಯವಾದ ಉಪಕರಣಗಳೂ ಅವಕಾಶಗಳೂ ನನಗೆ ಸಿಗುತ್ತಿವೆ.

RTE 2009 ಹೀಗೆ ಹೇಳುತ್ತದೆ

- 1 ರಿಂದ 5 ರ ವರೆಗಿನ ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ ಕಲಿಯುವ ಮಕ್ಕಳಿಗೆ 200 ಕಲಿಕೆಯ ದಿವಸಗಳೂ 800 ಗಂಟೆಗಳ ಬೋಧನ ಸಮಯವೂ ಲಭಿಸಬೇಕು.
- 6 ರಿಂದ 8 ರ ವರೆಗಿನ ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ ಕಲಿಯುವ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ 220 ಕಲಿಕೆಯ ದಿವಸಗಳೂ 1000 ಗಂಟೆಗಳ ಬೋಧನ ಸಮಯವೂ ಲಭಿಸಬೇಕು.

ಸಂರಕ್ಷಣೆ (Protection)

- ಶಾಲೆಯಲ್ಲಿ ಹಾಗೂ ಹೊರಗೆ ಯಾವುದೇ ಭೇದಭಾವವನ್ನು ನಾನು ಅನುಭವಿಸುವುದಿಲ್ಲ.
- ನನ್ನನ್ನು ಯಾರೂ ಕೂಡಾ ಯಾವುದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಕಡೆಗಣಿಸುವುದಿಲ್ಲ.
- ಯಾರೂ ಕೂಡಾ ದೈಹಿಕ ಅಥವಾ ಮಾನಸಿಕ ದೌರ್ಜನ್ಯವೆಸಗುವುದಿಲ್ಲ.
- ಅಧ್ಯಾಪಕರಲ್ಲಿ ನಿರ್ಭೀತಿಯಿಂದ ವ್ಯವಹರಿಸಲು ನನಗೆ ಸಾಧ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ.
- ಮಗುವಾದರೂ ನನಗೆ ಖಾಸಗಿತನವಿದೆ. ನನ್ನನ್ನು ಎಲ್ಲರೂ ಅಂಗೀಕರಿಸುತ್ತಾರೆ.
- ಶಾಲೆಯಲ್ಲಿಯೂ ಮನೆಯಲ್ಲಿಯೂ ನಾನು ಸುರಕ್ಷಿತನಾಗಿದ್ದೇನೆ ಎಂಬ ಭರವಸೆ ನನಗಿದೆ.

ಕೇರಳ ರಾಜ್ಯ ಮಕ್ಕಳ ಹಕ್ಕು ಸಂರಕ್ಷಣ ಆಯೋಗ

2002 ಮೇ ತಿಂಗಳಲ್ಲಿ ಸೇರಿದ ಸಂಯುಕ್ತ ರಾಷ್ಟ್ರ ಸಭೆಯ ಮಕ್ಕಳಿಗಾಗಿರುವ ವಿಶೇಷ ಸಮ್ಮೇಳನವು 'ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಯೋಗ್ಯವಾದ ಒಂದು ಜಗತ್ತು' ಎಂಬ ಶೀರ್ಷಿಕೆಯಲ್ಲಿ ನಿರ್ಣಯವೊಂದನ್ನು ಅಂಗೀಕರಿಸಿತು. ಇದರ ಆಧಾರದಲ್ಲಿ ಕೇಂದ್ರ ಸರಕಾರವು ನಿರ್ಮಿಸಿದ 2005ರ ಬಾಲಕರ ಹಕ್ಕು ಸಂರಕ್ಷಣ ಆಯೋಗ ಕಾಯಿದೆಯ ಹಾಗೂ 2012ರ ಕೇರಳ ಪ್ರಾಂತ್ಯ ಮಕ್ಕಳ ಹಕ್ಕು ನಿಯಮಗಳ ಆಧಾರದಲ್ಲಿ 'ಕೇರಳ ಪ್ರಾಂತ್ಯ ಮಕ್ಕಳ ಹಕ್ಕು ಆಯೋಗ' ಕಾರ್ಯಾಚರಿಸುತ್ತಿದೆ. ನಮ್ಮ ಸಂವಿಧಾನವು ಹೇಳುವ ಮೂಲಭೂತ ಹಕ್ಕುಗಳನ್ನು ಹಾಗೂ ಮಕ್ಕಳ ಹಕ್ಕುಗಳನ್ನು ಸಂರಕ್ಷಿಸುವುದು ಆಯೋಗದ ಕೆಲಸವಾಗಿದೆ.

ಈ ಮಕ್ಕಳ ಹಕ್ಕುಗಳನ್ನು ದೃಢಪಡಿಸಲು ತಾನು ಏನು ಮಾಡಿದೆನೆಂದೂ ಇನ್ನು ಏನು ಮಾಡಬಹುದೆಂದೂ ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬ ಅಧ್ಯಾಪಕನೂ ಯೋಚಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ.

1.12 ಮೆಂಟರಿಂಗ್

ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಶಿಕ್ಷಣ ಹಕ್ಕು ಕಾಯ್ದೆಯು ಅಧ್ಯಾಪಕ/ಅಧ್ಯಾಪಿಕೆಯನ್ನು ಮೆಂಟರ್ (mentor) ಎಂಬುದಾಗಿ ಪರಿಗಣಿಸುತ್ತದೆ. ಸಮಗ್ರ ಶಾಲಾ ಅಭಿವೃದ್ಧಿ ವಲಯದಲ್ಲಿ ಮೆಂಟರಿಂಗ್‌ಗೆ ಬಹಳಷ್ಟು ಪ್ರಾಧಾನ್ಯವಿದೆ. ಕಲಿಕೆಯ ಸಾಧನೆಗಳನ್ನು ರುಜುವಾತುಪಡಿಸಲು ಸಮಗ್ರವಾದ ಮಾರ್ಗಸೂಚಿಗಳು ಅತಿ ಅವಶ್ಯಕ.

ಶಿಕ್ಷಣ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯ ಮುಖ್ಯ ಘಟಕವಾದ ಅಧ್ಯಾಪಕ – ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ ಸಂಬಂಧದಲ್ಲಿ ಇಂದು ಬಹಳಷ್ಟು ವ್ಯತ್ಯಾಸಗಳಾಗಿವೆ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗೆ ಜ್ಞಾನವನ್ನು ಹಸ್ತಾಂತರಿಸುವ ವ್ಯಕ್ತಿ ಮಾತ್ರವಲ್ಲದೆ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಜ್ಞಾನವನ್ನು ಗಳಿಸಲಿರುವ ವೈವಿಧ್ಯಪೂರ್ಣ ಅವಕಾಶಗಳನ್ನು ಒದಗಿಸಿಕೊಡುವ ವ್ಯಕ್ತಿಯಾಗಿಯೂ ಅಧ್ಯಾಪಕ/ಅಧ್ಯಾಪಿಕೆ ಕಾರ್ಯನಿರ್ವಹಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ.

ಮನೆಯನ್ನು ಹೊರತುಪಡಿಸಿದರೆ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗೆ ಶಾಲೆ ಎಂಬುದು ಮತ್ತೊಂದು ಮನೆಯಿದ್ದಂತೆ. ಶಾಲೆ ಮನೆಯೇ ಆದಾಗ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗೆ ಅಧ್ಯಾಪಕ ವೃಂದವು ಮನೆಯ ಸದಸ್ಯರೇ ಆಗುತ್ತಾರೆ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗೆ ಮನೆಯಿಂದ ಲಭಿಸುವ ಪ್ರೀತಿ, ಕಾಳಜಿ, ರಕ್ಷಣೆ, ಅಂಗೀಕಾರ ಮುಂತಾದವುಗಳು ಗರಿಷ್ಠ ಅಥವಾ ಕನಿಷ್ಠ ಮಟ್ಟದಲ್ಲಿ ಲಭಿಸುತ್ತಿವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬ ಅಧ್ಯಾಪಕ ಅಥವಾ ಅಧ್ಯಾಪಿಕೆ ಮನದಟ್ಟು ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಬೇಕು. ಇದನ್ನು ತಿಳಿದಾದ ಬಳಿಕ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಮಗುವಿಗೂ ಅವಶ್ಯಕವಾದ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಇವುಗಳನ್ನು ನೀಡುವ ಹೊಣೆಗಾರಿಕೆ ಅಧ್ಯಾಪಕರಿಗಿದೆ. ಹೀಗಾದಾಗ ಮಾತ್ರ ಶಾಲೆಯೂ ಮನೆಯೆನಿಸಿಕೊಳ್ಳುವುದು.

ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಮಗುವಿನ ವ್ಯಕ್ತಿಗತವಾದ ಮತ್ತು ಕೌಟುಂಬಿಕವಾದ ಹಿನ್ನೆಲೆಗಳನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಅಧ್ಯಾಪಕರು ಈ ಕೆಳಗಿನ ವಿಷಯಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ.

- ಗೃಹ ಸಂದರ್ಶನ
- ಹೆತ್ತವರೊಂದಿಗಿನ ಆಶಯ ವಿನಿಮಯ
- ಮಗುವಿನ ನಿರಂತರ ನಿರೀಕ್ಷಣೆ
-

ಹೀಗೆ ಮಗುವಿಗೆ ಪ್ರೀತಿ, ಅಂಗೀಕಾರ ಮತ್ತು ಸಂರಕ್ಷಣೆ ಇತ್ಯಾದಿಗಳನ್ನು ನೀಡಿ, ನಾವು ಅಧ್ಯಾಪಕರು ಮಗುವಿನ ಸಹರಕ್ಷಕರಾಗಿ ಜವಾಬ್ದಾರಿ ವಹಿಸಿಕೊಂಡಾಗ ಮಾತ್ರ ಹೊಸ ಕಾಲಮಾನದ ಅಧ್ಯಾಪಕ/ಅಧ್ಯಾಪಿಕೆಯಾಗಿ ನಾವು ಗುರುತಿಸಿಕೊಳ್ಳಬಹುದು.

ಮೆಂಟರಿಂಗ್ ಮೂಲಕ ಮಾರ್ಗದರ್ಶನ, ಸಲಹೆ, ಬೆಂಬಲ, ಜ್ಞಾನವನ್ನು ಉತ್ತಮಪಡಿಸಲು ಬೇಕಾದ ಅವಕಾಶ ಮುಂತಾದುವುಗಳನ್ನು ಅಧ್ಯಾಪಕರು ಮಗುವಿಗೆ ಒದಗಿಸಿಕೊಡುತ್ತಾರೆ. ಅನುಭವಿಯಾದ ನೇತಾರ ಎಂಬ ನೆಲೆಯಲ್ಲಿಯೂ ಅನುಕರಣೀಯ ಆದರ್ಶ ವ್ಯಕ್ತಿ ಎಂಬ ನೆಲೆಯಲ್ಲಿಯೂ ಮೆಂಟರಿಂಗ್‌ನ ಕಾರ್ಯಚಟುವಟಿಕೆಗಳು ಮುಂದುವರಿಯಬೇಕು. ಬೋಧನೆಗೆ ಬೇಕಾದ ಸೂಚನೆಗಳು, ಕೌನ್ಸಿಲಿಂಗ್ ಇತ್ಯಾದಿಗಳೆಲ್ಲ ಇದರ ಭಾಗಗಳಾಗಿವೆ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯ ಒಳಗೆ ಸುಪ್ತವಾಗಿರುವ ಪ್ರತಿಭೆಯನ್ನು ಹೊರಗೆ ತರಲು ಸಮರ್ಥ ಮೆಂಟರ್‌ನಿಂದ ಮಾತ್ರ ಸಾಧ್ಯ.

ಮೆಂಟರಿಂಗ್ ಮೂಲಕ

- ಅಧ್ಯಾಪಕ ಹಾಗೂ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗೆ ಉತ್ತಮ ಶಿಕ್ಷಣ ಅನುಭವಗಳು ಲಭಿಸುತ್ತವೆ.
- ಅಧ್ಯಾಪಕ ಹಾಗೂ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯ ಜ್ಞಾನ ವಲಯ ವಿಸ್ತಾರಗೊಳ್ಳುತ್ತದೆ.

- ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ ಮತ್ತು ಶಾಲೆಯ ಪರಸ್ಪರ ಸಂಬಂಧ ಗಟ್ಟಿಗೊಳ್ಳುತ್ತದೆ.
- ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯ ಕಲಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಪ್ರಗತಿ ಹಾಗೂ ವ್ಯಕ್ತಿತ್ವ ವಿಕಾಸ ಉಂಟಾಗುತ್ತದೆ.
- ಚಟುವಟಿಕೆಗಳ ಮೂಲಕ ಸಾಮಾಜಿಕ ಪ್ರಜ್ಞೆ ಬೆಳೆಸಲು ಮತ್ತು ತೀರ್ಮಾನಗಳನ್ನು ಕೈಗೊಳ್ಳಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುವುದು.
- ಹೆತ್ತವರು ಹಾಗೂ ಶಾಲೆಯ ಪರಸ್ಪರ ಸಂಬಂಧ ಗಟ್ಟಿಗೊಳ್ಳುವುದಲ್ಲದೆ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯ ಕಲಿಕೆಯ ಗುಣಮಟ್ಟದ ಕುರಿತು ತಿಳಿಯಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ.
- ಕಲೆ, ಕ್ರೀಡೆ, ಆರೋಗ್ಯ, ವೃತ್ತಿ ಪರಿಚಯ ಮೊದಲಾದ ಕಲಿಕಾ ವಲಯಗಳಲ್ಲಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಪಾಲ್ಗೊಳ್ಳುವಿಕೆ ಮತ್ತು ಮೌಲ್ಯಮಾಪನವನ್ನು ಗಟ್ಟಿಗೊಳಿಸುತ್ತದೆ.

ಮೆಂಟರಿಂಗ್‌ಗೆ ಸಾಧ್ಯವಿರುವ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ನಕಾಶೆಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸಿ, ಇದೊಂದು ಪರಿಹಾರ ಬೋಧನೆ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯಾಗಿಯೂ ನಿರಂತರ ಮೌಲ್ಯನಿರ್ಣಯ ಮತ್ತು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯ ವ್ಯಕ್ತಿತ್ವ ವಿಕಾಸಕ್ಕೆ ಸಹಾಯಕವಾಗುವ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯನ್ನಾಗಿಯೂ ರೂಪುಗೊಳಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ.

ಶಾಲೆಯ ಎಲ್ಲಾ ಅಧ್ಯಾಪಕರನ್ನು 'ಮೆಂಟರ್ಸ್' ಎಂಬುದಾಗಿಯೂ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನು 'ಮೆಂಟಿ' ಗಳನ್ನಾಗಿಯೂ ಪರಿಗಣಿಸುವ ಮೂಲಕ ಮೆಂಟರಿಂಗ್ ರೂಪುಗೊಳ್ಳಬೇಕು. ತರಗತಿಯ ಎಲ್ಲಾ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನು ಸಣ್ಣ ಸಣ್ಣ ಗುಂಪುಗಳೆಂದು ಭಾವಿಸಿಕೊಂಡು, ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಗುಂಪಿನ ಪ್ರಗತಿಯನ್ನು ಸಮರ್ಪಕ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ತಿಳಿಯಲು ಆಯಾ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಕಲಿಸುವ ಅಧ್ಯಾಪಕರಿಗೆ ಗುಂಪಿನ ಜವಾಬ್ದಾರಿಯನ್ನು ನೀಡಬಹುದು.

1.13 ಅಧ್ಯಾಪಕರು ಪಾಲಿಸಬೇಕಾದ ಪ್ರಮುಖ ವೃತ್ತಿಪರ ನೀತಿಸಂಹಿತೆ

(Code of Professional Ethics for School Teachers)

1. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳೊಂದಿಗಿರುವ ಜವಾಬ್ದಾರಿಗಳು

1.1 ಎಲ್ಲ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳೊಂದಿಗೆ ಪ್ರೀತಿ, ವಾತ್ಸಲ್ಯದಿಂದ ವರ್ತಿಸುವುದು.

- ಎಲ್ಲ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳೊಂದಿಗೆ ಸಮಾನ ರೀತಿಯಿಂದ ವರ್ತಿಸುವುದು.
- ಕಲಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಹಿಂದಿರುವ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ವಿಶೇಷ ಪರಿಗಣನೆ ನೀಡುವುದು.
- ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಲ್ಲಿ ಆತ್ಮವಿಶ್ವಾಸ, ಆಸಕ್ತಿ ಮುಂತಾದುವುಗಳನ್ನು ಮೂಡಿಸುವ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ವ್ಯವಹರಿಸುವುದು.

1.2 ಜಾತಿ, ಮತ, ವರ್ಗ, ವರ್ಣ, ಆರ್ಥಿಕ ಸ್ಥಿತಿಗತಿ, ಭಾಷೆ, ಲಿಂಗ, ಜನ್ಮಸ್ಥಳ ಎಂಬೀ ವಿಷಯಗಳಲ್ಲಿ ಭೇದಭಾವವಿಲ್ಲದೆ, ನಿಷ್ಪಕ್ಷಪಾತ ಹಾಗೂ ನ್ಯಾಯಯುತವಾದ ಮೌಲ್ಯಗಳನ್ನು ಗೌರವಿಸುವುದು.

- ಪ್ರಜಾಪ್ರಭುತ್ವ ತತ್ವಸಿದ್ಧಾಂತಗಳಲ್ಲಿ, ಸಹಿಷ್ಣುತೆಯ ವಿಷಯಗಳಲ್ಲಿ, ಸಾಮಾಜಿಕ ವಿಚಾರಗಳಲ್ಲಿ ಅಧ್ಯಾಪಕರಿಗಿರುವ ನಂಬಿಕೆ ಮತ್ತು ವಿಶ್ವಾಸವನ್ನು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಲ್ಲಿಯೂ ಮೂಡಿಸುವುದು.
- ಅಧ್ಯಾಪಕರ ವ್ಯಕ್ತಿಗತವಾದ ನಂಬಿಕೆಗಳು ಸಂವಿಧಾನದ ತತ್ವಗಳಿಗೆ ವಿರುದ್ಧವಾದರೆ ಅದು ಶಾಲೆಯ ಒಟ್ಟು ವ್ಯವಸ್ಥೆಯ ಮೇಲೆ ಗಂಭೀರ ಪರಿಣಾಮ ಬೀರಬಹುದು.

1.3 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯ ದೈಹಿಕ, ಬೌದ್ಧಿಕ, ಭಾವನಾತ್ಮಕ, ಸಾಮಾಜಿಕ ಮತ್ತು ಸದಾಚಾರಗಳ ಬೆಳವಣಿಗೆಗಳಿಗೆ ಸೂಕ್ತ ವಾತಾವರಣದ ಸೃಷ್ಟಿ.

- ಶಾಲಾ ಶಿಕ್ಷಣವು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯ ಶಾರೀರಿಕ ಮತ್ತು ಬೌದ್ಧಿಕವಾದ ಕೌಶಲ್ಯಗಳನ್ನು ಪರಿಪೂರ್ಣತೆಯತ್ತ ಕೊಂಡೊಯ್ಯುವ ಕಾಲಘಟ್ಟವಾಗಿದೆ.
- ಶಿಕ್ಷಣವು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯ ಬೌದ್ಧಿಕ ಬೆಳವಣಿಗೆಗೆ ಮಾತ್ರ ಸೀಮಿತವಾಗಿರಬಾರದು.
- ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯ ಸರ್ವಾಂಗೀಣ ಅಭಿವೃದ್ಧಿಯು ಶಿಕ್ಷಣದ ಮುಖ್ಯ ಲಕ್ಷ್ಯವಾಗಿರಬೇಕು.

1.4 ಶಾಲಾ ಶಿಕ್ಷಣದ ಎಲ್ಲಾ ಘಟ್ಟಗಳಲ್ಲಿಯೂ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯ ವ್ಯಕ್ತಿತ್ವವು ಗೌರವಿಸಲ್ಪಡಬೇಕು.

- ವ್ಯಕ್ತಿ ಎಂಬ ನೆಲೆಯಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಿರುವ ಪ್ರಜಾಪ್ರಭುತ್ವ ಪರವಾದ ಹಕ್ಕುಗಳು ಹಾಗೂ ಸ್ಥಾನಮಾನಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಬೇಕು.
- ಅಧ್ಯಾಪಿಕೆಯ ಭಾಗದಿಂದ ಬರಬಹುದಾದ ಯಾವುದೇ ಪ್ರತಿಕೂಲ ಅಭಿಪ್ರಾಯಗಳು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯ ಸ್ವಾಭಿಮಾನವನ್ನು ಘಾಸಿಗೊಳಿಸುವುದಲ್ಲದೆ ಅವು ಆತನ ಕಲಿಕೆಯ ಮೇಲೆ ದುಷ್ಪರಿಣಾಮವನ್ನುಂಟು ಮಾಡಬಹುದು.
- ಶಾಲೆಯ ಎಲ್ಲಾ ಕಾರ್ಯಚಟುಟಿಕೆಗಳಲ್ಲಿಯೂ ಎಲ್ಲ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಕ್ರಿಯವಾದ ಪಾಲ್ಗೊಳ್ಳುವಿಕೆಗೆ ಪ್ರೋತ್ಸಾಹ ನೀಡಬೇಕು.
- ಸಂಯುಕ್ತ ರಾಷ್ಟ್ರ ಸಂಘ ಅಂಗೀಕರಿಸಿದ ಹಾಗೂ ಭಾರತವು ಒಪ್ಪಿರುವ ಮತ್ತು ಪಾಲಿಸಿಕೊಂಡು ಬಂದಿರುವ ಮಕ್ಕಳ ಹಕ್ಕು ಕಾಯ್ದೆಗಳನ್ನು ಹಾಗೂ ಮಕ್ಕಳ ಹಕ್ಕು ಸಂರಕ್ಷಣಾ ಸಮಿತಿಯ ವರದಿಗಳನ್ನು ಅಧ್ಯಾಪಕರು ಗಮನದಲ್ಲಿಟ್ಟು ವ್ಯವಹರಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ.
- ಶಾಲೆಯ ಶಿಸ್ತುಕ್ರಮ ಪಾಲನೆಗಾಗಿ ರೂಪಿಸುವ ನಿಯಮಾವಳಿಗಳು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯ ಮಾನವೀಯ ಹಕ್ಕುಗಳಿಗೆ ಧಕ್ಕೆಯನ್ನುಂಟುಮಾಡಬಾರದು.

1.5 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯಲ್ಲಿ ಸುಪ್ತವಾಗಿರುವ ಕೌಶಲ್ಯ ಮತ್ತು ಪ್ರತಿಭೆಯು ಪ್ರಕಟಗೊಳ್ಳಲು ಸೂಕ್ತವಾದ ಹಾಗೂ ಅಚ್ಚುಕಟ್ಟಾದ ಯೋಜನೆಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸಬೇಕು.

- ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ಸಾಧನೆ ಮಾತ್ರವಲ್ಲದೆ ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯಲ್ಲಿರುವ ವಿಶೇಷ ಕೌಶಲ್ಯ ಮತ್ತು ಪ್ರತಿಭೆಯನ್ನು ಗುರುತಿಸುವುದು ಅಧ್ಯಾಪಿಕೆಯ ಬಹುಮುಖ್ಯ ಕರ್ತವ್ಯವಾಗಿದೆ.
- ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯ ಎಲ್ಲಾ ವಿಧದ ಕೌಶಲ್ಯಗಳನ್ನು ಬೆಳೆಸುವ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳು ಇರಬೇಕು.

1.6 ಪಠ್ಯಕ್ರಮವು ಸಂವಿಧಾನವು ತಿಳಿಸುವ ಮೌಲ್ಯಗಳು ಮತ್ತು ವಿಚಾರಧಾರೆಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿರಬೇಕು.

- ಪ್ರಜಾಪ್ರಭುತ್ವ, ಜಾತ್ಯತೀತತೆ, ಸಮತ್ವ, ನೈತಿಕತೆ, ಸ್ವಾತಂತ್ರ್ಯ ಮುಂತಾದ ಸಂವಿಧಾನದ ಮೌಲ್ಯಗಳು ಪಠ್ಯಕ್ರಮ ಯೋಜನೆಯ ಪ್ರಧಾನ ಅಂಶಗಳಾಗಿರಬೇಕು.
- ಪೌರರ ಕರ್ತವ್ಯಗಳ ಕುರಿತು ಹೇಳಿರುವ ಸಂವಿಧಾನದ ಪರಿಚ್ಛೇದ (ಆರ್ಟಿಕಲ್) 51 ಎ ಯನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಂಡು, ಅದರಲ್ಲಿನ 'ಎ' ಯಿಂದ 'ಕೆ' ವರೆಗಿನ ಆಶಯಗಳನ್ನು

ಗಮನದಲ್ಲಿಟ್ಟುಕೊಂಡು ವ್ಯವಹರಿಸಬೇಕು.

1.7 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಅಗತ್ಯಗಳಿಗನುಸಾರ ಅಧ್ಯಾಪಿಕೆಯ/ಅಧ್ಯಾಪಕನ ಬೋಧನ ರೀತಿಯನ್ನು ಪರಿಷ್ಕರಿಸಬೇಕು.

- ನಿರಂತರ ಮೌಲ್ಯನಿರ್ಣಯದ ಆಧಾರದಲ್ಲಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯ ಸ್ವಭಾವ, ಗಳಿಸಿದ ಜ್ಞಾನ, ಅಭಿರುಚಿ, ಕಲಿಕೆಯ ರೀತಿ ಮುಂತಾದುವುಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ, ಬೋಧನೆಯ ವಿಧಾನಗಳಲ್ಲಿ ಅಗತ್ಯವಾದ ಪರಿಷ್ಕಾರವನ್ನು ನಿರಂತರ ನಡೆಸುತ್ತಿರಬೇಕು.

1.8 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ನೀಡುವ ಅವರ ವ್ಯಕ್ತಿಗತವಾದ ವಿಚಾರಗಳ ಗೌಪ್ಯತೆಯನ್ನು ಕಾಪಾಡುವುದು ಮತ್ತು ಇಂತಹ ವಿಷಯಗಳನ್ನು ಕಾನೂನುಬದ್ಧವಾಗಿ ಯಾರಿಗೆ ತಿಳಿಸಬಹುದೋ ಅವರಿಗೆ ಮಾತ್ರ ತಿಳಿಸುವುದು.

- ಕೌನ್ಸಿಲರ್ ಕೂಡಾ ಆಗಿರುವ ಅಧ್ಯಾಪಿಕೆಗೆ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯ ವ್ಯಕ್ತಿಗತವಾದ ವಿಷಯಗಳನ್ನು ತಿಳಿಯಲು ಸಾಧ್ಯ.
- ಈ ವಿವರಗಳನ್ನು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯ ಒಳಿತಿಗಾಗಿ ವಿವೇಕದಿಂದ ಉಪಯೋಗಿಸತಕ್ಕದ್ದು.

1.9 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನು ಗದರಿಸುವುದು, ಆತಂಕಕ್ಕೀಡುಮಾಡುವುದು, ಶಾರೀರಿಕವಾಗಿ, ಮಾನಸಿಕವಾಗಿ, ಭಾವನಾತ್ಮಕವಾಗಿ ದೌರ್ಜನ್ಯವೆಸಗುವುದು ಮುಂತಾದುವುಗಳನ್ನು ಮಾಡಬಾರದು.

- ಲೈಂಗಿಕ ದೌರ್ಜನ್ಯದಿಂದ, ಕಡೆಗಣಿಸುವಿಕೆಯಿಂದ, ಶೋಷಣೆಯಿಂದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯನ್ನು ಸಂರಕ್ಷಿಸುವ ಜವಾಬ್ದಾರಿ ಅಧ್ಯಾಪಕರಿಗಿದೆ.
- ಉತ್ತಮ ಕಲಿಯುವಿಕೆಗೆ ಶಿಕ್ಷೆ ಸಹಕಾರಿ ಎಂಬ ತಪ್ಪು ಕಲ್ಪನೆ ದೂರವಾಗಬೇಕು.
- ಇಂತಹ ಸನ್ನಿವೇಶಗಳಲ್ಲಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗೆ ಲಭಿಸುವ ಕಾನೂನು ರಕ್ಷಣೆಗಳ ಕುರಿತು ಅಧ್ಯಾಪಕರು ತಿಳಿದಿರಬೇಕು.

1.10 ಯಾವುದೇ ರೀತಿಯ ಲೈಂಗಿಕ ಶೋಷಣೆಯಿಂದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯನ್ನು ಸಂರಕ್ಷಿಸುವುದು.

- ಯಾವುದೇ ರೀತಿಯ ಲೈಂಗಿಕ ಶೋಷಣೆ, ದೈಹಿಕ ಗಾಯಗಳು ಮಾತ್ರವಲ್ಲದೆ, ದೀರ್ಘಕಾಲ ಉಳಿದುಕೊಳ್ಳುವ ಮಾನಸಿಕ ಆಘಾತವೂ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯನ್ನು ಅಧೀರನನ್ನಾಗಿಸುತ್ತದೆ.

ಉದ್ಯೋಗ ಸ್ಥಳಗಳಲ್ಲೂ, ಶಾಲೆಗಳಲ್ಲೂ ನಡೆಯುವ ಲೈಂಗಿಕ ಶೋಷಣೆಯ ವಿರುದ್ಧ ಭಾರತದ ಗೌರವಾನ್ವಿತ ಸುಪ್ರೀಂ ಕೋರ್ಟು ಮತ್ತು ಎನ್.ಸಿ.ಪಿ. ನೀಡಿದ ಮಾರ್ಗಸೂಚಿಗಳನ್ನು ಅಧ್ಯಾಪಕರು ಪಾಲಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ.

2. ರಕ್ಷಕರು ಮತ್ತು ಸಮಾಜದೊಂದಿಗೆ ಇರಬೇಕಾದ ಜವಾಬ್ದಾರಿಗಳು

2.1 ತಂದೆ–ತಾಯಿಯರೊಂದಿಗೆ ಮತ್ತು ರಕ್ಷಕರೊಂದಿಗೆ ವಿನಯಪೂರ್ವಕವಾದ ವರ್ತನೆ ಇರಬೇಕು.

- ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಕುರಿತು ಹೆಚ್ಚು ತಿಳಿಯುವುದಕ್ಕಾಗಿ ಅವರ ಹೆತ್ತವರೊಂದಿಗೂ ಗೆಳೆಯರೊಂದಿಗೂ ಉತ್ತಮ ಸಂಪರ್ಕ ಇಟ್ಟುಕೊಳ್ಳುವುದು ಅಗತ್ಯ.

- ಅಧ್ಯಾಪಿಕೆ ಮತ್ತು ಹೆತ್ತವರ ಬಾಂಧವ್ಯವು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ ಮತ್ತು ಅಧ್ಯಾಪಿಕೆಯ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಹೆಚ್ಚು ನಿಕಟಗೊಳಿಸುತ್ತದೆ.
- ತಮ್ಮ ಮಕ್ಕಳ ಶಾಲೆಯೊಳಗಿನ ಮತ್ತು ಹೊರಗಿನ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳ ಕುರಿತು ಅಧ್ಯಾಪಕರಿಂದ ತಿಳಿಯಲು ಹೆಚ್ಚಿನ ಹೆತ್ತವರು ಬಯಸುತ್ತಾರೆ.
- ಬೆಳವಣಿಗೆಯ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗೆ ಉಂಟಾಗುವ ಪ್ರಮಾದಗಳನ್ನು ಹೆತ್ತವರೊಂದಿಗೆ ಚರ್ಚಿಸುವುದರಿಂದ ಮುಂದೆ ಸಂಭವಿಸಬಹುದಾದ ಹೊಸ ದುರಂತಗಳನ್ನು ತಪ್ಪಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗಬಹುದು.

2.2 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯ ಸ್ವಾಭಿಮಾನಕ್ಕೆ ಧಕ್ಕೆ ತರುವ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳಿಂದ ದೂರವಿರುವುದು.

- ಇತರ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಮುಂದೆ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯ ಸ್ವಾಭಿಮಾನಕ್ಕೆ ಧಕ್ಕೆ ಉಂಟಾಗುವ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಮಾತನಾಡುವುದನ್ನು ಬಿಟ್ಟುಬಿಡಬೇಕು.
- ಅದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಹೆತ್ತವರ ಸ್ವಾಭಿಮಾನವನ್ನು ಪ್ರಶ್ನಿಸಬಾರದು.
- ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದು ವಿಭಾಗದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನು ಮಾತ್ರ ಹಿನ್ನೆಲೆಯಾಗಿರಿಸಿ (ಜಾತಿ, ಮತ, ಆರ್ಥಿಕ ಸ್ಥಿತಿ, ...) ಹೊಗಳುವುದರಿಂದ ಉಳಿದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಲ್ಲಿ ದ್ವೇಷ ಮನೋಭಾವ ಉಂಟಾಗುವುದು.

2.3 ಭಾರತದ ಸಾಂಸ್ಕೃತಿಕ ಪರಂಪರೆಯ ಕುರಿತು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಆದರ ಹಾಗೂ ಗೌರವ ಉಂಟಾಗುವಂತೆ ಮಾಡುವುದು.

- ಭಾರತವು ವಿವಿಧ ಸಂಸ್ಕೃತಿ, ಭಾಷೆ, ಮತ, ನಂಬಿಕೆಗಳ ದೇಶ. ಈ ವೈವಿಧ್ಯವನ್ನು ಪ್ರತಿಯೊಂದು ತರಗತಿಗಳಲ್ಲೂ ಕಾಣಬಹುದು.
- ಭಾರತದಲ್ಲಿ ವಿವಿಧತೆಯಲ್ಲಿ ಏಕತೆಯಿದೆ.
- ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬನಲ್ಲೂ ಪರಸ್ಪರ ಸಹಿಷ್ಣುತೆ ಮತ್ತು ಎಲ್ಲಾ ಸಂಸ್ಕೃತಿಗಳನ್ನು ಗೌರವಿಸುವ ಮನೋಭಾವ ಇರಬೇಕು.
- ಈ ಮನೋಭಾವ ಅಥವಾ ತತ್ವಗಳನ್ನು ಪಠ್ಯಕ್ರಮದ ಮೂಲಕ ಬೆಳೆಸುವ ಪ್ರಜ್ಞಾಪೂರ್ವಕ ಪ್ರಯತ್ನ ಅಗತ್ಯವಾಗಿದೆ.

2.4 ವಿವಿಧ ಜನಸಮುದಾಯಗಳೊಳಗೆ ಪರಸ್ಪರ ದ್ವೇಷ, ಹಗೆತನವನ್ನು ಬೆಳೆಸುವ ರೀತಿಯ ಕಾರ್ಯಚಟುವಟಿಕೆಗಳಿಗೆ ಕಡಿವಾಣ ಹಾಕಬೇಕು.

- ಎಲ್ಲ ಮತ, ನಂಬಿಕೆ ಮತ್ತು ಭಾಷೆಗಳಲ್ಲಿ ಸಮಾನ ಗೌರವವನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುವ ರೀತಿಯ ಚಟುವಟಕೆಗಳು ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ನಡೆಯಬೇಕು.
- ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಭಾವೈಕ್ಯದ ದೃಷ್ಟಿಯಿಂದ ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬನೂ ಮೊದಲಿಗೆ ಭಾರತೀಯ. ಬಳಿಕ ಮಾತ್ರವೇ ಒಂದು ಸಮುದಾಯದ ಸದಸ್ಯ ಎಂಬುದು ಮುಖ್ಯ ವಿಷಯವಾಗಬೇಕು.

- ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಗುಂಪಿನ ಪ್ರಚಾರಕ್ಕಾಗಿ ಶಾಲೆ/ತರಗತಿಯನ್ನು ಬಳಸಬಾರದು.
- ಸಮಕಾಲೀನ ಸಾಮಾಜಿಕ, ರಾಜಕೀಯ ಬೆಳವಣಿಗೆಗಳನ್ನು ಚರ್ಚೆ ಮಾಡುವಾಗ ಅಧ್ಯಾಪಕ/ಅಧ್ಯಾಪಿಕೆ ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದು ಪಕ್ಷದ ಪರವಾಗಿ ಮಾತನಾಡಬಾರದು.

3. ಅಧ್ಯಾಪನ ವೃತ್ತಿಯಲ್ಲಿ ಹಾಗೂ ಸಹೋದ್ಯೋಗಿಗಳೊಡನೆ ಇರಬೇಕಾದ ಜವಾಬ್ದಾರಿಗಳು

3.1 ವೃತ್ತಿ ಪರಿಣತಿಯನ್ನು ಬೆಳೆಸಲು ನಿರಂತರ ಪ್ರಯತ್ನಿಸುವುದು.

- ಒಬ್ಬ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯನ್ನು ನಿರಂತರ ಕಲಿಕೆಯವನನ್ನಾಗಿ ಮಾಡುವುದರೊಂದಿಗೆ ಅಧ್ಯಾಪಕನು ತಾನೂ ಕಲಿಯುತ್ತಿರಬೇಕು.
- ನಿರಂತರವಾಗಿ ಬೆಳೆಯುತ್ತಿರುವ ಜ್ಞಾನ ವಲಯಗಳ ಕುರಿತು, ಅಧ್ಯಾಪನ ರೀತಿಯ ಕುರಿತು ಜ್ಞಾನವನ್ನು ಸಂಪಾದಿಸಲೂ ಅದನ್ನು ಕಾರ್ಯರೂಪಕ್ಕೆ ತರಲೂ ಸಾಧ್ಯವಾಗಬೇಕು.
- ಯಾವ ಯಾವ ಮೂಲಗಳಿಂದ ತನಗೆ ಹೊಸ ಅರಿವು ಲಭಿಸಬಹುದೆಂಬ ಹುಡುಕಾಟ ಅಧ್ಯಾಪಕನ ಕರ್ತವ್ಯವಾಗಿರಬೇಕು.

3.2 ಸಹೋದ್ಯೋಗಿಗಳೊಂದಿಗೆ ಹಾಗೂ ಇತರರೊಂದಿಗೆ ಪರಸ್ಪರ ಆಶಯ ವಿನಿಮಯ ಮಾಡುವುದರಿಂದ ಹೊಸತಾದ ಜ್ಞಾನ ವಲಯ ಸೃಷ್ಟಿಯಾಗುವುದು.

- ಶಾಲೆಯಲ್ಲಿ ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ಜಾಗೃತಿಯನ್ನು ಮೂಡಿಸುವುದು ಮತ್ತು ಎಲ್ಲ ಅಧ್ಯಾಪಕರಿಗೆ ತಮ್ಮದೇ ಆದ ಕೊಡುಗೆ ನೀಡುವ ಅವಕಾಶವನ್ನು ಕಲ್ಪಿಸಿ ಉತ್ತಮ ವಾತಾವರಣವನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುವುದು.
- ಇಂತಹ ಸನ್ನಿವೇಶವುಂಟಾಗಲು ಪೂರ್ವಯೋಜನೆ ಮತ್ತು ಫಲಪ್ರದವಾದ ಸಹಕಾರ ಮನೋಭಾವ ಎಲ್ಲ ಅಧ್ಯಾಪಕರಲ್ಲೂ ನಿರ್ಮಾಣವಾಗಬೇಕು.
- ಶಾಲೆಯ ಯಾವುದೇ ರೀತಿಯ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಹಾರ ಮಾಡುವಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲ ಅಧ್ಯಾಪಕರ ಒಗ್ಗಟ್ಟು, ಚರ್ಚೆ, ಕ್ರಿಯಾತ್ಮಕ ಮಾರ್ಗದರ್ಶನ ಹಾಗೂ ಫಲಪ್ರದ ಕಾರ್ಯಚಟುವಟಿಕೆ ಇರಬೇಕು.
- ಅಧ್ಯಾಪಕರನ್ನು ಮಾತ್ರವಲ್ಲದೆ ಶಾಲೆಯ ವಿಷಯಗಳಲ್ಲಿ ಮುತುವರ್ಜಿಯಿರುವ ಎಲ್ಲರನ್ನು ಇಂತಹ ಕ್ರಿಯಾಚಟುವಟಿಕಗಳಲ್ಲಿ ಪಾಲ್ಗೊಳ್ಳುವಂತೆ ಮಾಡಲು ಅಧ್ಯಾಪಕನಿಗೆ ಸಾಧ್ಯವಾಗಬೇಕು.

3.3 ಸಹೋದ್ಯೋಗಿಗಳೊಡನೆ ಗೌರವಾದರಗಳೊಂದಿಗೆ ವ್ಯವಹರಿಸಬೇಕು.

- ಶಾಲೆಯ ಎಲ್ಲ ಅಧ್ಯಾಪಕರೊಡನೆ ಅವರ ವಿದ್ಯಾಭ್ಯಾಸ ಯೋಗ್ಯತೆ, ಅವರು ಯಾವ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಕಲಿಸುತ್ತಿದ್ದಾರೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನೋಡದೆ ಅವರೊಂದಿಗೆ ಗೌರವಾದರಗಳಿಂದ ವ್ಯವಹರಿಸಬೇಕು.

3.4 ಅಧ್ಯಾಪಕರು ಖಾಸಗಿಯಾಗಿ ಟ್ಯೂಶನ್ ತರಗತಿಗಳನ್ನು ನಡೆಸುವುದು ಅಥವಾ ಇತರ ಖಾಸಗಿ ಶಿಕ್ಷಣ

ಚಟುವಟಿಕೆಗಳಲ್ಲಿ ತೊಡಗಿಸಿಕೊಳ್ಳುವುದು ಸಮರ್ಪಕವಲ್ಲ.

- ಅಧ್ಯಾಪಕರು ಖಾಸಗಿಯಾಗಿ ಟ್ಯೂಶನ್ ನಡೆಸುವುದರಿಂದ ಅಧ್ಯಾಪಕನ ಶಾಲಾ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳ ಮೇಲೆ ಕೆಟ್ಟ ಪರಿಣಾಮ ಉಂಟಾಗಬಹುದು.
- ಖಾಸಗಿ ಟ್ಯೂಶನ್ ನಡೆಸುವುದರಿಂದ ಶಾಲೆಯ ನೈತಿಕ ತತ್ವ ಸಿದ್ಧಾಂತಗಳಿಗೆ ಧಕ್ಕೆಯುಂಟಾಗುವಂಥ ವ್ಯವಹಾರಗಳಿಗೆ ಕಾರಣವಾಗುವುದು.

3.5 ತನ್ನ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳು ಮತ್ತು ತೀರ್ಮಾನಗಳು ಪರರ ಪ್ರಭಾವಕ್ಕೊಳಗಾಗದಂತೆ ನೋಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಯಾವುದೇ ವಿಧವಾದ ಉಡುಗೊರೆ ಅಥವಾ ಇತರ ಸಹಾಯಗಳನ್ನು ಸ್ವೀಕರಿಸುವುದಿಲ್ಲ.

- ಯಾವುದೇ ರೀತಿಯ ಸೌಲಭ್ಯಗಳನ್ನು ನಿರೀಕ್ಷಿಸಿಕೊಂಡು ಕೊಡಮಾಡುವ ಬೆಲೆಬಾಳುವ ಉಡುಗೊರೆಗಳನ್ನು ಅಧ್ಯಾಪಕರು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯಿಂದ ಅಥವಾ ಹೆತ್ತವರಿಂದ ಸ್ವೀಕರಿಸಬಾರದು.

3.6 ಸಹೋದ್ಯೋಗಿಗಳಿಗೆದುರಾಗಿ ಮತ್ತು ಮೇಲಿನ ಅಧಿಕಾರಿಗಳಿಗೆದುರಾಗಿ ಅನಗತ್ಯವಾದ ಆರೋಪಗಳನ್ನು ಮಾಡುವುದಿಲ್ಲ.

- ಪರಸ್ಪರ ತಪ್ಪು ಹೊರಿಸುವ ಗುಂಪುಗಾರಿಕೆ ಅಧ್ಯಾಪಕರಲ್ಲಿ ಇರಬಾರದು.
- ಸಾಕ್ಷ್ಯಗಳಿಲ್ಲದೆ ಸಹೋದ್ಯೋಗಿಗಳ ಮೇಲೆ ಆರೋಪ ಮಾಡಬಾರದು.
- ಯಾವುದಾದರೂ ಸಹೋದ್ಯೋಗಿ/ಸಹೋದ್ಯೋಗಿಗಳಲ್ಲಿ ಗಂಭೀರವಾದ ಅಪರಾಧ ಕಂಡುಬಂದರೆ ಅದನ್ನು ಹಿರಿಯ ಅಧ್ಯಾಪಕರ ಗಮನಕ್ಕೆ ತರಬೇಕು.

3.7 ಸಹೋದ್ಯೋಗಿಗಳ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಅಥವಾ ಹೆತ್ತವರ ಎದುರಲ್ಲಿ ಸಹೋದ್ಯೋಗಿಯೊಬ್ಬನ ಮೇಲೆ ದೋಷಾರೋಪಣೆ ಮಾಡಬಾರದು.

- ಅಧ್ಯಾಪಕರ ಬಗ್ಗೆ ವಿಭಿನ್ನ ರೀತಿಯ ಅಭಿಪ್ರಾಯಗಳಿರಬಹುದು. ಅವುಗಳನ್ನು ಯೋಗ್ಯ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಬೇಕು.
- ಸಹೋದ್ಯೋಗಿಯ ಅಧ್ಯಾಪನ ರೀತಿಯನ್ನು ಅಪಹಾಸ್ಯ ಮಾಡುವ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಮಾತನಾಡಬಾರದು.

3.8 ಸಹೋದ್ಯೋಗಿಗಳ ಬೋಧನ ಗುಣಮಟ್ಟವನ್ನು ಗೌರವಿಸುವುದು.

- ಅಧ್ಯಾಪನದಲ್ಲಿ ಉತ್ತಮ ಸಾಧನೆ ಮಾಡಿದವರ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳನ್ನು ಶ್ಲಾಘಿಸಬೇಕು. ಮಾತ್ರವಲ್ಲದೆ ಅಂತಹ ಸಾಧನೆಯನ್ನು ಮಾಡಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಬೇಕು. ಆದರೆ ಅದು ಅಂಧಾನುಕರಣೆಯಾಗಲೇಬಾರದು.

3.9 ಸಹೋದ್ಯೋಗಿಗಳ ಕುರಿತು ತಿಳಿದಿರುವ ವೈಯಕ್ತಿಕ ವಿವರಗಳನ್ನು ಗೌಪ್ಯವಾಗಿಡಬೇಕು. ಅಗತ್ಯವಾದಾಗ ಮಾತ್ರ ಕಾನೂನು ಪ್ರಕಾರ ತಿಳಿಯಪಡಿಸುವುದು.

- ಯಾವುದಾದರೂ ಅಗತ್ಯಕ್ಕಾಗಿ ಸಂಗ್ರಹಿಸಲ್ಪಟ್ಟ ಸಹೋದ್ಯೋಗಿಗಳ ವೈಯಕ್ತಿಕ ವಿವರಗಳು ಗೌಪ್ಯವಾಗಿಡುವಂಥವುಗಳಾಗಿದ್ದಲ್ಲಿ ಅವುಗಳನ್ನು ಕಾನೂನುಬದ್ಧವಾದ ಕಾರ್ಯಗಳಿಗೆ ಮಾತ್ರ ತಿಳಿಯಪಡಿಸತಕ್ಕದ್ದು.

1.14 ಟೀಚಿಂಗ್ ಮ್ಯಾನುವೆಲ್

ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳನ್ನು ಉದ್ದೇಶವಾಗಿಟ್ಟು ತಮ್ಮ ಕಾರ್ಯಚಟುವಟಿಕೆಗಳನ್ನು ಪರಿಣಾಮಕಾರಿಯಾಗಿ ಜಾರಿಗೊಳಿಸಲು ಪ್ರತಿಯೋರ್ವ ಅಧ್ಯಾಪಕನಿಗೂ ಸಾಧ್ಯವಾಗಬೇಕು. ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ಮತ್ತು ಅಧ್ಯಾಪಕರ ಪಠ್ಯದಲ್ಲಿ ನೀಡಿರುವ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳನ್ನು ತರಗತಿಯ ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಅನುಕೂಲವಾದ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ತಿದ್ದಿಕೊಳ್ಳುವ ಅಥವಾ ಸೇರಿಸಿಕೊಳ್ಳುವ ಯೋಜನೆಯಿರಬೇಕು. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಕಲಿಕಾಸಾಧನೆ ಈಡೇರಲು ಬೇಕಾಗುವಷ್ಟು ಕಾರ್ಯಚಟುವಟಿಕೆಗಳು ಯೋಜನೆಯಲ್ಲಿರಬೇಕು.

ಕಲಿಕಾ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳ ಜೊತೆಗೆ ಮೌಲ್ಯನಿರ್ಣಯವನ್ನೂ ಒಳಗೊಂಡಿರುವ ಯೋಜನೆಗಳು ಪಾಠಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯ ಪುಟದಲ್ಲಿರಬೇಕು. ನಿರಂತರ ಮೌಲ್ಯಮಾಪನದಲ್ಲಿ ಲಭಿಸುವ ವಿವರಗಳ ದಾಖಲಾತಿಯು ಮೌಲ್ಯನಿರ್ಣಯ ಪುಟದಲ್ಲಿರಬೇಕು.

ಮುಂದಿನ ಒಂದು ವಾರಕ್ಕೆ ಬೇಕಾಗಿ ತಯಾರಿಸುವ ಟೀಚಿಂಗ್ ಮ್ಯಾನುವೆಲ್, ಸ್ಕೂಲ್ ರಿಸೋರ್ಸ್ ಗ್ರೂಪ್ (SRG) ನಲ್ಲಿ / ವಿಷಯ ಸಮಿತಿಗಳಲ್ಲಿ (Subject Councils) ಮಂಡಿಸುವುದು ಉತ್ತಮ. ಒಂದು ವಾರದ ಮೌಲ್ಯಮಾಪನ ಪುಟದ ವಿವರಗಳನ್ನು ಆಧಾರವಾಗಿಟ್ಟುಕೊಂಡು ಅಧ್ಯಾಪಕನು ಸರಳವಾದ ಅವಲೋಕನ ಟಿಪ್ಪಣಿ (Reflection Note) ತಯಾರಿಸಿ, **SRG/SC** ಯಲ್ಲಿ ಚರ್ಚೆ ಮಾಡಬಹುದು. ಈ ಟಿಪ್ಪಣಿಯ ಆಧಾರದಲ್ಲಿ ಅಧ್ಯಾಪಕನ ಮುಂದಿನ ಯೋಜನಾ ಟಿಪ್ಪಣಿಗಳು ತಯಾರಾಗಬೇಕು.

ಟೀಚಿಂಗ್ ಮ್ಯಾನುವೆಲ್‌ನ ನಮೂನೆಯನ್ನು ಕೊಡಲಾಗಿದೆ.

ಟೀಚಿಂಗ್ ಮ್ಯಾನುವೆಲ್

ಪಾಠದ ಹೆಸರು :

ದಿನಾಂಕ :

ಸಮಯ :

ವಿಷಯ (Theme) :

ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳು :

ಆಶಯಗಳು :

ಕೌಶಲ್ಯಗಳು :

ಭಾಷಾ ಸತ್ಯಾಂಶಗಳು (ಭಾಷೆಗೆ ಮಾತ್ರ) :

ವ್ಯವಹಾರ ರೂಪಗಳು (ಭಾಷಾ ವಿಷಯಕ್ಕೆ ಮಾತ್ರ) :

ಮೌಲ್ಯಗಳು – ಮನೋಭಾವಗಳು :

ಕಲಿಕೋಪಕರಣಗಳು :

ಉತ್ಪನ್ನಗಳು :

ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ	ಮೌಲ್ಯನಿರ್ಣಯ
ಚಟುವಟಿಕೆ ಮತ್ತು ಮೌಲ್ಯಮಾಪನಗಳನ್ನೊಳಗೊಂಡ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ	(ಮೌಲ್ಯನಿರ್ಣಯದ ವಿವರಗಳನ್ನು ಇಲ್ಲಿ ದಾಖಲಿಸಬೇಕು)

ಮುಖ್ಯೋಪಾಧ್ಯಾಯನಿ/ಮುಖ್ಯೋಪಾಧ್ಯಾಯರ ಸಹಿ ಅಧ್ಯಾಪಕ/ಅಧ್ಯಾಪಿಕೆಯ ಸಹಿ

ಅವಲೋಕನ ಟಿಪ್ಪಣಿ (Reflections)

ನನ್ನ ನಿಗಮನಗಳು ಮತ್ತು ಹೊಸ ಅರಿವುಗಳು (ಕಲಿಕಾ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳು ಮತ್ತು ಮೌಲ್ಯನಿರ್ಣಯ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಗಳಿಂದ ಲಭಿಸಿದ ಮಾಹಿತಿಗಳ ಆಧಾರದಲ್ಲಿ)

■

■

■

■

ಮುಂದುವರಿದ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳು ಮತ್ತು ಪರಿಹಾರ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳು

■

■

■

■

■

ಅವಲೋಕನ ಟಿಪ್ಪಣಿ (Reflection note) ಯಾಕೆ?

ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳಿಗನುಸಾರವಾಗಿ ನಡೆಸಲಾದ ಕಲಿಕಾ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳು ಪೂರ್ತಿಯಾದ ಬಳಿಕ ಅವಲೋಕನ ಟಿಪ್ಪಣಿ ತಯಾರಿಸಬೇಕು.

- ಈ ಟಿಪ್ಪಣಿಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿವಾರದ **SRG** ಸಭೆಯಲ್ಲಿ ಮಂಡಿಸಬೇಕು.
- ಮುಂದಿನ ಯೋಜನೆಗಳಿಗೆ ಸೂಕ್ತ ಮಾರ್ಗದರ್ಶನ ನೀಡಲು.
- ಒಂದು ಅವಧಿಯ **C.E.** ಕ್ರೋಡೀಕರಿಸುವುದಕ್ಕಾಗಿ.

ಮೌಲ್ಯಮಾಪನ ಸಮೀಪನ

ಕಲಿಕೆ (Learning) ಎಂಬುದು ಮಕ್ಕಳಲ್ಲಿ ಸ್ವಾಭಾವಿಕವಾಗಿ ಮತ್ತು ನಿರಂತರವಾಗಿ ನಡೆಯುವ ಒಂದು ಮಾನಸಿಕ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ. ಕಲಿಕೆಯು ಪರಿಣಾಮಕಾರಿ ಯಾಗಬೇಕಿದ್ದಲ್ಲಿ ನೀಡುವ ಅನುಭವಗಳು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಉದ್ದೇಶಗಳನ್ನು ಈಡೇರಿಸುವಂಥದ್ದಾಗಿರಬೇಕು. ಮಗು ಗಳಿಸಬೇಕಾದ ಕೌಶಲ್ಯಗಳ ಕುರಿತು ಅಧ್ಯಾಪಕನಿಗೆ ಸ್ಪಷ್ಟವಾದ ಕಲ್ಪನೆ ಉಂಟಾಗಬೇಕು. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಪಾಠಭಾಗದಿಂದಲೂ ಗಳಿಸಬೇಕಾದ ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆ (Learning Outcomes) ಗಳನ್ನು ಮೊದಲೇ ರೂಪಿಸಬೇಕು. ಈ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳನ್ನು ಬದುಕಿನ ವಿವಿಧ ಸಂದರ್ಭಗಳಿಗೆ ಹೊಂದಿಸಿಕೊಂಡು ಮಂಡಿಸಬೇಕು.

ಈ ಪ್ರಕಾರ ಗಳಿಸಿದ ಕೌಶಲ್ಯಗಳು, ನಿರ್ಣಯಗಳು, ಕಲಿಕೆಯ ಸಾಧನೆಗಳನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸಲು ಎಷ್ಟು ಸಮರ್ಪಕ? ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳನ್ನು ಗಳಿಸಲು ಇನ್ನು ಯಾರೆಲ್ಲ ಉಳಿದಿದ್ದಾರೆ? ಅವರಿಗೆ ನೀಡಬೇಕಾದ ಮುಂದುವರಿದ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಗಳೇನಾಗಿರಬೇಕು? ಅವುಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ನೀಡಬೇಕು? ಈ ರೀತಿಯ ಅಧ್ಯಾಪಕನ ಯೋಚನೆಗಳು ಮೌಲ್ಯನಿರ್ಣಯ ಮಾಡಲು ಸಹಾಯವೊದಗಿಸುತ್ತವೆ.

ಒಂದು ಪಾಠಭಾಗದ/ಘಟಕದ ವಿನಿಮಯದ ಬಳಿಕ 'ಏನೆಲ್ಲ ಕಲಿಯಲಾಯಿತು' ಎಂದು ನಿರ್ಣಯಿಸುವ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು **ಕಲಿಕೆಯ ಮೌಲ್ಯನಿರ್ಣಯ (Assessment of Learning)** ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ. ಪಾಠಭಾಗದ ಕಲಿಕೆಯ ಬಳಿಕ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯ ಸಾಮರ್ಥ್ಯ, ಕಲಿಕಾ ಗುಣಮಟ್ಟ ಎಂಬಿವುಗಳನ್ನು ನಿರ್ಣಯಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ. ಇದು ಮೌಲ್ಯನಿರ್ಣಯದ ಒಂದು ಹಂತ ಮಾತ್ರ.

ಆದರೆ ಕಲಿಕೆಯನ್ನು ಖಾತ್ರಿಪಡಿಸಲು ನಡೆಸಲಾಗುವ ಮೌಲ್ಯನಿರ್ಣಯವು ಹೆಚ್ಚು ಪ್ರಮುಖವೆನಿಸುತ್ತದೆ. ಕಲಿಕೆ ನಡೆಯುವ ವೇಳೆಯಲ್ಲಿ ಅದರ ದಕ್ಷತೆಗಾಗಿ ಅಧ್ಯಾಪಕ ಅಥವಾ ಸಹಪಾಠಿಗಳ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ರೀತಿಯ ಪಾಲ್ಗೊಳ್ಳುವಿಕೆ ನಡೆಯಬಹುದು. ಕಲಿಕೆಯೊಂದಿಗಿರುವ ಈ ಮೌಲ್ಯನಿರ್ಣಯವು ಮತ್ತು ಫೀಡ್‌ಬ್ಯಾಕ್ (Feed Back) ಮೌಲ್ಯನಿರ್ಣಯದ ಇನ್ನೊಂದು ಹಂತವಾಗಿದೆ. ಇದನ್ನು **ಕಲಿಕೆಗಿರುವ ಮೌಲ್ಯನಿರ್ಣಯ (Assessment for Learning)** ಎಂದು ಕರೆಯಬಹುದು. ಕಲಿಕೆಯ ಪ್ರಗತಿಗಾಗಿ ಇದು ನಿರಂತರ ನಡೆಯಬೇಕಾದ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ.

ಇದರೊಂದಿಗೆ ಕಲಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಗಳಿಸಿದ ಆಶಯಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ನಿರ್ಣಯಗಳನ್ನು ಸ್ವವಿಮರ್ಶೆಗೊಳಪಡಿಸಿ ಬದಲಾವಣೆ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವ 'ತಿದ್ದುಪಡಿ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ'ಯೂ ಇದೆ. ಇದನ್ನು ವೈಯಕ್ತಿಕ ಮೌಲ್ಯನಿರ್ಣಯವೆಂದು ಗುರುತಿಸಬಹುದು. ಈ ಪ್ರಕಾರ ವೈಯಕ್ತಿಕ ಮೌಲ್ಯನಿರ್ಣಯದ ಮೂಲಕವೂ ಕಲಿಕೆ ಸಾಧ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ. ಇದನ್ನು **'ಮೌಲ್ಯನಿರ್ಣಯವೇ ಕಲಿಕೆ' (Assessment as Learning)** ಎಂದು ಕರೆಯಬಹುದು.

ಕಲಿಕೆಯ ದಕ್ಷತೆಯನ್ನು ಹೆಚ್ಚಿಸಲು 'ಕಲಿಕೆಗಾಗಿರುವ ಮೌಲ್ಯನಿರ್ಣಯ' ಮತ್ತು 'ಮೌಲ್ಯನಿರ್ಣಯವೇ ಕಲಿಕೆ' ಎಂಬಿವುಗಳಿಗೆ ಪ್ರಾಧಾನ್ಯ ಕಲ್ಪಿಸಿಕೊಡಬೇಕು. ಕಲಿಕೆಯು ಫಲಪ್ರದವೂ, ಪರಿಣಾಮಕಾರಿಯೂ ಆಗಲು ಸಹಾಯಕವಾಗುವಂತಹ ಮೌಲ್ಯನಿರ್ಣಯ ಸಮೀಪನವನ್ನು ನಾವು ಸ್ವೀಕರಿಸಿಕೊಳ್ಳಬೇಕು.

ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳನ್ನು ನಿರ್ಣಯಿಸುವ ರೀತಿಯ ಕಲಿಕಾ ಸಮೀಪನವನ್ನು ಸ್ವೀಕರಿಸುವಾಗ ಅದಕ್ಕನುಗುಣವಾದ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಮೌಲ್ಯನಿರ್ಣಯ ಸಮೀಪನವನ್ನು ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಬೇಕು. ಆದುದರಿಂದ ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗೆ ಒತ್ತು ನೀಡುವ ಮೌಲ್ಯನಿರ್ಣಯ ಸಮೀಪನ (Outcome focussed assessment approach) ವನ್ನು ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಬೇಕು. ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳು ಮುಖ್ಯವಾಗಿರುವ ಕಲಿಕಾ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳಲ್ಲಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯ 'ಸಕ್ರಿಯ ಪಾಲ್ಗೊಳ್ಳುವಿಕೆ' ಯನ್ನು ಖಾತ್ರಿಪಡಿಸಬೇಕು. ವಿಮರ್ಶಾತ್ಮಕ ಆಲೋಚನೆ, ವೈಚಾರಿಕ

ಚಿಂತನೆ, ಕಲಿಕೆಯ ಪ್ರತಿಫಲನ, ಅಭಿವ್ಯಕ್ತಿ, ಪರಸ್ಪರ ಪೂರಕವಾದ ಜ್ಞಾನ ಇವೆಲ್ಲ ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳ ಮುಖ್ಯವಾಗಿರುವ ಕಲಿಕೆಯ ವೈಶಿಷ್ಟ್ಯಗಳಾಗಿವೆ.

ನಿರಂತರ ಮತ್ತು ಸಮಗ್ರವಾದ ಮೌಲ್ಯನಿರ್ಣಯ (CCE)

ನಿರಂತರ ಮತ್ತು ಸಮಗ್ರವಾದ ಮೌಲ್ಯನಿರ್ಣಯ ರೀತಿಯನ್ನು ಶಾಲಾಮಟ್ಟದಲ್ಲಿ ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲಾಗಿದೆ. ಕಲಿಯುವಿಕೆಯು ಮಗುವಿನಲ್ಲಿ ನಿರಂತರವಾಗಿ ನಡೆಯುವ ಒಂದು ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ. ಈ ಕಾರಣದಿಂದ ನೈಪುಣ್ಯಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ತಿಳುವಳಿಕೆಗಳನ್ನು ಎಷ್ಟರ ಮಟ್ಟಿಗೆ ಗಳಿಸಿದ್ದಾನೆಂಬುದನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸುವ ಮೌಲ್ಯನಿರ್ಣಯ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯು ನಿರಂತರ ನಡೆಯುತ್ತಿರಬೇಕು. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯ ವೈಜ್ಞಾನಿಕ, ಸಾಮಾಜಿಕ, ಭಾವನಾತ್ಮಕವಾದ ಬೆಳವಣಿಗೆಯನ್ನು ಸರ್ವತೋಮುಖ ಪ್ರಗತಿ ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ. ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯ ಸಮಗ್ರತೆ ಮತ್ತು ಮುಂದುವರಿಕೆಯನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸಲು ಈಈಊ ಯಲ್ಲಿ ಎರಡು ಪ್ರಮುಖ ವಲಯಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಬಹುದು.

ಗ್ರೇಡಿಂಗ್ ರೀತಿ

ನಿರಂತರವೂ ಸಮಗ್ರವೂ ಆದ ಮೌಲ್ಯನಿರ್ಣಯವನ್ನು ಗ್ರೇಡಿಂಗ್ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಮಾಡಬೇಕು. ಪ್ರೈಮರಿ ಹಂತದಲ್ಲಿ ಗ್ರೇಡಿಂಗ್‌ಗಾಗಿ ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಐದು ಪೋಯಿಂಟ್ ಗ್ರೇಡಿಂಗ್ ಉಪಯೋಗಿಸುತ್ತಾರೆ. ಐದು ಪೋಯಿಂಟ್ ಗ್ರೇಡಿಂಗ್‌ನಲ್ಲಿ ಗ್ರೇಡ್ ಪೋಯಿಂಟ್ ಮತ್ತು ಶೇಕಡಾ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ.

ಗ್ರೇಡ್ ಪೋಯಿಂಟ್ ಶೇಕಡಾ	ಗ್ರೇಡ್
90-100	A+
80-89	A
70-79	B+
60-69	B
50-59	C+
40-49	C
30-39	D+
20-29	D
20 ರ ಕೆಳಗೆ	E

ಮೌಲ್ಯನಿರ್ಣಯ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯು ನಿರಂತರವೂ ಸಮಗ್ರವೂ ಆಗಿದೆಯೆಂದು ದೃಢಪಡಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ.

CCE ವಲಯಗಳು

1. ವೈಜ್ಞಾನಿಕ ವಲಯಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಮೌಲ್ಯನಿರ್ಣಯ.
2. ಸಾಮಾಜಿಕ, ಭಾವನಾತ್ಮಕ ವಲಯದ ಪ್ರಗತಿ ಇವುಗಳನ್ನು ವಿವರವಾಗಿ ತಿಳಿಯೋಣ.

ವೈಜ್ಞಾನಿಕ ವಲಯದ ವಿಕಾಸಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಮೌಲ್ಯನಿರ್ಣಯ

ಮಗು ಕಲಿಯುತ್ತಿರುವ ಎಲ್ಲ ವಿಷಯಗಳು ವೈಜ್ಞಾನಿಕ ವಲಯದ ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿ ಸೇರುತ್ತವೆ. ಭಾಷಾಕಲಿಕೆ, ವಿಜ್ಞಾನ ವಿಷಯಗಳು (ಮೂಲವಿಜ್ಞಾನ, ಗಣಿತ ವಿಜ್ಞಾನ, ಸಮಾಜ ವಿಜ್ಞಾನ), ಕಲೆಯ ಕಲಿಕೆ, ವೃತ್ತಿ ಪರಿಚಯ ಕಲಿಕೆ ಹಾಗೂ ಆರೋಗ್ಯ ಕ್ರಿಡಾ ಶಿಕ್ಷಣ ಮುಂತಾದ ಎಲ್ಲ ವಿಷಯಗಳನ್ನು ಈ ವಲಯಕ್ಕೆ ಸೇರಿಸಬಹುದು. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ವಿಷಯಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ, ಅದು ಎಷ್ಟರಮಟ್ಟಿಗೆ ಯೋಗ್ಯವೆಂದು ನೋಡಿಕೊಂಡು ಮೌಲ್ಯನಿರ್ಣಯ ನಡೆಸಬೇಕು. ಇಲ್ಲಿ ಎರಡು ವಿಧದ ಮೌಲ್ಯಮಾಪನಗಳನ್ನು ಕೊಡಲಾಗಿದೆ.

1. ನಿರಂತರ ಮೌಲ್ಯಮಾಪನ (C.E.)
2. ಅವಧಿ ಮೌಲ್ಯಮಾಪನ (T.E.)

ನಿರಂತರ ಮೌಲ್ಯಮಾಪನ (C.E.)

ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಹಂತದಲ್ಲಿ ಭಾಷಾ ವಿಷಯಗಳ ಕಲಿಕೆ ಅನೇಕ ಕೌಶಲ್ಯಗಳನ್ನು ಬೆಳೆಸಬೇಕಾಗಿದೆ. ಅಂದರೆ ಇದರಲ್ಲಿ ಆಶಯಗಳು, ಸತ್ಯಾಂಶಗಳು, ವಿವಿಧ ವಿಜ್ಞಾನ ವಲಯಗಳು, ಸೃಜನಶೀಲ ರಚನೆಗಳು ಎಂಬೀ ವಿಷಯಗಳನ್ನೊಳ ಗೊಂಡಿರುತ್ತವೆ. ಇವುಗಳನ್ನುಳಿದು ಭಾಷಾ ಕೌಶಲ್ಯಗಳನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸಲು ಕಷ್ಟಸಾಧ್ಯ. ಕೇಳಿ, ಓದಿ ವಿಷಯಗಳನ್ನು ಗ್ರಹಿಸುವುದು, ಮೌಖಿಕವಾಗಿ ಹೇಳುವ ಮೂಲಕ, ಬರೆಯುವ ಮೂಲಕ ಅಭಿವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸುವುದು, ಸೃಜನಾತ್ಮಕ ಬರಹಗಳ ಮೂಲಕ ಪ್ರಕಟಿಸುವುದು ಮೊದಲಾದ ಕೌಶಲ್ಯಗಳನ್ನು ಭಾಷಾಕಲಿಕೆಯ ಮೂಲಕ ವೃದ್ಧಿಸಿಕೊಳ್ಳಬೇಕು. ಆದುದರಿಂದ ಭಾಷಾಕಲಿಕೆಯುನ್ನು ಕೇವಲ ಕೌಶಲ್ಯಗಳನ್ನಾಗಿಯೋ, ಜ್ಞಾನವೊದಗಿಸುವ ವಿಷಯವನ್ನಾಗಿಯೋ ಬೇರ್ಪಡಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ.

1 ಮತ್ತು 2ನೇ ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ ವಿಷಯಾಧಾರಿತ (Theme) ನೆಲೆಯಲ್ಲಿ ಭಾಷೆ, ಗಣಿತ, ಪರಿಸರ ಅಧ್ಯಯನ ಎಂಬ ವಿಷಯಗಳಲ್ಲಿ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳನ್ನು ಸಿದ್ಧಪಡಿಸಲಾಗಿದೆ. ಆದುದರಿಂದ ಈ ತರಗತಿಗಳ ಹೂರಣ ವಲಯವಾಗಿ ಪ್ರಸ್ತುತ ವಿಷಯವನ್ನು ನಮಗೆ ನಿರ್ಧರಿಸಬಹುದು. ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಹಂತದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯ ವಾಚಿಕ ಮತ್ತು ಬರವಣಿಗೆಯ ಕೌಶಲಗಳ ಬೆಳವಣಿಗೆಗೆ ಆಲಿಸುವಿಕೆ, ಓದುವಿಕೆ, ಲಿಪಿ ವಿನ್ಯಾಸದ ಬಗೆಗೆ ತಿಳಿಯುವುದು, ಉಚ್ಚಾರ ಶುದ್ಧಿಯೊಂದಿಗೆ ಓದುವುದು, ಸರಿಯಾದ ಬರವಣಿಗೆ ಇವೆಲ್ಲವೂ ಆವಶ್ಯಕ.

ವಿಜ್ಞಾನ ವಿಷಯಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಆಶಯ ರೂಪೀಕರಣದ ಹಂತದಲ್ಲಿ ಮಗು ಆರ್ಜಿಸಿದ ಆಶಯಗಳು, ತಿಳುವಳಿಕೆಗಳು ಮತ್ತು ಸಾಧಿಸಿದ ಕೌಶಲಗಳು ಎಂಬಿವುಗಳನ್ನು ಗಮನದಲ್ಲಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳಬೇಕು. ಇಲ್ಲಿ ಮೂರು ವಿಧದ ನಿರಂತರ ಮೌಲ್ಯಮಾಪನವನ್ನು ಸೂಚಿಸಲಾಗಿದೆ.

- ಕಲಿಕಾ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯ ಮೌಲ್ಯಮಾಪನ
- ಪೋರ್ಟ್‌ಫೋಲಿಯೋ ಮೌಲ್ಯಮಾಪನ
- ಘಟಕ ಮಟ್ಟದ ಮೌಲ್ಯಮಾಪನ (ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಘಟಕದ ಒಟ್ಟು ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳ ಮೌಲ್ಯಮಾಪನ) ಇವುಗಳನ್ನು ವಿವರವಾಗಿ ಪರಿಶೀಲಿಸೋಣ.

ಕಲಿಕಾ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯ ಮೌಲ್ಯಮಾಪನ

ಕಲಿಕೆಯ ನಿರ್ವಹಣೆಯ ವೇಳೆಯಲ್ಲಿ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯ ಮೌಲ್ಯಮಾಪನವು ತುಂಬಾ ಪ್ರಧಾನವಾಗಿದೆ. ಕಲಿಕಾ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಘಟ್ಟವನ್ನು ಮೌಲ್ಯಮಾಪನ ಮಾಡಿ ಅಗತ್ಯವಾದ ಬೆಂಬಲವನ್ನು ನೀಡಬೇಕು. ಚಟುವಟಿಕೆಯ ಮೂಲಕ ಗಳಿಸಿದ ಆಶಯ ಮತ್ತು ತಿಳುವಳಿಕೆಗಳು, ಗಳಿಸಿದ ಕೌಶಲಗಳು ಎಂಬಿವುಗಳನ್ನು ಮೌಲ್ಯಮಾಪನ ಮಾಡಬೇಕು. ಸ್ವ–ಮೌಲ್ಯಮಾಪನ, ಪರಸ್ಪರ ಮೌಲ್ಯಮಾಪನ ಮತ್ತು ಅಧ್ಯಾಪಕರ ಮೌಲ್ಯಮಾಪನಗಳಿಗೆ ಯೋಗ್ಯವಾದ ಸೂಚಕಗಳನ್ನು ಘಟಕಗಳ ವಸ್ತುವಿಗೆ ಅನುಸರಿಸಿ ರೂಪಿಸಿ ಬಳಸಬೇಕು. ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಗಳ ಮೌಲ್ಯಮಾಪನಕ್ಕೆ ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಕೆಳಗೆ ಕೊಡಲಾದ ಸೂಚಕಗಳನ್ನು ಬಳಸಬಹುದು.

1. ಚಟುವಟಿಕೆಗಳಲ್ಲಿ ಭಾಗವಹಿಸುವಿಕೆ (ಚಟುವಟಿಕೆಯಲ್ಲಿ ತೊಡಗಿಸಿಕೊಳ್ಳುವ ಸನ್ನದ್ಧತೆ, ವೈಯಕ್ತಿಕ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳನ್ನು ನಿಭಾಯಿಸುವ ಸಾಮರ್ಥ್ಯ, ಗುಂಪು ಪಾಲ್ಗೊಳ್ಳುವಿಕೆ, ಆಶಯ ವಿನಿಮಯ.)
2. ಆಶಯ ತಿಳುವಳಿಕೆ
3. ಕೌಶಲಗಳ ಸಂಪಾದನೆ
4. ಅಭಿವ್ಯಕ್ತಿ/ಮಂಡನೆ
5. ದಾಖಲಿಸುವುದು/ಸಿದ್ಧಪಡಿಸುವುದು

ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯ ಮೌಲ್ಯನಿರ್ಣಯಕ್ಕೆ ನೀಡಲಾಗಿರುವ ಸೂಚಕಗಳ ಹಿನ್ನೆಲೆಯಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ಮೌಲ್ಯನಿರ್ಣಯ ಮಾಡಿ ಮೌಲ್ಯಮಾಪನ ಪುಟದಲ್ಲಿ ದಾಖಲಿಸಬೇಕು. ಮಗುವಿನ ನೋಟ್‌ಬುಕ್ಕನ್ನು ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯ ಮೌಲ್ಯಮಾಪನದ ಸಾಕ್ಷ್ಯವಾಗಿ ಉಪಯೋಗಿಸಬೇಕು. ಅವಧಿಯ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ಮಾತ್ರ ಇವುಗಳನ್ನು ಗ್ರೇಡಿಗೆ ಬದಲಾಯಿಸಿ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ನಮೂನೆಯಲ್ಲಿ ದಾಖಲಿಸಬೇಕು.

1 ರಿಂದ ತೊಡಗಿ ಮುಂದುವರಿಯುವ ವಿಷಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಆ ವಿಷಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಅದರಿಂದಲೇ ಗುಣಿಸಿದರೆ ಸಾಕು.

1. ಟೀಚಿಂಗ್ ಮ್ಯಾನುವೆಲ್‌ನ ವಿವರಗಳು

ಕಲಿಕೆಯ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳನ್ನು ಸುಸೂತ್ರವಾಗಿ ಸಂಯೋಜನೆ ಮಾಡುವುದಕ್ಕೂ, ಶಾಸ್ತ್ರೀಯವಾದ ನಿರಂತರ ಮೌಲ್ಯಮಾಪನವನ್ನು ಮಾಡುವುದಕ್ಕೂ ಟೀಚಿಂಗ್ ಮ್ಯಾನುವೆಲ್‌ನ್ನು ಸಿದ್ಧಪಡಿಸುವುದು ಅವಶ್ಯಕವಾಗಿದೆ.

ಟೀಚಿಂಗ್ ಮ್ಯಾನುವೆಲ್‌ಗಳಲ್ಲಿ ಕೆಳಗೆ ನೀಡಲಾದ ಘಟಕಗಳನ್ನು ಕೊಡಬಹುದಾಗಿದೆ.

- ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳು
- ಆಶಯಗಳು/ತಿಳುವಳಿಕೆಗಳು
- ಕೌಶಲಗಳು
- ಮೌಲ್ಯಗಳು/ಮನೋಭಾವಗಳು
- ಕಲಿಕೋಪಕರಣಗಳು
- ನಿರೀಕ್ಷಿಸುವ ಉತ್ಪನ್ನಗಳು
- ಸಮಯ

- ಚಟುವಟಿಕೆಗಳು ಮತ್ತು ಮೌಲ್ಯಮಾಪನ ಒಳಗೊಂಡ ಪ್ರಕ್ರಿಯಾ ಪುಟ, ಮೌಲ್ಯಮಾಪನದ ಮಾಹಿತಿಗಳನ್ನು ದಾಖಲಿಸಿದ ಮೌಲ್ಯನಿರ್ಣಯದ ಪುಟ.
- ಮೌಲ್ಯನಿರ್ಣಯದ ಪುಟದ ಮಾಹಿತಿಗಳನ್ನು ಆಧರಿಸಿದ ಅವಲೋಕನ ಟಿಪ್ಪಣಿಗಳು

ಮ್ಯಾನುವೆಲ್‌ನಲ್ಲಿ ಹೊಂದಾಣಿಕೆಯಿಂದ ಕೂಡಿದ ಕಲಿಕಾ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳ ಯೋಜನೆ, ಮೌಲ್ಯನಿರ್ಣಯ ಸಂದರ್ಭಗಳು, ತಂತ್ರಗಳು, ಉಪಕರಣಗಳಿರಬೇಕು.

2. ವಿಷಯಾಧಾರಿತ ನೋಟ್‌ಬುಕ್ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ವಿವರಗಳು

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯ ನೋಟ್ ಪುಸ್ತಕವು ವೈಜ್ಞಾನಿಕ ವಲಯದ ಮೌಲ್ಯಮಾಪನಕ್ಕೆ ಆಧಾರವಾಗಿವ ಪ್ರಧಾನ ದಾಖಲೆಯಾಗಿದೆ. ಕಲಿಕೆಯ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಗಳಿಗನುಸರಿಸಿ ವಿವಿಧ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳನ್ನು ಪೂರ್ತೀಕರಿಸಲು ನೋಟ್‌ಪುಸ್ತಕವು ಸಹಕಾರಿಯಾಗಿದೆ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯ ಸೃಜನಶೀಲತೆ, ಚಿಂತನ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಗಳು, ಭಾಷಾ ನೈಪುಣ್ಯ ಮೊದಲಾದವುಗಳು ನೋಟ್ ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಫಲಿಸುತ್ತವೆ. ಪಾಠ ವಿನಿಮಯ ಮಾಡುವುದಕ್ಕೆ ಬಳಸುವ ವಿವಿಧ ತಂತ್ರಗಳು, ಅವುಗಳ ಪೂರ್ತೀಕರಣಕ್ಕೆ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ ನಡೆಸುವ ಸಿದ್ಧತೆಗಳು, ಚಟುವಟಿಕೆಗಳ ವಿವಿಧ ಹಂತಗಳ ಪಾಲ್ಗೊಳ್ಳುವಿಕೆ ಮೊದಲಾದ ಎಲ್ಲಾ ಮಾಹಿತಿಗಳು ನೋಟ್ ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿರಬೇಕು. ಚಟುವಟಿಕೆಗಳ ಮೂಲಕ ರೂಪುಗೊಂಡ ಉತ್ಪನ್ನಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ವಿವರಗಳನ್ನು ನೋಟ್‌ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿಯೇ ದಾಖಲಿಸಬೇಕು.

ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಸಮಯದೊಳಗೆ ಸಾಧನೆಗಳ ಮೌಲ್ಯಮಾಪನ ಮಾಡಿ ಕಲಿಕೆಯ ಪ್ರಗತಿಗೆ ಅಗತ್ಯವಾದ ಸೂಚನೆಗಳನ್ನು, ಮಾರ್ಗದರ್ಶನವನ್ನು ಅಧ್ಯಾಪಕರು ನೀಡಬೇಕು. ಘಟಕದ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳನ್ನು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ ಗಳಿಸಿಕೊಂಡಿರುವನೋ? ಎಂದು ಪರೀಕ್ಷಿಸುವ ದಾಖಲೆಯಾಗಿ ನೋಟ್‌ಪುಸ್ತಕಗಳು ಕಾರ್ಯ ನಿರ್ವಹಿಸಬೇಕು.

ನೋಟ್‌ಪುಸ್ತಕವು ಆಶಯಸ್ಪಷ್ಟತೆಯಿಂದ ಕೂಡಿರುವುದು, ಆಶಯ ಮತ್ತು ಸನ್ನಿವೇಶಗಳಿಗೆ ಯೋಗ್ಯವಾದ ಉಲ್ಲೇಖಗಳಿರುವುದು, ತನ್ನ ಚಿಂತನೆಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿರುವುದು ಮತ್ತು ಪ್ರತಿಫಲಿಸುವಂತಹದು ಆಗಿರಬೇಕು. ವಿಷಯಗಳನ್ನು ನಿಖರವಾಗಿ ಮಂಡಿಸಿರಬೇಕು. ನೋಟ್‌ಪುಸ್ತಕಕ್ಕೆ ಸಮಗ್ರತೆ ಮತ್ತು ಮುಂದುವರಿಕೆಯಿರಬೇಕು.

ಪೋರ್ಟ್‌ಫೋಲಿಯೋ ಮೌಲ್ಯಮಾಪನ

ಕಲಿಕಾ ಚಟುವಟಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಮುಂದುವರಿಯುವಾಗ ಸಿಗುವ ಎಲ್ಲಾ ಉತ್ಪನ್ನಗಳನ್ನು ಪೋರ್ಟ್‌ಫೋಲಿಯೋದಲ್ಲಿ ಅಳವಡಿಸಿ ಮೌಲ್ಯಮಾಪನ ಮಾಡಬೇಕು. ಕಲಿಕೆಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿ ಮಗುವಿಗೂ ಹೆತ್ತವರಿಗೂ ಫೀಡ್‌ಬ್ಯಾಕ್ ನೀಡುವ ಕೆಲಸವನ್ನು ಪೋರ್ಟ್‌ಫೋಲಿಯೋ ನೀಡುತ್ತದೆ. ಇದು ಕಲಿಕೆಯನ್ನು ತ್ವರಿತಗೊಳಿಸುತ್ತದೆ.

ಪೋರ್ಟ್‌ಫೋಲಿಯೋದಲ್ಲಿ,

- ನೋಟ್‌ಬುಕ್
- ಇತರ ರಚನೆಗಳು (ವೈಯಕ್ತಿಕ ರಚನೆ, ಉತ್ತಮಗೊಳಿಸಿದ ರಚನೆ)
- ಇತರ ಕಲಿಕಾ ಸಾಕ್ಷ್ಯಗಳು (ಚಿತ್ರಗಳು, ಸಂಗ್ರಹಗಳು, ಕಲಿಕೋಪಕರಣಗಳು)
- ಸೃಜನಶೀಲ ರಚನೆಗಳು
- ವರ್ಕ್‌ಶೀಟ್‌ಗಳು

ಈ ಮೊದಲಾದುವು ಸೇರಿಕೊಂಡಿವೆ.

ಪೋರ್ಟ್‌ಫೋಲಿಯೋ ಮೌಲ್ಯಮಾಪನಕ್ಕೆ ಕೆಳಗೆ ಕೊಡಲಾದ ಸೂಚಕಗಳನ್ನು ಬಳಸಬಹುದು.

- ಆಶಯ ಸ್ಪಷ್ಟತೆ
- ತಿಳುವಳಿಕೆಗಳನ್ನು ತನ್ನದಾಗಿಸಿರುವುದು
- ಯೋಗ್ಯವಾದ ಸಂರಚನೆ
- ಪೂರ್ಣತೆ
- ನೈಜತೆ

ಪೋರ್ಟ್‌ಫೋಲಿಯೋ ಮೌಲ್ಯಮಾಪನಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿ ಒಂದು ಉದಾಹರಣೆಯನ್ನು ನೋಡೋಣ.

ಘಟಕ ಮಟ್ಟದ ಮೌಲ್ಯಮಾಪನ

ಒಂದು ಘಟಕದಲ್ಲಿ ವಿವಿಧ ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳಿಗಿರುವ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಂಬಂಧದೊಂದಿಗೆ ವಿನ್ಯಾಸಗೊಂಡಿರುತ್ತವೆ. ಇದಕ್ಕೊಂದು ಸಮಗ್ರ ಸ್ವರೂಪವಿದೆ. ಒಂದು ಘಟಕವನ್ನು ಮೌಲ್ಯಮಾಪನ ಮಾಡುವುದರ ಮೂಲಕ ಈ ಸಮಗ್ರತಾ ಪ್ರಜ್ಞೆ (ಎಲ್ಲಾ ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ) ಯನ್ನು ಬೆಲೆಗಟ್ಟುವುದಾಗಿದೆ. ವಾಚಿಕದ ಮೌಲ್ಯಮಾಪನ, ರಸಪ್ರಶ್ನೆ ಕಾರ್ಯಕ್ರಮ, ಓಪನ್ ಬುಕ್ ಮೌಲ್ಯಮಾಪನ, ಪ್ರಶ್ನೆ ತಯಾರಿ ಮತ್ತು ಉತ್ತರ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು, ಹೊಸ ರಚನೆಗಳ ಮೌಲ್ಯಮಾಪನ ಮೊದಲಾದುವುಗಳನ್ನು ಘಟಕ ಮೌಲ್ಯಮಾಪನಕ್ಕೆ ಪರಿಗಣಿಸಬೇಕು. ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಘಟಕದ ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳ ವಿಷಯದಲ್ಲಿ ಮಗು ಯಾವ ಹಂತದಲ್ಲಿದ್ದಾನೆಂದು ತಿಳಿಯಲು ಸಹಾಯಕವಾದ ರೇಟಿಂಗ್ ಸ್ಕೇಲ್, ಚೆಕ್‌ಲಿಸ್ಟ್ ಮೊದಲಾದುವುಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಬೇಕು. ಘಟಕ ಮೌಲ್ಯಮಾಪನವು ಕಲಿಕಾ ಚಟುವಟಿಕೆಯೊಂದಿಗೆ ಸಹಜವಾಗಿ ನಡೆಯಬೇಕಾಗಿದೆ.

ಘಟಕ ಮೌಲ್ಯಮಾಪನದ ಸೂಚಕಗಳ ಆಧಾರದಲ್ಲಿ ಅಂಕಗಳನ್ನು ನೀಡಿ, ಗ್ರೇಡಿಗೆ ಪರಿವರ್ತಿಸಿ, ಅವಧಿಯ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ನಿಗದಿತ ನಮೂನೆಯಲ್ಲಿ ದಾಖಲಿಸಬೇಕು. ಒಂದು ಅವಧಿಯಲ್ಲಿ ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಘಟಕಗಳ ಮೌಲ್ಯಮಾಪನವಿರುವುದರಿಂದ ಘಟಕ ಮೌಲ್ಯಮಾಪನದ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಅವಧಿಯ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ದಾಖಲಿಸಬೇಕು. ಇದಕ್ಕೆ ಬಳಸಿದ ಮಾಪನದ ಸ್ವಭಾವಕ್ಕನುಸರಿಸಿ ಸೂಚಕಗಳನ್ನು ಅಧ್ಯಾಪಕರು ತಯಾರಿಸಬೇಕು. ಕಲೆಯ ಕಲಿಕೆ, ವೃತ್ತಿ ಪರಿಚಯ ಕಲಿಕೆ, ಆರೋಗ್ಯ ಮತ್ತು ಕ್ರೀಡಾ ಶಿಕ್ಷಣ ಎಂಬ ವಿಷಯಗಳಿಗೆ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ, ಪೋರ್ಟ್‌ಫೋಲಿಯೋ, ಘಟಕ ಮಟ್ಟ – ಎಂಬ ಮೌಲ್ಯಮಾಪನಗಳನ್ನು ನಡೆಸಿ ಗ್ರೇಡ್ ನೀಡಬೇಕು.

CE ಗ್ರೇಡ್ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ವಿಧಾನ

ಪ್ರತಿಯೊಂದು ವಿಷಯದ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ, ಪೋರ್ಟ್‌ಫೋಲಿಯೋ, ಘಟಕ ಮಟ್ಟದ ಮೌಲ್ಯಮಾಪನ ಎಂಬಿವುಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದರ ಗ್ರೇಡನ್ನು ಲೆಕ್ಕ ಮಾಡಿದ ಬಳಿಕ ಅವುಗಳನ್ನು A, B, C, D, E ಗ್ರೇಡ್‌ಗಳಿಗೆ ಅನುಕ್ರಮವಾಗಿ 5, 4, 3, 2, 1 ಎಂಬ ಹಾಗೆ ಅಂಕಗಳನ್ನು ನೀಡಬೇಕು. ಹೀಗೆ ಸಿಗುವ ಒಟ್ಟು ಗ್ರೇಡ್ ಪಾಯಿಂಟ್‌ಗಳ ಆಧಾರದಲ್ಲಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯ CE ಗ್ರೇಡನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

$$\text{CE ಗ್ರೇಡ್} = \frac{\text{ಒಟ್ಟು ಲಭಿಸಿದ ಗ್ರೇಡ್ ಪಾಯಿಂಟ್}}{\text{ಗರಿಷ್ಠ ಗ್ರೇಡ್ ಪಾಯಿಂಟ್}} \times 100$$

ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಒಂದು ಮಗುವಿಗೆ ಕನ್ನಡದಲ್ಲಿ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ, ಪೋರ್ಟ್‌ಫೋಲಿಯೋ ಮತ್ತು ಘಟಕ

ಮಟ್ಟದ ಮೌಲ್ಯಮಾಪನ ಇವುಗಳ ಗ್ರೇಡ್ ಅನುಕ್ರಮವಾಗಿ A, B, B ಎಂದು ಭಾವಿಸಿರಿ. ಎಂದರೆ ಒಟ್ಟು ಲಭಿಸಿದ ಗ್ರೇಡ್ ಪಾಯಿಂಟ್ $5 + 4 + 4 = 13$ ಆಗಿದೆ. ಗರಿಷ್ಠ ಸಿಗಬಹುದಾದ ಗ್ರೇಡ್ ಪಾಯಿಂಟ್ 15.

ಗ್ರೇಡ್ ಪಾಯಿಂಟ್ (ಶೇಕಡಾದಲ್ಲಿ $\frac{13}{15} \times 100 = 86.67$)

ಕೆಳಗಿನ ಪಟ್ಟಿಯ ಪ್ರಕಾರ ಕನ್ನಡದ CE ಗ್ರೇಡ್ A ಆಗಿದೆ. ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ CE ಗ್ರೇಡನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

ಅವಧಿ ಮೌಲ್ಯಮಾಪನ (TE)

9, 10 ಶಾಲಾ ಹಂತದಲ್ಲಿ ಭಾಷಾ ವಿಷಯಗಳಿಗೆ ಅವಧಿಯನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿಕೊಂಡು ಘಟಕಗಳ ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸಬೇಕು. ಭಾಷೆಯ ವ್ಯವಹಾರ ರೂಪಗಳು, ಭಾಷಾ ಸತ್ಯಾಂಶಗಳು, ಭಾಷಾ ಕೌಶಲ್ಯಗಳು ಎಂಬ ವಲಯಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿಕೊಂಡು ಅವಧಿ ಮೌಲ್ಯಮಾಪನವನ್ನು ನಡೆಸಬೇಕು. ಒಳಹೂರಣ ವಲಯಗಳಿಗೆ ಮತ್ತು ಕೌಶಲ್ಯಗಳಿಗೆ ಒತ್ತು ನೀಡಿರುವ ವೈವಿಧ್ಯಪೂರ್ಣ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳ ಮಾದರಿಗಳು ಒಳಗೊಂಡಿರಬೇಕು. ವಿಜ್ಞಾನ ವಿಷಯಗಳಿಗೆ ಅವಧಿಯಲ್ಲಿ ಒಳಗೊಂಡಿರುವ ಘಟಕಗಳ ಒಳ ಹೂರಣಗಳನ್ನು ಆಧರಿಸಿ ಅವಧಿ ಮೌಲ್ಯಮಾಪನ ನಡೆಸಬೇಕು. ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳಿಗೆ ಒತ್ತು ಕೊಡುವ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಆಶಯಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ಕೌಶಲ್ಯಗಳನ್ನು ಮೌಲ್ಯಮಾಪನ ಮಾಡುವುದಕ್ಕೆ ಯೋಗ್ಯವಾದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ತಯಾರಿಸಬೇಕು.

ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಘಟಕ/ಆಶಯ ವಲಯಗಳಿಗೂ ವಿವಿಧ ಹಂತದ ಮಾನಸಿಕ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಗಳಿಗೂ (ಜ್ಞಾನ ಕರಗತ ಮಾಡುವುದು/ತಿಳುವಳಿಕೆಯ ಸಾಧನೆ, ಆಶಯಗಳು/ತಿಳುವಳಿಕೆಗಳು ಇವುಗಳ ಪ್ರಯೋಗ, ನಿಗಮನ ರೂಪಿಸುವುದು, ಮೌಲ್ಯನಿರ್ಣಯ, ಸೃಜನಾತ್ಮಕ ಮಾನಸಿಕ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಗಳು) ಸರಿಯಾದ ವೆಯ್ಟೇಜ್ (Weightage) ನೀಡಿ ನೀಲಿನಕಾಶೆ ತಯಾರಿಸಿ, ವೈವಿಧ್ಯಪೂರ್ಣ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿವೆಯೆಂದು ಖಾತ್ರಿಪಡಿಸಿ, ಪ್ರಶ್ನೆಪತ್ರಿಕೆ ತಯಾರಿಸಬೇಕು. ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಯೋಗ್ಯವಾದ ಸೂಚಕಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸಿ, ಅವುಗಳ ಆಧಾರದಲ್ಲಿ ಮೌಲ್ಯಮಾಪನವನ್ನು ನಿರ್ವಹಿಸಬೇಕು.

ಕಲೆಯ ಕಲಿಕೆ, ವೃತ್ತಿ ಪರಿಚಯ ಕಲಿಕೆ, ಆರೋಗ್ಯ ಮತ್ತು ಕ್ರೀಡಾ ಶಿಕ್ಷಣ ಎಂಬೀ ವಿಷಯಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿ ಟರ್ಮಿನಲ್ ಮೌಲ್ಯಮಾಪನವನ್ನು ಪ್ರದರ್ಶನ ಮಾಲ್ಯಮಾಪನ (Performance Assessment) ವಾಗಿ ನಡೆಸಬೇಕು.

ಅದಕ್ಕಿರುವ ಮಾದರಿಗಳನ್ನು ಆಯಾ ವಿಷಯಗಳ ಕೈಪಿಡಿಗಳಲ್ಲಿ ನೀಡಲಾಗಿದೆ. ಕಲೆಯ ಕಲಿಕೆ, ವೃತ್ತಿಪರಿಚಯ ಕಲಿಕೆ, ಆರೋಗ್ಯ ಮತ್ತು ಕ್ರೀಡಾ ಶಿಕ್ಷಣ ಎಂಬಿವುಗಳಿಗೆ ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಗ್ರೇಡ್ ನೀಡಬೇಕಾಗಿದೆ.

ಸಾಮಾಜಿಕ, ಭಾವನಾತ್ಮಕ ವಲಯದ ಮೌಲ್ಯಮಾಪನ

ವೈಜ್ಞಾನಿಕ ವಲಯದಂತೆಯೇ ಸಾಮಾಜಿಕ, ಭಾವನಾತ್ಮಕ ವಲಯಗಳ ಮೌಲ್ಯಮಾಪನವು ಪ್ರಧಾನವಾದುದು. Learning to know, Learning to do, Learning together, Learning to be ಎಂಬ ನೈಪುಣ್ಯಗಳನ್ನು ಇಲ್ಲಿ ಪರಿಗಣಿಸಬೇಕು. ಸಾಮಾಜಿಕ, ಭಾವನಾತ್ಮಕ ವಲಯಗಳ ಮೌಲ್ಯಮಾಪನಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿ ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ನೈಪುಣ್ಯಗಳನ್ನು ಮೌಲ್ಯಮಾಪನ ಮಾಡಬೇಕು.

1. ವಿಚಾರ ವಿನಿಮಯ ಕೌಶಲ (Communication Skills)
2. ಅಂತರ್‌ವ್ಯಕ್ತಿ ನೈಪುಣ್ಯ (Inter Personal Skills)

3. ಸಹಭಾವ (Empathy)
4. ಭಾವನೆಗಳೊಂದಿಗೆ ಹೊಂದಾಣಿಕೆ (Coping with Emotions)
5. ಮಾನಸಿಕ ಒತ್ತಡದೊಂದಿಗೆ ಹೊಂದಾಣಿಕೆ (Copying with stress)
6. ಸಮಸ್ಯೆ ಪರಿಹಾರ ಕೌಶಲ (Problem solving skills)
7. ತೀರ್ಮಾನ ಕೈಗೊಳ್ಳುವುದು (Decision making)
8. ವಿಮರ್ಶಾತ್ಮಕ ಚಿಂತನೆ (Critical thinking)
9. ಸೃಜನಶೀಲ ಚಿಂತನ ಕೌಶಲ (Creative thinking skills)
10. ಸ್ವ ನಿರ್ವಹಣೆ (Self management)

ವೈಜ್ಞಾನಿಕ ವಲಯದ ವಿಷಯಗಳನ್ನು ನಿರ್ವಹಿಸುವ ಅಧ್ಯಾಪಕರೇ ಇವುಗಳ ಮೌಲ್ಯಮಾಪನವನ್ನು ಮಾಡಬೇಕು. ಆಯಾ ವಿಷಯಗಳ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ ಮೌಲ್ಯಮಾಪನದ ಭಾಗವಾಗಿ, ಈ ಮೌಲ್ಯಮಾಪನವನ್ನು ನಡೆಸಬೇಕು. ಇಲ್ಲಿ ಪ್ರಕ್ರಿಯಾ ಕೌಶಲದ ಮೌಲ್ಯಮಾಪನ ರೂಪುಗೊಳ್ಳುತ್ತದೆಯೋ ಎಂಬುದನ್ನು ಮೌಲ್ಯಮಾಪನ ಮಾಡಬೇಕು.

ಸಾಮಾಜಿಕ – ಭಾವನಾತ್ಮಕ ವಲಯದಲ್ಲಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯ ಸಾಮರ್ಥ್ಯವನ್ನು ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಧನಾತ್ಮಕವಾದ ಅಂಶಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ ದಾಖಲಿಸಬೇಕು. ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯ ಧನಾತ್ಮಕವಾದ ನೈಪುಣ್ಯಗಳನ್ನು ಪ್ರೋತ್ಸಾಹಿಸಬೇಕು.

ಈ ಸಂಬಂಧವಾದ ದಾಖಲೆಗಳು ಟೀಚಿಂಗ್ ಮ್ಯಾನುವೆಲ್‌ನಲ್ಲಿರಬೇಕು. ಸಾಮಾಜಿಕ, ಭಾವನಾತ್ಮಕ ವಲಯದ ಮೌಲ್ಯಮಾಪನವನ್ನು ವಾರ್ಷಿಕ ಕ್ರೋಡೀಕರಣ ನಮೂನೆಯಲ್ಲಿ ದಾಖಲಿಸಬೇಕು. ಇದಕ್ಕಾಗಿ ನಮೂನೆಯಲ್ಲಿ ಪ್ರತ್ಯೇಕವಾದ ಕಾಲಂಗಳನ್ನು ನೀಡಲಾಗಿದೆ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯ ಕಲಿಕಾ ಪ್ರಗತಿಯ ದಾಖಲೆಯಲ್ಲಿಯೂ ಈ ಸಂಬಂಧವಾದ ಗುಣಾತ್ಮಕವಾದ ದಾಖಲಾತಿ ಇರಬೇಕು.

ಸಾಮಾಜಿಕ – ಭಾವನಾತ್ಮಕ ಮಂಡಲಗಳ ನೈಪುಣ್ಯಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿ ಅತ್ಯುತ್ತಮವಾದುದನ್ನು ಕಾಲಂನಲ್ಲಿ ದಾಖಲಿಸಬೇಕು. ಉತ್ತಮವಾಗಿ ಪ್ರದರ್ಶಿಸಲ್ಪಡದ ನೈಪುಣ್ಯವನ್ನು ದಾಖಲಿಸಬೇಕಾಗಿಲ್ಲ.

ಹೀಗೆ ವೈಜ್ಞಾನಿಕ ಮಂಡಲದಲ್ಲೂ ಸಾಮಾಜಿಕ ಭಾವನಾತ್ಮಕ ಮಂಡಲದಲ್ಲೂ ಮಗುವಿನ ಉತ್ತಮ ಪ್ರದರ್ಶನವನ್ನು ಮೌಲ್ಯನಿರ್ಣಯಿಸಿ ದಾಖಲಿಸಬೇಕು. ಉತ್ತಮ ಮನೋಭಾವ ಮೂಡಿಬರಲು ಅಗತ್ಯವಾದ ಕಾರ್ಯಗಳನ್ನು ಕೈಗೊಂಡು ಅವನ ಅತ್ಯುತ್ತಮವಾದ ಗ್ರೇಡನ್ನು ಮಾತ್ರ ದಾಖಲಿಸಿದರೆ ಸಾಕು.

ಮೌಲ್ಯಮಾಪನ ಒಂದೇ ನೋಟದಲ್ಲಿ

ಮೌಲ್ಯಮಾಪನ

ಸಮೀಪನ : ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳಿಗೆ ಒತ್ತು ಕೊಡುವ ಸಮೀಪನ

ನಿರಂತರ ಹಾಗೂ ಸಮಗ್ರವಾದ ಮೌಲ್ಯಮಾಪನ (CCE)

- ವೈಜ್ಞಾನಿಕ ವಲಯ
  - ನಿರಂತರ ಮೌಲ್ಯಮಾಪನ
    - ಕಲಿಕಾ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯ ಮೌಲ್ಯಮಾಪನ
    - ಪೋರ್ಟ್‌ಫೋಲಿಯೋ ಮೌಲ್ಯಮಾಪನ
    - ಘಟಕ ಮಟ್ಟದ ಮೌಲ್ಯಮಾಪನ
  - ಅವಧಿ ಮೌಲ್ಯಮಾಪನ
    - ಆಶಯಗಳು ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಗಳು ಮೊದಲಾದುವು
- ಸಾಮಾಜಿಕ, ಭಾವನಾತ್ಮಕ ವಲಯ
  1. ವಿಚಾರ ವಿನಿಮಯ ಸಾಮರ್ಥ್ಯ (Communication Skills)
  2. ಅಂತರ್ವ್ಯಕ್ತಿ ನೈಪುಣ್ಯ (Interpersonal Skills)
  3. ಸಹಭಾವ (Empathy)
  4. ಭಾವನೆಗಳೊಂದಿಗೆ ಹೊಂದಿಕೆ (Coping with emotions)
  5. ಮಾನಸಿಕ ಒತ್ತಡದೊಂದಿಗೆ ಹೊಂದಾಣಿಕೆ (Coping with stress)
  6. ಸಮಸ್ಯೆ ಪರಿಹಾರ ಕೌಶಲ (Problem Solving Skills)
  7. ತೀರ್ಮಾನ ಕೈಗೊಳ್ಳುವುದು (Decision making)
  8. ವಿಮರ್ಶಾತ್ಮಕ ಚಿಂತನೆ (Critical thinking)
  9. ಸೃಜನಶೀಲ ಚಿಂತನ ಕೌಶಲ (Creative thinking skills)
  10. ಸ್ವನಿರ್ವಹಣೆ (Self management)

ಗಣಿತ ಕಲಿಕಾ ಸಮೀಪನ

ಮುನ್ನುಡಿ

ಆಶಯಗಳನ್ನೂ ಅವುಗಳ ಪರಸ್ಪರ ಸಂಬಂಧಗಳನ್ನೂ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಜಗತ್ತನ್ನು ತಿಳಿಯುವ ಪ್ರಯತ್ನದ ಫಲವಾಗಿ ಮಾನವನು ಲೆಕ್ಕಾಚಾರಗಳನ್ನು ಮಾಡಲು ಆರಂಭಿಸಿದನು. ಕ್ರಮೇಣ ಭೌತಿಕ ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ರೂಪಗಳಾಗಿಯೂ, ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಸಂಖ್ಯಾಪರವಾಗಿಯೂ ಕಾಣಲು ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿದಾಗ ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರದ ಒಂದು ಅಮೂರ್ತರೂಪವು ಆವಿರ್ಭವಿಸಿತು. ಇದರ ಭೌತಿಕವಾದ ಕಾರ್ಯಕಾರಣ ಸಂಬಂಧವು ಆಶಯಗಳ ಯುಕ್ತಾಯುಕ್ತಿ ಚಿಂತನೆಯಾಗಿ ಬದಗಲಾಯಿತು. ಹೀಗೆ ಉಂಟಾದ ಗಣಿತ ತತ್ವಗಳು ಹೊಸ ಪ್ರಯೋಗಗಳಾಗಿ ಭೌತಿಕ ಪ್ರಪಂಚಕ್ಕೆ ಪ್ರವೇಶಿಸಿತು. ತತ್ವಗಳೂ ಪ್ರಯೋಗಗಳೂ ಒಳಗೊಂಡಿರುವ ಈ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳ ಮೂಲಕ ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರವು ವಿಕಾಸವಾಗುವುದು.

ಒಂದು ಉದಾಹರಣೆಯ ಮೂಲಕ ಇದನ್ನು ಸ್ಪಷ್ಟಪಡಿಸಬಹುದು. ಬಾಗದೆ ಬಳುಕದೆ ನೆಟ್ಟಗೆ ನಿಂತಿರುವ ಒಂದು ಲಂಬದ ಎತ್ತರವನ್ನು ಅಳತೆಯ ಮೂಲಕ ಇನ್ನಷ್ಟು ಸ್ಪಷ್ಟಗೊಳಿಸುವ ಶ್ರಮದ ಫಲವೇ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿ ಮೂರು ಯೂನಿಟ್ ನೆಟ್ಟಗೆ ಮೇಲಕ್ಕೆ ನಾಲ್ಕು ಯೂನಿಟ್ ಅಳತೆಯಾದರೆ ಭುಜಗಳ ತುದಿಗಳೊಳಗಿನ ದೂರವು ಐದು ಯೂನಿಟ್ ಆಗಿರುವುದಾದರೆ ಭುಜಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬವಾಗಿರುವುದು ಎಂದೂ ಆ ಎರಡು ಭುಜಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತವು ಮೂರನೇ ಭುಜದ ವರ್ಗಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಿರುವುದೆಂದೂ ಈ ಮೊದಲೇ ಬ್ಯಾಬಿಲೋನಿಯಾದ ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರಜ್ಞರು ತಿಳಿದಿದ್ದರು ಎಂದು ಚರಿತ್ರೆಯಿಂದ ತಿಳಿಸುತ್ತದೆ. ಅಲ್ಲದೆ ಎರಡು ಭುಜಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತ ಮೂರನೇ ಭುಜದ ವರ್ಗಕ್ಕೆ ಸಮವಾದ ತ್ರಿಕೋನಗಳೆಲ್ಲಾ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನಗಳಾಗಿವೆ ಎಂಬ ಸಾಮಾನ್ಯ ತತ್ವವನ್ನೂ ಆ ಕಾಲದಲ್ಲಿ ರೂಪಿಸಲಾಯಿತು. ಭುಜಗಳನ್ನೂ ಕೋನಗಳನ್ನೂ ಸಂಬಂಧಿಸಿ ಕೆಲವು ಮೂಲಭೂತ ಆಶಯಗಳನ್ನು ಕೇವಲ ಯುಕ್ತಿ ಚಿಂತನೆಯ ಮೂಲಕ ಈ ನಿಗಮನಕ್ಕೆ ಹೇಗೆ ತಲುಪಬಹುದೆಂದು ಕ್ರಿ.ಪೂ. ಮೂರನೇ ಶತಮಾನದಲ್ಲಿ ಗ್ರೀಕ್‌ನ ಯೂಕ್ಲಿಡ್ ವಿವರಿಸಿದ್ದನು.

ಕ್ರಿಸ್ತಶಕ ಮೂರನೇ ಶತಮಾನದಲ್ಲಿ ಗ್ರೀಕಿನ ಡಯೋಪಾಂಟ್, ಯಾವ ರೀತಿಯ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯಾ ಕ್ರಮಗಳಲ್ಲಿ, ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತ ಮೂರನೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗುವುದು ಎಂಬುದನ್ನು ವಿವರಿಸಿದ್ದರು. ಹದಿನೇಳನೇ ಶತಮಾನದಲ್ಲಿ ಫ್ರಾನ್ಸಿನ ಫರ್ಮಾ, ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಎರಡರ ಹೊರತಾಗಿರುವ ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ಘಾತಗಳ ಮೊತ್ತ ಒಂದು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅದೇ ಘಾತ ಆಗಿರಲಾರದು ಎಂದು ತಿಳಿಸಿದ್ದನು. ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೂಲಭೂತ ತತ್ವಗಳನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಈ ನಿಗಮನಕ್ಕೆ ತಲುಪಲು, ಪ್ರಪಂಚದ ವಿವಿಧ ಭಾಗಗಳಲ್ಲಿ ನಡೆದ ಪ್ರಯತ್ನಗಳು ಮೂರು ಶತಮಾನಗಳ ವರೆಗೆ ಸಾಗಿತ್ತು. ಇಪ್ಪತ್ತನೇ ಶತಮಾನದಲ್ಲಿ, ಇಂಗ್ಲೆಂಡಿನ ಆಂಡ್ರ್ಯೂ ವೈಲ್ಸ್ ಧೀರ್ಘ ಹಾಗೂ ಸಂಕೀರ್ಣವಾದ ವಾದಗಳ ಮೂಲಕ ಇದನ್ನು ಸಮರ್ಥಿಸಿದನು. ಭೌತಿಕ ಪ್ರಯೋಗಗಳಿಂದ ಬಹುದೂರದಲ್ಲಿ ನಡೆದ ಈ ವಿಶ್ಲೇಷಣೆಯ ಮೂಲಕ ರೂಪುಗೊಂಡ ಕೇವಲ ಸಂಖ್ಯಾತತ್ವಗಳಲ್ಲಿ ಹಲವು ಇಂದು ಕಂಪ್ಯೂಟರ್‌ಗಳ ಸಹಾಯದಿಂದ ವಿಶ್ಲೇಷಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಹಣ ವಿನಿಮಯವನ್ನು ಸುರಕ್ಷಿತವಾಗಿ ನಡೆಸಲು ಕಂಪ್ಯೂಟರಿನ ಬಳಕೆಯನ್ನು ಕಾಣಬಹುದು.

ಅನೇಕ ಸಮಯಗಳಿಂದ ಜಗತ್ತಿನ ನಾನಾ ಭಾಗಗಳಲ್ಲಿ ನಡೆದ ಗಣಿತ ಕಲಿಕಾ ಪರಿಷ್ಕರಣೆಗಳಲ್ಲಿ ಹಲವು ಪರಾಜಯ ಹೊಂದಲು ಪ್ರಧಾನ ಕಾರಣ ಗಣಿತದ ಈ ದ್ವಂದ್ವಾತ್ಮಕವಾದ ತಿಳುವಳಿಕೆಯಲ್ಲದೆ, ಭೌತಿಕ ಪ್ರಯೋಗಗಳಿಗೋ ಕೇವಲ ಯುಕ್ತಿ ಚಿಂತನೆಗಳಿಗೋ ನೀಡಿದ ಏಕಪಕ್ಷೀಯವಾದ ಪ್ರಾಧಾನ್ಯತೆಯಾಗಿದೆ. ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರದ ಪ್ರಯೋಜನವನ್ನು ತಿಳಿಯಲು ಗಣಿತ ಕಲೆಯ ಸೌದರ್ಯವನ್ನು ಆಸ್ವಾದಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುವ ಗಣಿತ ಕಲಿಕೆಯನ್ನು ಸಾಕಾರಗೊಳಿಸಬೇಕಾದುದು ಅಗತ್ಯವಾಗಿದೆ.

ಗಣಿತ ಕಲಿಕೆ – ಉದ್ದೇಶಗಳು

ಶಾಲೆಗಳಲ್ಲಿ ಗಣಿತ ಕಲಿಕೆಯ ಉದ್ದೇಶಗಳನ್ನು ಹಲವು ತಲಗಳಲ್ಲಿ ಕಾಣಬೇಕಾಗಿದೆ.

- ನಿತ್ಯಜೀವನದಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲರಿಗೂ ಹಲವು ರೀತಿಗಳಲ್ಲಿರುವ ಗಣಿತ ಕ್ರಿಯೆಗಳ ಅಗತ್ಯವಿದೆ. ಅಳತೆಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ತಿಳುವಳಿಕೆಗಳು, ಅವುಗಳನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿದ ಕ್ರಿಯೆಗಳು, ಹಣ ವಿನಿಮಯದ ರೀತಿಗಳು ಎಂಬಿತ್ಯಾದಿ ಈ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರಗಳಿಂದ ಲಭಿಸುವುದು.
- ಭೌತಶಾಸ್ತ್ರಗಳಿಂದ, ಸಮಾಜಶಾಸ್ತ್ರಗಳಿಂದಲೂ ಲಭಿಸಿದ ಜ್ಞಾನವನ್ನು ನಿಖರಗೊಳಿಸಲು, ಒಪ್ಪಗೊಳಿಸಲು ಗಣಿತದ ರೀತಿಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಲಾಗುವುದು. ಇಂತಹ ವಿಷಯಗಳನ್ನು ಇನ್ನಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚು ಕಲಿಯಲು ಅಗತ್ಯವಾಗಿ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಕೆಲಸಕಾರ್ಯಗಳನ್ನು ಮಾಡಲು ಅಗತ್ಯವಾದ ಗಣಿತದ ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಕಲಿಕೆಯನ್ನು ಪರಿಚಯಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ.

- ಕಾರ್ಯಕಾರಣ ಸಂಬಂಧಗಳ ಮೂಲಕ ವಾಸ್ತವಗಳನ್ನು ವಿಶ್ಲೇಷಿಸಿ ಸರಿಯಾದ ನಿಗಮನಗಳಿಗೆ ತಲುಪುವ ರೀತಿಯನ್ನು ಸರಿಯಾಗಿ ಪ್ರಕಟಿಸುವುದೇ ಗಣಿತದ ಸಹಾಯದಿಂದಾಗಿದೆ. ಯುಕ್ತಿಪರವಾದ ಚಿಂತನೆಗಳನ್ನು ಚಟುವಟಿಕೆಗಳನ್ನು ಈ ಸಂಸ್ಕಾರಗಳಿಂದ ಬೆಳೆಸಬಹುದು.
- ಭಾಷೆಗಳಿಗೆ ಆಶಯ ವಿನಿಯಮದ ಪ್ರಾಯೋಗಿಕ ವ್ಯವಹಾರಗಳಿಂದಾಚೆಗೆ ಸೃಜನಾತ್ಮಕವಾದ ಒಂದು ಭಾವವಿದೆ. ಅದೇ ರೀತಿ ಗಣಿತಕ್ಕೂ ಪ್ರಯೋಗಾತ್ಮಕತೆಗಿಂತ ಆಚೆಗೆ ಒಂದು ಸೌಂದರ್ಯಾತ್ಮಕವಾದ ವೇದಿಕೆಯಿದೆ. ಈ ವೇದಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಸಂಖ್ಯಾಪರವಾದ ಆಶಯಗಳನ್ನು ಅಮೂರ್ತ ರೂಪಗಳ ಆಸ್ವಾದನೆಯನ್ನೂ ಆವಿಷ್ಕಾರಗಳನ್ನೂ ವಿಕಸಿತಗೊಳಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ.

ಅಧ್ಯಾಪಕ ಪಠ್ಯದೊಳಗೆ...

ಮೂರನೇ ತರಗತಿಯಿಂದ ಆರನೇ ತರಗತಿಯವರೆಗೆ ಮುಖ್ಯವಾಗಿ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೂಲಕ, ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೂಲಕ ಮಂಡಿಸುವುದು ಮತ್ತು ಅಳತೆಗಳನ್ನು ವಿವಿಧ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಸಂಯೋಜಿಸುವ ಇಂತಹ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗಣಿತ ಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸುವುದಾಗಿದೆ. ಇದರೊಂದಿಗೆ ಕೇವಲ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಕೆಲವು ವೈವಿಧ್ಯಗಳ ಮೂಲಕ ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಗಣಿತದ ಕುರಿತಾಗಿರುವ ಕುತೂಹಲವನ್ನು ಕೆರಳಿಸಲು ಶ್ರಮಿಸಬೇಕು.

ಆರನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಬದಲಾಗುವ ಅಳತೆಗಳ ಹಾಗೂ ಬದಲಾಗದ ಸಂಬಂಧಗಳ ಬೀಜಗಣಿತವನ್ನು ಮಂಡಿಸಲಾಗಿತ್ತು. ಏಳನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಕೇವಲ ಸಂಖ್ಯಾಕ್ರಿಯಾ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಮಂಡಿಸಿ ವಿಶ್ಲೇಷಿಸಲಾಗಿತ್ತು. ಇದರ ಬೀಜಗಣಿತವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸುವುದು ಹೇಗೆಂದು ವಿವರಿಸಲಾಗಿತ್ತು.

ಏಳನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿಯೇ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಅಳತೆಗಳ ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ರೂಪಗಳನ್ನು ರಚಿಸುವುದು ಹಾಗೂ ಕೆಲವು ಮೂಲಭೂತ ತಿಳುವಳಿಕೆಗಳನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಆಕೃತಿಗಳ ಅಳತೆಗಳೊಳಗಿನ ಸವಿಶೇಷತೆಗಳ ಸಂಬಂಧಗಳನ್ನು ನಿಗಮನಗಳಾಗಿ ರೂಪಿಸಲಾಗಿತ್ತು.

ಸ್ಟ್ಯಾಟಿಸ್ಟಿಕ್ಸ್‌ನ ಮೊದಲ ಅಧ್ಯಾಯವನ್ನು ಪ್ರಾಥಮಿಕ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿಯೇ ಆರಂಭಿಸಲಾಗಿದೆ. ಸರಳವಾದ ಮಾಹಿತಿಗಳನ್ನು ಪಟ್ಟಿಯ ಮೂಲಕ, ಚಿತ್ರಗಳ ಮೂಲಕ ಮಂಡಿಸಿ ಇದರಿಂದ ಸಿಗುವ ಮಾಹಿತಿಗಳನ್ನು ವಿಶ್ಲೇಷಿಸುವುದು ಇಲ್ಲಿ ಪ್ರಧಾನವಾಗಿ ಕಲಿಯಲಾಗುವುದು.

ಸಂಖ್ಯೆಗಳು, ಬೀಜಗಣಿತ, ಜ್ಯಾಮಿತ, ಆಕೃತಿಗಳು, ಸ್ಟ್ಯಾಟಿಸ್ಟಿಕ್ಸ್ ಎಂಬೀ ವಿಷಯಗಳ ಮುಂದುವರಿದ ಕಲಿಕೆಯು ಹೈಸ್ಕೂಲ್‌ಗಳಲ್ಲಿ ನಡೆಯುವುದು. ಸಾಮಾನ್ಯ ತತ್ವಗಳನ್ನೂ ಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನೂ ಬೀಜಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಲಿರುವ ಕೆಲವು ಸೌಕರ್ಯಗಳಿಗಾಗಿ, ಎಂಟನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಋಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಚಯಿಸಲಾಗಿದೆ.

ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಏಕಕವನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಅಳತೆಗಳನ್ನೆಲ್ಲಾ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿ ಹೇಳಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲವೆಂದೂ ಅದಕ್ಕಾಗಿ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯಲ್ಲದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡಬೇಕೆಂದೂ ಒಂಭತ್ತನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ನೋಡಿದೆವು.

ಬದಲಾಗುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಹಾಗೂ ಕೇವಲ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಇವುಗಳೊಳಗಿರುವ ಸಂಬಂಧಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯ ತತ್ವವನ್ನು ಮಂಡಿಸಲಿರುವ ವಿಧಾನ ಎಂಬ ರೀತಿಯಲ್ಲಿರುವ ಬೀಜಗಣಿತ ಕಲಿಕೆಯು ಹೈಸ್ಕೂಲ್‌ಗಳಲ್ಲಿ

ಮುಂದುವರಿಯುವುದು. ಇದಲ್ಲದೆ ನಿಬಂಧನೆಗಳಿಗನುಸಾರವಾಗಿ ವಿವಿಧ ರೀತಿಯ ಬೀಜಗಣಿತ ಸಮವಾಕ್ಯಗಳನ್ನು ರಚಿಸಲು ಮತ್ತು ಅವುಗಳನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಲಿರುವ ರೀತಿಯನ್ನು ಇಲ್ಲಿ ಪರಿಚಯಿಸಲಾಗಿದೆ.

ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಹಾಗೂ ಇತರ ಬಹುಭುಜಗಳ ಮತ್ತು ವೃತ್ತದ ಕುರಿತು ಇನ್ನಷ್ಟು ಆಳವಾಗಿ ಹೈಸ್ಕೂಲ್ ಹಂತದಲ್ಲಿ ಕಲಿಯಲಾಗುವುದು. ಕೆಲವು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸುವ ಮೂಲಕ ಕೆಲವು ಹೊಸ ಸಿದ್ಧಾಂತಗಳಿಗೆ, ಈ ಸಿದ್ಧಾಂತಗಳಿಂದ ಹೊಸ ರಚನೆಯೆಡೆಗೆಸಾಗುವ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಈ ಕಲಿಕೆಯನ್ನು ರೂಪಿಸಲಾಗಿದೆ. ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ದೃಶ್ಯಾನುಭವ ಹಾಗೂ ಚಲನಾತ್ಮಕತೆಯನ್ನು ತಿಳಿಸಲು ಜಿಯೋಜಿಬ್ರಾ ಎಂಬ ಕಂಪ್ಯೂಟರ್ ಪ್ರೋಗ್ರಾಂ ಉಪಯೋಗಿಸುವ ರೀತಿಯನ್ನು ವಿವರಿಸಲಾಗಿದೆ.

ಸ್ಟ್ಯಾಟಿಸ್ಟಿಕ್ಸ್‌ನ ಆವೃತ್ತಿ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಮಂಡಿಸುವ ರೀತಿಯನ್ನು, ಈ ಮಾಹಿತಿಗಳ ಸರಿಸುಮಾರು ಚಿತ್ರಣವನ್ನು ಮನದಟ್ಟುಮಾಡಲು ಸಹಾಯಕವಾಗುವ ಮಧ್ಯಮಾ, ಮಧ್ಯಮ ಎಂಬೀ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲಿರುವ ರೀತಿಯನ್ನು ಇಲ್ಲಿ ಪರಿಚಯಿಸಲಾಗಿದೆ. ಈ ಗಣಿತಶಾಖೆಯ ಮುಂದುವರಿದ ಅಗತ್ಯತೆಗಾಗಿ ಸಾಧ್ಯತೆಗಳ ಸಿದ್ಧಾಂತದ ಕೆಲವು ಸರಳವಾದ ಕಲಿಕೆಯನ್ನು ನೀಡಲಾಗಿದೆ.

ಭೌತಿಕ ಸಂದರ್ಭಗಳಿಂದ ಆರಂಭಿಸಿ ಕ್ರಮೇಣ ಯುಕ್ತಿಪರವಾಗಿ ಆಶಯಗಳ ವಿಕಾಸಹೊಂದುವ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಪಾಠಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲಾ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಕ್ರಮೀಕರಿಸಲಾಗಿದೆ. ಒಂದು ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ವಿಷಯಗಳು ತಮ್ಮೊಳಗಿನ ಸಂಬಂಧ ಹಾಗೂ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ತರಗತಿಯ ವಿಷಯಗಳೊಳಗಿನ ಪರಸ್ಪರ ಸಂಬಂಧ ಇವುಗಳನ್ನು ವಿವರಿಸಲಾಗಿದೆ. ಅಲ್ಲದೆ ಗಣಿತದ ಆಶಯಗಳು ಇತರ ವಿಷಯಗಳೊಂದಿಗೆ ಹೊಂದಿರುವ ಸಂಬಂಧವನ್ನೂ ವಿವರಿಸಲಾಗಿದೆ.

ವಿನಿಮಯ ರೀತಿ

ಯಾವುದೇ ವಿಷಯದ ಮೂಲಭೂತ ಅಧ್ಯಾಯಗಳನ್ನು ಅಧ್ಯಾಪಕರು ವಿಶದೀಕರಿಸಿದ ಬಳಿಕ ಅವುಗಳ ಕುರಿತು ಹೆಚ್ಚು ಚಿಂತಿಸಲು, ಹೊಸ ನಿಗಮನಗಳಿಗೆ ತಲುಪಲು ಮತ್ತು ಅವನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಲು ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಅವಕಾಶವನ್ನು ನೀಡಿ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಪಾಠವನ್ನು ಮಾಡಬೇಕಾಗಿದೆ. ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಆಶಯಗಳ ಮಂಡನೆಯು ಪ್ರತ್ಯಕ್ಷವಾದ ಪ್ರಸಂಗದಂತಾಗದೆ, ಮಕ್ಕಳೊಡಗಿರುವ ಸಂವಾದಗಳ ರೂಪದಲ್ಲಾಗಿಸಬೇಕು.

ಮೊದಲು ಕಲಿತ ಆಶಯಗಳ ಮುಂದುವರಿಕೆಯಾಗಿ ಹೆಚ್ಚಿನ ಹೊಸ ಆಶಯಗಳನ್ನು ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ಮಂಡಿಸಲಾಗಿದೆ. ಅವುಗಳ ಕುರಿತಾದ ನಿಖರವಾದ ಸೂಚನೆಗಳನ್ನು ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿದೆ. ಅವುಗಳನ್ನು ನೆನಪಿಸಿಯೂ ಬೇಕಿದ್ದಲ್ಲಿ ಪುನಃ ಚರ್ಚಿಸಲೂ ಬೇಕು. ಅದಕ್ಕೆ ಎಲ್ಲಾ ತರಗತಿಗಳ ಪಠ್ಯಪುಸ್ತಕಗಳ ಕುರಿತು ಅಧ್ಯಾಪಕನಿಗೆ ತಿಳುವಳಿಕೆಯಿರಬೇಕು. ಜ್ಞಾನ ಗಳಿಸುವ ಸ್ಪೈರಲ್ (Spiral) ಸ್ವಭಾವದ ಕುರಿತಾದ ಸರಿಯಾದ ತಿಳುವಳಿಕೆಯುಂಟಾಗಬೇಕು.

ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಕುತೂಹಲವುಂಟಾಗುವ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಹೊಸ ಆಶಯಗಳನ್ನು ಮಂಡಿಸಬೇಕು. ಇದು ಇನ್ನೂ ಹೆಚ್ಚಾಗಿ ತಿಳಿಯಲಿರುವ ಪರಿಶ್ರಮವಾಗಿ ಬೆಳೆಸಬೇಕು. ಅದು ಆಶಯಗಳ ವಿಶ್ಲೇಷಣೆಗಳಿಗೂ ಕಾರ್ಯಕಾರಣ ಸಂಬಂಧಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸುವುದಕ್ಕೂ ಮತ್ತು ಹೊಸ ನಿಗಮನದೆಡೆಗೆ ಮುನ್ನಡೆಸುವುದು. ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಚಿಂತನೆಮಾಡಲೂ, ಆಶಯಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಮಕ್ಕಳನ್ನು ನಿರಂತರವಾಗಿ ಪ್ರೇರೇಪಿಸಬೇಕು. ಅವರ

ವಿಭಿನ್ನವಾದ ಆಶಯಗಳನ್ನು ಮಂಡಿಸಲಿರುವ ಸಂದರ್ಭವನ್ನೂ, ಸರಿಯಾದ ಆಶಯಗಳಿಗೆ ಅಂಗೀಕಾರವನ್ನೂ ನೀಡಬೇಕು.

ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಕಲಿಸುವುದರ ಬದಲು, ಕಲಿಯಲಿರುವ ಅಭಿರುಚಿಯನ್ನುಂಟುಮಾಡಬೇಕಾಗಿದೆ. ಪಾಠಪುಸ್ತಕಗಳ ಓದುವಿಕೆಯು ಇದಕ್ಕೆ ಹೆಚ್ಚು ಉಪಕಾರಿಯಾಗುವುದು. ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಮನದಟ್ಟಾಗುವ ಸರಳವಾದ ಭಾಷೆಯಲ್ಲಿ ಹಾಗೂ ಶೈಲಿಯಲ್ಲಿ ಗಣಿತ ಪಾಠ್ಯಪುಸ್ತಕವನ್ನು ಬರೆಯಲಾಗಿದೆ. ಇದನ್ನು ಮಕ್ಕಳು ಓದಲು ಮತ್ತು ಚರ್ಚೆ ಮಾಡಲು ಪ್ರೋತ್ಸಾಹವನ್ನು ನೀಡಬೇಕು.

ಅರ್ಥೈಸಲಾಗುವ ಕ್ರಿಯಾ ರೀತಿಗಳ ಮತ್ತು ಸೂಚ್ಯವಾಕ್ಯಗಳ ಪ್ರಯೋಗಗಳ ತರಬೇತಿಯಾಗಿ ಗಣಿತದ ಅಧ್ಯಯನವು ಸೀಮಿತವಾಗಬಾರದು. ಗಣಿತ ಅಧ್ಯಯನ ಉದ್ದೇಶವು ಕೃತಕವಾಗಿ ಮಾಡಿದ ಕೆಲವು ಗಣಿತ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳ ಉತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲಿರುವ ಸುಲಭದಾರಿಯನ್ನು ಬಾಯಿಪಾಠಮಾಡುವುದಲ್ಲ, ಬದಲಾಗಿ ಯುಕ್ತಿಯುಕ್ತವಾಗಿ ಕಾರ್ಯಕಾರಣ ಸಂಬಂಧದಿಂದೊಡಗೂಡಿ ಚಿಂತಿಸಲು ಮತ್ತು ವ್ಯವಹರಿಸಲಿರುವ ಸ್ವಭಾವ ಸಂಸ್ಕೃತಿಯಾಗಿದೆ. ಗಣಿತದ ಬೋಧನೆಯು ಇದಕ್ಕನುಗುಣವಾಗಿರಬೇಕು.

ಸ್ಕೀಮ್ ಆಫ್ ವರ್ಕ್

ತಿಂಗಳು	ಯೂನಿಟ್ ನಂಬ್ರ	ಯೂನಿಟಿನ ಹೆಸರು	ಪೀರಿಯಡ್
ಜೂನ್	1	ವಿಸ್ತೀರ್ಣ	10
ಜೂನ್	2	ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು	15
ಜುಲಾಯಿ	3	ಸಮಾನಾಂತರ ಗೆರೆಗಳು	10
ಜುಲಾಯಿ	4	ಹೊಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು	15
ಅಗೋಸ್ತು	5	ವೃತ್ತಗಳು	12
ಸೆಪ್ಟಂಬರ್	6	ಸಮವಾಕ್ಯ ಜೋಡಿಗಳು	10
ಅಕ್ಟೋಬರ್	7	ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಸಾದೃಶ್ಯ	15
ನವಂಬರ್	8	ಬಹುಪದಗಳು	10
ನವಂಬರ್	9	ವೃತ್ತಗಳ ಅಳತೆಗಳು	15
ಡಿಸೆಂಬರ್	10	ರೇಖೀಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು	10
ಜನವರಿ	11	ಸ್ತಂಭಗಳು	15
ಜನವರಿ	12	ಅನುಪಾತ	10
ಫೆಬ್ರವರಿ	13	ಸ್ಟಾಟಿಸ್ಟಿಕ್ಸ್	7

ಟೀಚಿಂಗ್ ಮಾನ್ವಲ್

ತರಗತಿ : 9

ವಿಷಯ : ಗಣಿತ

ಯೂನಿಟು : 1. ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

ದಿನಾಂಕ : 08.06.2016, 09.06.2016

ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳು

- ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಕ್ಕೆ ಸಮಾನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಇತರ ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ರಚಿಸುವ ವಿಧಾನವನ್ನು ವಿಶದೀಕರಿಸುವುದು.

ಆಶಯಗಳು / ತಿಳುವಳಿಕೆಗಳು

- ಸಮಾನವಾದ ಮತ್ತು ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ತ್ರಿಕೋನಗಳಲ್ಲೆಲ್ಲಾ ಮೂರನೆಯ ಶಿರವು ಪಾದಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿರುವ ಒಂದು ಗೆರೆಯಲ್ಲಾಗಿದೆ.
- ಸಮಾನಪಾದ ಮತ್ತು ಮೂರನೇ ಶಿರಗಳೆಲ್ಲಾ ಪಾದಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾದ ಗೆರೆಯ ತ್ರಿಕೋನಗಳಿಗೆಲ್ಲಾ ಸಮಾನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವುದು.

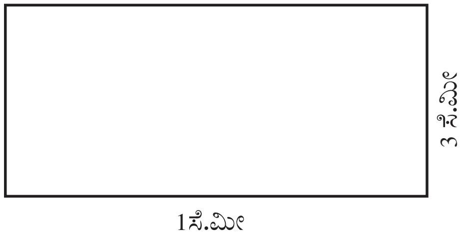
ಸಾಮರ್ಥ್ಯಗಳು/ ಮನೋಭಾವಗಳು/ ಮೌಲ್ಯಗಳು

- ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ವಿಶ್ಲೇಷಿಸಿ, ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳುವುದು.
- ಯುಕ್ತಿ ಪೂರಕವಾಗಿ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ವಿಶ್ಲೇಷಿಸುವುದು.
- ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ತತ್ವಗಳನ್ನು ರೂಪೀಕರಿಸುವುದು.
- ಕಂಡುಕೊಂಡ ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ತತ್ವಗಳನ್ನು ಯೋಗ್ಯವಾದ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಉಪಯೋಗಿಸುವುದು.

ಸಾಮಾಗ್ರಿಗಳು

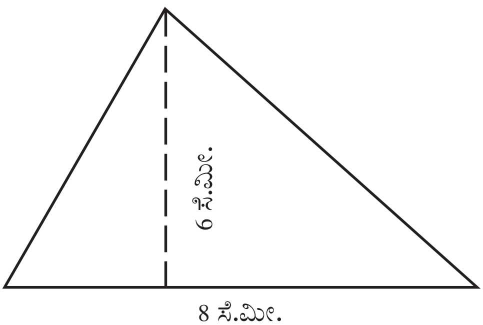
- ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ಪೆಟ್ಟಿಗೆ
- ಕಾರ್ಡ್ ಶೀಟುಗಳು
- ಪಾಠಪುಸ್ತಕ

ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ	ಮೌಲ್ಯಮಾಪನ



- ಮಕ್ಕಳನ್ನು ಗುಂಪುಗಳನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಿದ ಬಳಿಕ ಅಧ್ಯಾಪಿಕೆಯು ಬೋರ್ಡಿನಲ್ಲಿ ಮೇಲೆ ರಚಿಸಿದ ಅಳತೆಯಲ್ಲಿನ ಆಯತವನ್ನು ರಚಿಸುವರು ಇಷ್ಟೇ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ವಿಭಿನ್ನ ಆಯತಗಳನ್ನು ರಚಿಸಲಿರುವ ಸೂಚನೆಯನ್ನು ನೀಡಬೇಕು. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಗುಂಪಿನವರಿಗೂ ಅವರು ರಚಿಸಿದ ವಿಭಿನ್ನ ಆಯತಗಳ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಬೋರ್ಡಿನಲ್ಲಿ ಬರೆಯುವ ಸಂದರ್ಭವನ್ನು ನೀಡಬೇಕು. (ಭುಜಗಳ ಉದ್ದವನ್ನು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿ ತೆಗೆಯಲು ನಿರ್ದೇಶವನ್ನು ನೀಡಬೇಕು)

ನಂತರ ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ತ್ರಿಕೋನದ ಅಷ್ಟೇ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಇತರ ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ರಚಿಸಲಿರುವ ಸೂಚನೆಯನ್ನು ನೀಡಬೇಕು.



ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಗುಂಪಿನವರು ರಚಿಸಿದ ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಮಂಡಿಸಬೇಕು. ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಹೇಗೆ ಸಮಾನವಾಯಿತು ಎಂಬುದನ್ನು ವಿಶದೀಕರಿಸಬೇಕು.

ಈ ರೀತಿ ರಚಿಸಿದ ಕೆಲವು ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಒಂದು ಭುಜದ ಉದ್ದವೂ ವಿರುದ್ಧ ಶಿರದಿಂದ ಆ ಭುಜಕ್ಕಿರುವ ಅಂತರವನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿರುವ ಒಂದು ಕೋಷ್ಟಕವನ್ನು ತಯಾರಿಸಿ ಅದನ್ನು ಪ್ರತಿ ಗುಂಪಿನವರಿಗೂ ನೀಡಿ ಪೂರ್ತಿಕರಿಸಲಿರುವ ಸೂಚನೆಯನ್ನು ನೀಡಬೇಕು.

ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ	ಮೌಲ್ಯಮಾಪನ

ಒಂದು ಭುಜದ ಉದ್ದ	ವಿರುದ್ಧ ಶಿರದಿಂದ ಭುಜಕ್ಕಿರುವ ಅಂತರ
8 ಸೆ.ಮೀ	6 ಸೆ.ಮೀ
6 ಸೆ.ಮೀ	
	4 ಸೆ.ಮೀ
	3 ಸೆ.ಮೀ
10 ಸೆ.ಮೀ	

ಪೂರ್ತೀಕರಿಸಿ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಮಂಡಿಸಲಿರುವ ನಿರ್ದೇಶವನ್ನು ನೀಡಬೇಕು.

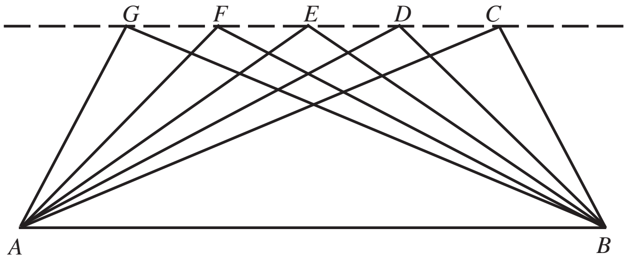
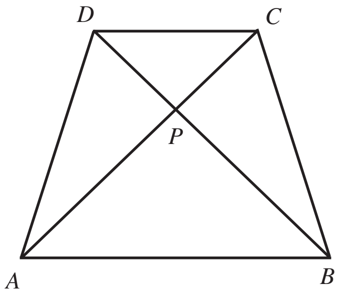
ಗ ರಚಿಸಿದ ಎಲ್ಲಾತ್ರಿಕೋನಗಳ ಭುಜಗಳು ಉದ್ದಗಳ ವಿಭಿನ್ನವಾಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ. ಇನ್ನು ಒಂದು ಭುಜದ ಉದ್ದವನ್ನು ಸ್ಥಿರವಾಗಿರಿಸಿ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 24 ಚ.ಸೆ.ಮೀ ಆಗಿರಗುವ ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ದಪ್ಪವಾಗಿರುವ ಬಣ್ಣದ ಕಾಗದದಲ್ಲಿ ರ ಚಿಸಿ ಕತ್ತರಿಸಿ ತೆಗೆಯಲು ಹೇಳಬೇಕು. ಒಂದು ಭುಜದ ಉದ್ದ 12 ಸೆ.ಮೀ, 8 ಸೆ.ಮೀ, 16 ಸೆ.ಮೀ, 4 ಸೆ.ಮೀ ಎಂಬಂತೆ ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಗುಂಪಿನವರು ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ಬಣ್ಣದ ಕಾಗದಲ್ಲಿ ರಚಿಸಿ ಕತ್ತರಿಸಿ ತೆಗೆಯಬೇಕು. ಬಳಿಕ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಗುಂಪಿನವರು ಭುಜದ ಉದ್ದ 12 ಸೆ.ಮೀ ಆಗಿರುವ ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿ ಬೋರ್ಡಿನಲ್ಲಿ ಅಂಟಿಸಿ ಇಡಬೇಕು. ಇದೇ ರೀತಿ ಇತರ ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು (ಸಮಾನವಾದ ಭುಜಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿ) ಬೋರ್ಡಿನಲ್ಲಿ ಪ್ರದರ್ಶಿಸಬೇಕು. ಈಗ ಬೋರ್ಡಿನಲ್ಲಿ ಪ್ರದರ್ಶಿಸಿದ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಗುಂಪಿನ ಮೂರನೇ ಶಿರದ ಸ್ಥಾನದ ಪ್ರತ್ಯೇಕತೆಯನ್ನು ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಚರ್ಚಿಸಬೇಕು. ಮೂರನೇ ಶಿರಗಳೆಲ್ಲವೂ ವಿರುದ್ಧ ಭುಜಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾದ ಗೆರೆಯಲ್ಲಿ ಬರಲಿರುವ ಕಾರಣವನ್ನು ಚರ್ಚಿಸಬೇಕು.

ಮೌಲ್ಯಮಾಪನ

ವಿಸ್ತೀರ್ಣ 40 ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರಿರುವ ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.

ಒಂದು ಭುಜದ 10 ಸೆ.ಮೀ ತೆಗೆದು ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿರುವ ಕೆಲವು ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.

ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನದ ಸಮಾನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ತ್ರಿಕೋನಗಳು ಹೇಗೆಲ್ಲಾ ರಚಿಸಬಹುದು?

ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ	ಮೌಲ್ಯಮಾಪನ
 ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $\Delta ABC, \Delta ABD, \Delta ABE,$ ಎಂಬಿವುಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿರುವುದು ಯಾಕಾಗಿ ಎಂಬ ಚರ್ಚೆ ನಡೆಯಬೇಕು. ಚರ್ಚೆಯ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ಇಂತರ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಪ್ರತ್ಯೇಕತೆಗಳನ್ನು ಕ್ರೋಡೀಕರಿಸಿ ಮಕ್ಕಳು ಮಂಡಿಸಬೇಕು. ಬಳಿಕ ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕು. • 6 ಸೆ.ಮೀ ಭುಜವಿರುವ ಒಂದು ಸಮಭುಜ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಿ ಅಷ್ಟೇ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನವನನು ರಚಿಸಿರಿ. • ΔABC ಯಲ್ಲಿ $AB = 7$ ಸೆ.ಮೀ, $AC = 6$ ಸೆ.ಮೀ $BC = 8$ ಸೆ.ಮೀ ಈ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಕ್ಕೆ ಸಮಾನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಒಂದು ಭುಜದ ಅಳತೆ 8 ಸೆ.ಮೀ ಆಗಿರುವ ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಲಿ. ಒಂದು ಭುಜದ ಅಳತೆ 7 ಸೆ.ಮೀ ಆಗಿರುವ ಇನ್ನೊಂದು ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಲಿ.	ಸಮಾನ ಪಾದ ಮತ್ತು ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳಿರುವ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಮೂರನೇ ಶಿರಗಳ ಪ್ರತ್ಯೇಕತೆ ಯೇನು?  $ABCD$ ಎಂಬ ಸಮಲಂಬದಲ್ಲಿ ಸಮಾನವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಮೂರು ತ್ರಿಕೋನ ಜೋಡಿಗಳು ಯಾವುವು?

1 ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

ಮುನ್ನುಡಿ

ವಿಭಿನ್ನ ಆಕೃತಿಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ರೀತಿಗಳನ್ನು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ ಮಕ್ಕಳು ಪರಿಚಯಿಸಿಕೊಂಡಿದ್ದಾರೆ. ಐದನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಆಯತದ ಏಳನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ತ್ರಿಕೋನಗಳ, ಎಂಟನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಹಲವು ತರದ ಚತುರ್ಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ವಿವರಿಸಲಾಗಿದೆ. ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿರುವ ಕೆಲವು ತತ್ವಗಳನ್ನು ಈ ಪಾಠಭಾಗದಲ್ಲಿ ಚರ್ಚಿಸುವುದಾಗಿದೆ. ಯಾವುದೇ ಬಹುಭುಜವನ್ನು ಅಷ್ಟೆ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ತ್ರಿಕೋನಗಳಾಗಿ ಬದಲಾಯಿಸಿ ರಚಿಸಲು ಇರುವ ವಿಧಾನವೂ ಚರ್ಚೆಯ ಎಡೆಯಲ್ಲಿ ಉಂಟಾಗುವುದು.

ಇನ್ನೊಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ನೋಡಿದರೆ , ತ್ರಿಕೋನಗಳೂ ಸಮಾನಾಂತರ ಗೆರೆಗಳೂ ತಮ್ಮೊಳಗಿರುವ ಪರಸ್ಪರ ಸಂಬಂಧದ ಒಂದು ಉದಾಹರಣೆಯಾಗಿದೆ ಪಾಠದ ಮೊದಲ ಭಾಗ ತ್ರಿಕೋನದ ಒಂದು ಶಿರದ ಮೂಲಕ ಎದುರಿನ ಭುಜಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರ ಗೆರೆ ಎಳೆದು ಏಳನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ತ್ರಿಕೋನದ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ ಕಂಡುಹಿಡಿದಿರುವುದು. ನಂತರ ಬರುವ ಸಮಾನಾಂತರ ಗೆರೆಗಳು, ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಸಾದೃಶ್ಯ ಎಂಬೀ ಪಾಠಗಳಲ್ಲಿಯೂ ಸಮಾನಾಂತರ ಗೆರೆಗಳ ಕುರಿತು ಹೆಚ್ಚು ತಿಳಿಯುವುದಕ್ಕಾಗಿ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ತತ್ವಗಳನ್ನು ಇನ್ನೊಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲೂ ಉಪಯೋಗಿಸಿರುವುದು ಕಾಣಬಹುದು.

ಜ್ಯಾಮಿತಿಯನ್ನು ಆಧಾರವಾಗಿಸಿ ಯೂಕ್ಲಿಡ್ ಸ್ವೀಕರಿಸಿರುವ ಐದು ತತ್ವಗಳಲ್ಲಿ ಕೊನೆಯ ತತ್ವವು ಸಮಾನಾಂತರ ಗೆರೆಗಳ ವಿಶೇಷತೆಯಾಗಿಯೋ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ವಿಶೇಷತೆಗಳಾಗಿಯೋ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಬಹುದು ಎಂಬ ವಿಷಯವೂ ಗಮನಾರ್ಹವಾಗಿದೆ.
(https://en.wikipedia.org/wiki/parallel.postulate)

ಯೂನಿಟ್ ಫ್ರೇಂ (ವಿಸ್ತೀರ್ಣ)

ಆಶಯಗಳು	ಕಲಿಕಾಬೋಧನ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ	ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳು
• ಒಂದೇ ಪಾದವೂ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವೂ ಇರುವ ತ್ರಿಕೋನಗಳೆಲ್ಲಾ ಮೂರನೇ ಶಿರವು ಪಾದಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾದ ಒಂದು ಗೆರೆಯಲ್ಲಾಗಿದೆ. • ಒಂದೇ ಪಾದವೂ ಮೂರನೇ ಶಿರವು ಪಾದಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವೂ ಆದ ಒಂದು ಗೆರೆಯಲ್ಲಿ ಆಗಿರುವ ತ್ರಿಕೋನಗಳಲ್ಲಿ ಸಮಾನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿದೆ. • ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜದ ಸಮಾನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸುವರು.	• ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ವಿವಿಧ ಆಯತಗಳನ್ನು ರಚಿಸುವ ಚಟುವಟಿಕೆ. • ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ವಿವಿಧ ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ರಚಿಸುವ ಚಟುವಟಿಕೆ. • ಸಮಾನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವೂ ಒಂದೇ ಪಾದವೂ ಇರುವ ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ರಚಿಸುವ ಚಟುವಟಿಕೆ • ಸಮಾನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವೂ ಒಂದೇ ಪಾದವೂ ಇರುವ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಮೂರನೇ ಶಿರದ ಪ್ರತ್ಯೇಕತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಚರ್ಚೆ. • ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಕ್ಕೆ ಸಮಾನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಇತರ ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ರಚಿಸುವರು. • ಎರಡು ಭುಜಗಳ ಉದ್ದಗಳು ಬದಲಾಗದೆ ಸಮಾನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ರಚಿಸುವರು. • ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜಕ್ಕೆ ಕರ್ಣವನ್ನೆಳೆದು ಎರಡು ತ್ರಿಕೋನಗಳಾಗಿ ಮಾಡಿ ಅದರಲ್ಲಿ ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನಕ್ಕೆ ಸಮಾನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಇನ್ನೊಂದು ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಿ ಮೊದಲಿನ ತ್ರಿಕೋನದೊಂದಿಗೆ ಸೇರಿಸಿಟ್ಟು ದೊಡ್ಡ ತ್ರಿಕೋನವಾಗಿ ಬದಲಾಯಿಸುವರು.	• ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಕ್ಕೆ ಸಮಾನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಇತರ ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ರಚಿಸುವ ರೀತಿಯನ್ನು ವಿವರಿಸುವರು.

ಯೂನಿಟ್ ಫ್ರೇಂ (ವಿಸ್ತೀರ್ಣ)

ಆಶಯಗಳು	ಕಲಿಕಾಬೋಧನ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ	ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳು
• ಚತುರ್ಭುಜಗಳನ್ನು ಅಷ್ಟೇ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ತ್ರಿಕೋನಗಳಾಗಿ ಮಾಡಿ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು. • ಯಾವುದೇ ಬಹುಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಕ್ಕೆ ಸಮಾನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ತ್ರಿಕೋನ ರಚಿಸುವುದು.	• ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಕ್ಕೆ ಸಮಾನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ವಿವಿಧ ರೀತಿಯ ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ರಚಿಸುವುದು. • ಚತುರ್ಭುಜಗಳನ್ನು ಅಷ್ಟೇ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ತ್ರಿಕೋನಗಳಾಗಿ ಬದಲಾಯಿಸುವುದು. • ಈ ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ಅಷ್ಟೇ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನಗಳಾಗಿ ಬದಲಾಯಿಸುವುದು. • ಲಂಬ ಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ಲಂಬ ಭುಜಗಳನ್ನು ಅಳೆದು ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು. • ಪಂಚಭುಜಕ್ಕೆ ಒಂದು ಕರ್ಣವನ್ನೆಳೆದು ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸುವುದು. • ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಕ್ಕೆ ಸಮಾನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಇನ್ನೊಂದು ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಿ ಬೇರೊಂದು ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸುವುದು. • ಈ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ಅಷ್ಟೇ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ತ್ರಿಕೋನಗಳಾಗಿ ಬದಲಾಯಿಸುವುದು. • ಷಡ್ಭುಜವನ್ನು ಅಷ್ಟೇ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಪಂಚಭುಜ, ನಂತರ ಅಷ್ಟೇ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ತ್ರಿಕೋನವನ್ನೂ ರಚಿಸಿರುವರು. • ಯಾವುದೇ ಬಹುಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಕ್ಕೆ ಸಮಾನವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ತ್ರಿಕೋನ ರಚಿಸುವುದಕ್ಕಿರುವ ಚರ್ಚೆ.	• ಒಂದು ಬಹುಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಬದಲಾಗದೆ ಬೇರೆ ಬಹುಭುಜಗಳಾಗಿ ಬದಲಾಯಿಸುವುದಕ್ಕಿರುವ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಸಮರ್ಪಿಸುವರು.

ಯೂನಿಟ್ ಫ್ರೇಂ (ವಿಸ್ತೀರ್ಣ)

ಆಶಯಗಳು	ಕಲಿಕಾಬೋಧನ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ	ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳು
• ಯಾವುದೇ ಬಹು ಭುಜಕ್ಕೆ ಸಮಾನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಿ ಬಹುಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು. • ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನದ ಒಂದು ಶಿರದ ಎದುರಿನ ಭುಜಕ್ಕೆ ಎಳೆಯುವ ಗೆರೆಯು ಎದುರಿನ ಭುಜವನ್ನು, ತ್ರಿಕೋನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಒಂದೇ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿ ವಿಭಜಿಸುವುದು.	• ಬಹುಭುಜಗಳಿಗೆ ಸಮಾನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ತ್ರಿಕೋನ ರಚಿಸಲಿರುವ ಜಿಯೋಜಿಬ್ರ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳು. • ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಅಳತೆಯಿರುವ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ ಅಷ್ಟೇ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಿ, ಈ ತ್ರಿಕೋನದ ಅಳತೆಗಳನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು. • ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಅಳತೆಗಳಿರುವ ಪಂಚಭುಜ, ಷಡ್ಭುಜ ಎಂಬಿವುಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ, ಅಷ್ಟೇ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ತ್ರಿಕೋನ ರಚಿಸಿ ಪಂಚಭುಜ ಮತ್ತು ಷಡ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು. • ತ್ರಿಕೋನದ ಒಂದು ಶಿರದಿಂದ ಎದುರಿನ ಭುಜಕ್ಕೆ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿ ವಿಭಜಿಸುವಂತೆ ಒಂದು ಗೆರೆ ಎಳೆಯಬೇಕು. ಆಗ ಸಿಗುವ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದು ಅವುಗಳ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯನ್ನು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳುವುದು. • ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ಸಮಾನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಎರಡು ತ್ರಿಕೋನಗಳಾಗಿ ವಿಭಜಿಸುವುದು. • ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು, ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿರುವ ತ್ರಿಕೋನಗಳಾಗಿ ವಿಭಜಿಸುವುದು.	• ಬಹುಭುಜಗಳನ್ನು ತ್ರಿಕೋನಗಳಾಗಿ ಬದಲಾಯಿಸಿ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವರು.

ಯೂನಿಟ್ ಫ್ರೇಂ (ವಿಸ್ತೀರ್ಣ)

ಆಶಯಗಳು	ಕಲಿಕಾಬೋಧನ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ	ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳು
• ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನದ ಯಾವುದೇ ಕೋನದ ಸಮಭಾಜಕವು ಎದುರಿನ ಭುಜವನ್ನು ವಿಭಾಗಿಸುವುದು, ಆ ಕೋನದ ಭುಜಗಳ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಾಗಿದೆ.	• ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ಸಮಾನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ತ್ರಿಕೋನಗಳಾಗಿ ವಿಭಜಿಸುವುದು. • ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನದ ಇಮ್ಮಡಿ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಇನ್ನೊಂದು ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸುವರು. • ತ್ರಿಕೋನದ ಕೋನ ಸಮಭಾಜಕದ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಭುಜಗಳಿಗೆ ಎಳೆಯುವ ಲಂಬ ಭುಜಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿರುವುವು ಎಂದು ಸಮರ್ಥಿಸುವ ಚರ್ಚೆ. • ತ್ರಿಕೋನದ ಒಂದು ಕೋನಕ್ಕೆ ಸಮಭಾಜಕ ಎಳೆದರೆ ಸಿಗುವ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯು ಆ ಕೋನದ ಭುಜಗಳ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಾಗಿರುವುದು ಎಂದು ಸಮರ್ಥಿಸುವ ಚರ್ಚೆ. • ಕೋನದ ಸಮಭಾಜಕವು ಎದುರಿನ ಭುಜವನ್ನು ವಿಭಜಿಸುವ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯು ಕೋನದ ಭುಜಗಳ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಗೆ ಸಮಾನವಾಗಿರುವುದು ಎಂದು ಸಮರ್ಥಿಸುವರು. • ಬಹುಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಕ್ಕೆ ಸಮಾನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸುವ ಮೂಲಕ ಪ್ರಾಯೋಗಿಕ ಸಂದರ್ಭಗಳ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಹರಿಸುವುದು. • ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿ ವಿಭಜಿಸುವ ಪ್ರಾಯೋಗಿಕ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು.	• ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಗಳಲ್ಲಿ ವಿಭಜಿಸಲಿರುವ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವರು. • ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿರುವ ಜ್ಯಾಮಿತಿಯ ಸಮಸ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು.

ಆಶಯದ ವಿಕಾಸ

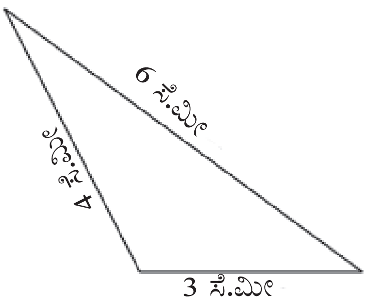
ಈ ಪಾಠಕ್ಕೆ ಮೂರು ಭಾಗಗಳಿವೆ. ಮೊದಲ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ಒಂದೇ ಪಾದವೂ ಸಮಾನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವೂ ಇರುವ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಮೂರನೇ ಶಿರವು ಪಾದಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾದ ಗೆರೆಯಲ್ಲಾಗಿರುವುದೆಂದೂ ವಿಲೋಮವಾಗಿಯೂ ಸಮರ್ಥಿಸುವರು. ಈ ತತ್ವದ ಒಂದು ಪ್ರಯೋಗವಾಗಿ ಎರಡನೇ ಭಾಗದಲ್ಲಿ, ಯಾವುದೇ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ಅಷ್ಟೇ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ತ್ರಿಕೋನವಾಗಿ ರಚಿಸುವುದು ಹೇಗೆ ಎಂದು ವಿವರಿಸುವರು. ತ್ರಿಕೋನದ ಒಂದು ಶಿರದಿಂದ ಎದುರಿನ ಭುಜಕ್ಕೆ ಎಳೆಯುವ ವಿವಿಧ ರೀತಿಯ ಗೆರೆಗಳು, ವಿಸ್ತೀರ್ಣಳನ್ನು ವಿಭಜಿಸುವ ಲೆಕ್ಕಗಳು ಮೂರನೇ ಭಾಗದಲ್ಲಿರುವುದು.

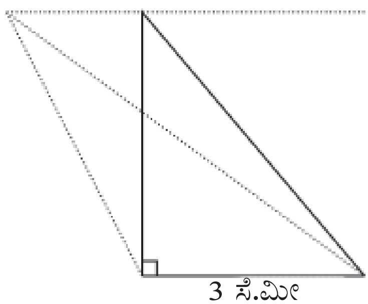
ಪಾಠಭಾಗಗಳು

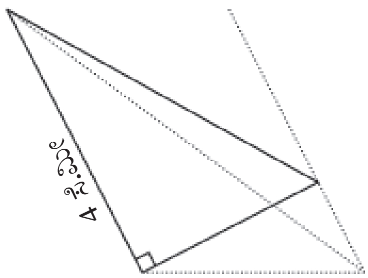
ಒಂದೇ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಅನೇಕ ಆಯತಗಳನ್ನು ರಚಿಸುವ, ಒಂದು ಭುಜವನ್ನು ಕೊಟ್ಟಾಗ ಇಂತಹ ಒಂದು ಆಯತ ಮಾತ್ರ ಇರುವುದು. ತ್ರಿಕೋನಗಳಲ್ಲಾದರೆ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವೂ ಒಂದು ಭುಜವನ್ನು ಕೊಟ್ಟಾಗ ಇಂತಹ ಅನೇಕ ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಬಹುದು. ಆದರೆ ಇಂತಹ ತ್ರಿಕೋನಗಳೆಲ್ಲೆಲ್ಲಾ ಮೂರನೇ ಶಿರವು ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಭುಜಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾದ ಒಂದು ಗೆರೆಯಲ್ಲಾಗಿರುವುದು ಅಥವಾ ವಿಲೋಮವಾಗಿರುವುದು ಎಂಬ ನಿರೀಕ್ಷಣೆಯು ಮೊದಲ ಭಾಗದಲ್ಲಿರುವ ಪ್ರಧಾನ ತತ್ವ. ನಂತರ ಈ ತತ್ವವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಮತ್ತು ಕೆಲವು ನಿಬಂಧನೆಗಳನ್ನು ಅನುಸರಿಸುವ ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ಎಳೆಯುವ ರೀತಿಗಳನ್ನು ಚರ್ಚಿಸಬೇಕು.

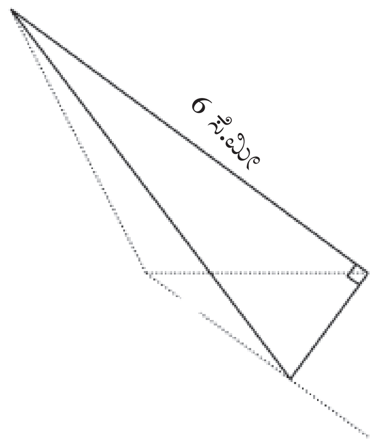
ಪಾಠಪುಸ್ತಕದ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಭಾಗದ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಲೆಕ್ಕಗಳ ಪ್ರತಿಯೊಂದರ ಕುರಿತು ಇರುವ ಚರ್ಚೆಗಳ ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ ನಡೆಯಬೇಕು. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಕುರಿತು ಇರುವ ಚರ್ಚೆಗಳ ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ ನಡೆಯಬೇಕು. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಲೆಕ್ಕಗಳೂ ಹೇಗೆ ಮಾಡಬಹುದೆಂದು ಈ ಚರ್ಚೆಗಳ ಮೂಲಕ ಮನದಟ್ಟಾಗಬೇಕು. ಬೇಕಾದಷ್ಟು ವಿವರಿಸಿದರೆ, ಮಕ್ಕಳು ಇವುಗಳನ್ನು ಮಾಡಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುವುದು.

ಈ ಭಾಗದ ಕೊನೆಯ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಲ್ಲಿ ಮೊದಲಿನ ಲೆಕ್ಕ ಮಾಡಲು ಆರಂಭದಲ್ಲಿ ಭುಜಗಳು 3,4,6 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿರುವ ತ್ರಿಕೋನ ರಚಿಸಿದ ನಂತರ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಶಿರದಿಂದಲೂ ಎದುರಿನ ಭುಜಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರ ಗೆರೆಯೂ ಇನ್ನೊಂದು ಮೂಲೆಯಿಂದ ಅದಕ್ಕೆ ಲಂಬವನ್ನೂ ಎಳೆದು ಇಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿರುವಂತೆ ಮೂರು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಬಹುದು.

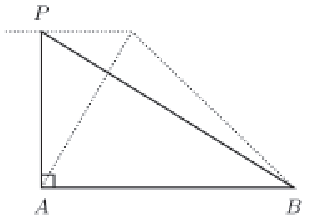


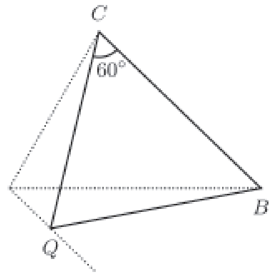


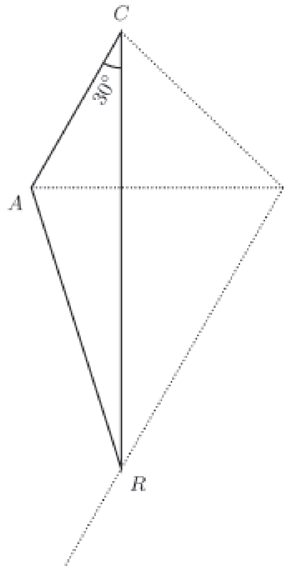




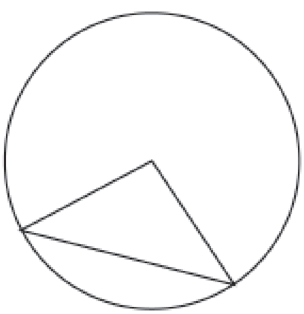
ಹೀಗೆ ಎರಡನೇ ಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿಯೂ ಮೂರು ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದು.

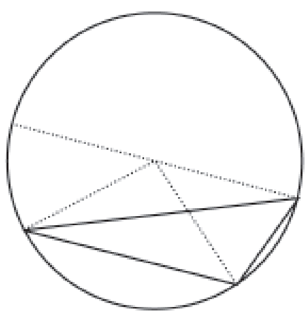






ಮೂರನೆಯ ಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿ ಮೊದಲು ವೃತ್ತದ ಯಾವುದಾದರೂ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳೂ ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರವೂ ಶಿರಗಳಾಗಿರುವ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನೆಳೆದು ನಂತರ ವೃತ್ತದ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸುವ ಭುಜಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರ ವಾಗಿ ವ್ಯಾಸವನ್ನೆಳೆದು, ಅದರ ಒಂದು ತುದಿಯನ್ನೂ ವೃತ್ತದ ಈ ಬಿಂದುಗಳನ್ನೂ ಜೋಡಿಸಿದರೆ ಸಾಕು.





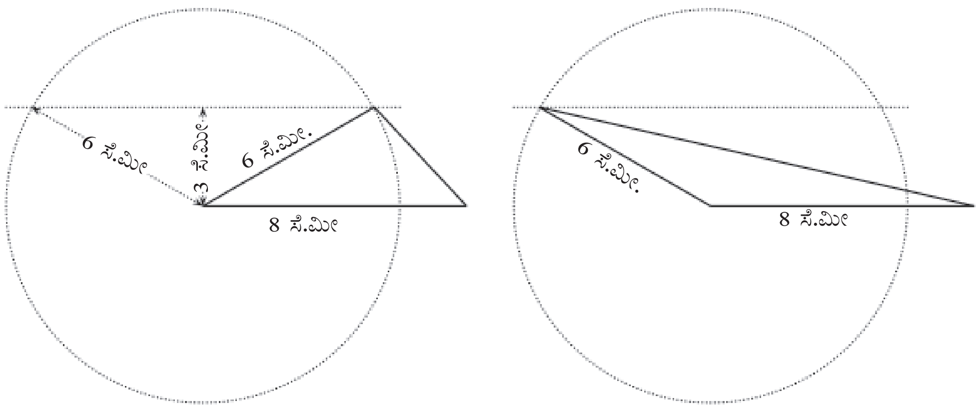
ನಾಲ್ಕನೇ ಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿ ಹೇಳಿರುವ

ತ್ರಿಕೋನಗಳಲ್ಲೆಲ್ಲಾ 8 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಭುಜಕ್ಕೆಳೆದ ಉನ್ನತಿ 3 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿರಬೇಕು. ಆಗ ಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿ ಹೇಳಿರುವಂತೆ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ಕೆಳಗಿನಂತೆ ರಚಿಸಬಹುದು:

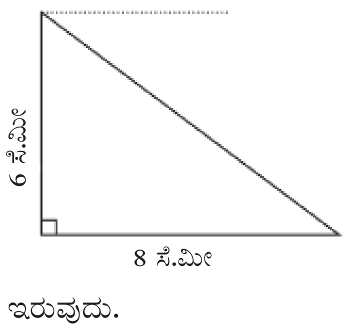
(i) 8 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಉದ್ದದ ಒಂದು ಗೆರೆಯೂ ಅದಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿ 3 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ದೂರದಲ್ಲಿ ಇನ್ನೊಂದು ಗೆರೆಯನ್ನೂ ಎಳೆಯಿರಿ.

(ii) ಮೊದಲಿನ ಗೆರೆಯ ಒಂದು ತುದಿ ಕೇಂದ್ರವಾಗುವಂತೆ 6 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ತ್ರಿಜ್ಯದಲ್ಲಿ ವೃತ್ತವನ್ನೆಳೆಯಿರಿ.

(iii) ಈ ವೃತ್ತವು ಎರಡನೇ ಗೆರೆಯನ್ನು ಖಂಡಿಸಿ ಹೋಗುವ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದನ್ನು ತ್ರಿಕೋನದ ಮೂರನೇ ಶಿರಗಳಾಗಿ ತೆಗೆಯಬಹುದು.

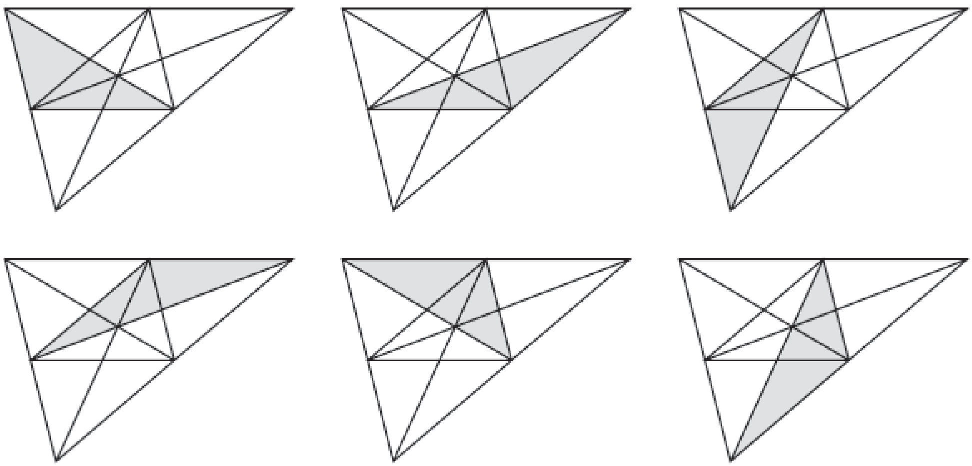


ವಿಸ್ತೀರ್ಣ 24 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿರುವ ತ್ರಿಕೋನಕ್ಕೆ 8 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಭುಜಕ್ಕಿರುವ ಎತ್ತರವು 6 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಬೇಕು. ಆಗ ಮೇಲೆ ಮಾಡಿರುವಂತೆ 8 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಉದ್ದವಿರುವ ಒಂದು ಗೆರೆಯನ್ನು ಅದಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿ 6 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ದೂರದಲ್ಲಿ ಇನ್ನೊಂದು ಗೆರೆಯನ್ನು ಎಳೆದರೆ, ಮೊದಲಿನ ಗೆರೆಯ ಒಂದು ತುದಿಯಿಂದ ಎಳೆದ ಲಂಬವು ಎರಡನೆಯ ಗೆರೆಯನ್ನು ಸಂಧಿಸುವ ಬಿಂದುವೇ ಮೂರನೇ ಶಿರವಾಗಿದೆ.

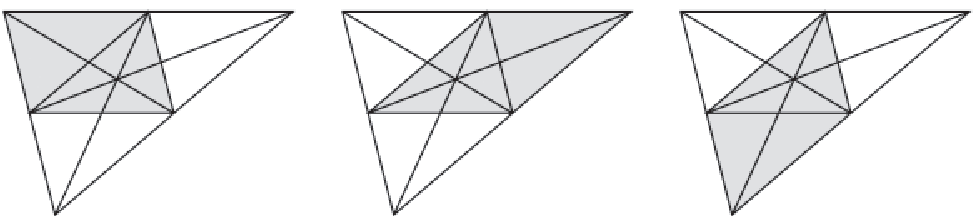


ಇಂತಹ ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನ ಮಾತ್ರ ಇರುವುದು.

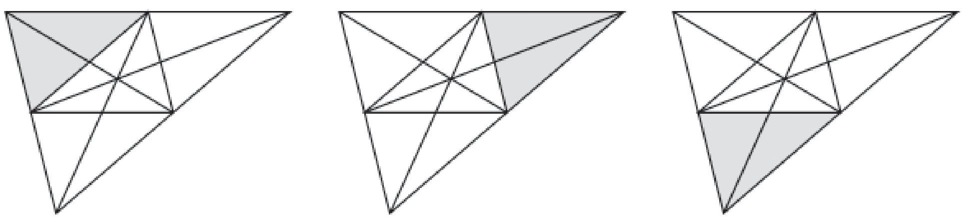
5ನೇ ಪ್ರಶ್ನೆಯ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ, ನೀಲ ತ್ರಿಕೋನದ ಒಂದು ಭುಜಕ್ಕೆ ಸಮಾನವಾದ ಒಂದು ಭುಜವೂ ಮೂರನೇ ಶಿರವು ಅದಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾದ ಒಂದು ಗೆರೆಯಲ್ಲೂ ಆಗಿರುವ ಆರು ತ್ರಿಕೋನಗಳಿವೆ.



ಮಾತ್ರವಲ್ಲ, ದೊಡ್ಡ ತ್ರಿಕೋನದೊಳಗೆ ಮೂರು ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳ ಒಂದು ಕರ್ಣ ವಿಭಜಿಸುವಾಗ ಉಂಟಾಗುವ ಅರ್ಧವೂ ನೀಲ ತ್ರಿಕೋನವಾಗಿದೆ.

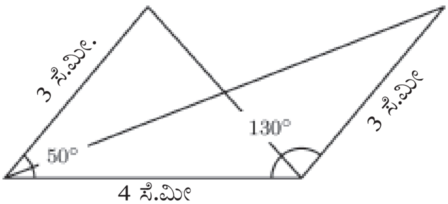


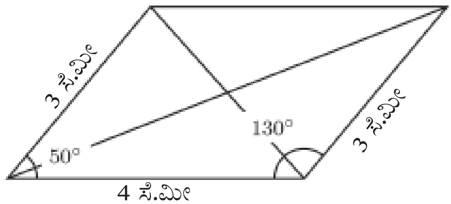
ಆಗ ಈ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳು ಉಳಿದ ಅರ್ಧಗಳಾದ ಮೂರು ತ್ರಿಕೋನಗಳೂ ನೀಲ ತ್ರಿಕೋನಕ್ಕೆ ಸಮಾನವೂ ಆದುದರಿಂದ ಅದಕ್ಕೆ ಸಮಾನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವುದೂ ಆಗಿದೆ.



ಹಾಗೆ ಚಿತ್ರದ ನೀಲ ತ್ರಿಕೋನದ ಅದೇ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ 9 ತ್ರಿಕೋನಗಳಿವೆ.

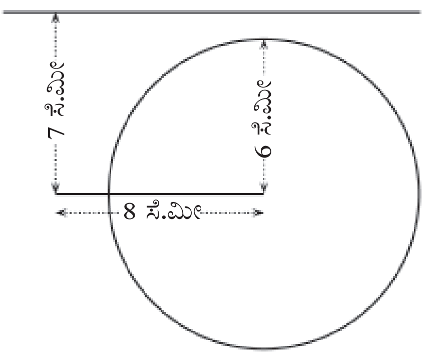
ಕೊನೆಯ ಪ್ರಶ್ನೆಯ ಎರಡು ತ್ರಿಕೋನಗಳೂ ಒಂದೇ ಪಾದದಲ್ಲಿ ಎಳೆದರೆ, ಇಲ್ಲಿ ಎಡಭಾಗದ ಚಿತ್ರ ಸಿಗುವುದು.





ಈ ಚಿತ್ರದ ಎಡ ಮತ್ತು ಬಲಭಾಗದ ಗೆರೆಗಳು ಕೆಳಗಿನ ಗೆರೆಯೊಂದಿಗೆ ಉಂಟುಮಾಡುವ ಕೋನಗಳು ಪರಿಪೂರಕವಾಗಿರುವುದರಿಂದ, ಈ ಗೆರೆಗಳು ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿವೆ. ಅವುಗಳು ಉದ್ದ ಸಮಾನವೂ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ, ಬಲಭಾಗದ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿರುವಂತೆ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಮೇಲಿನ ಶಿರಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿದಾಗ ಸಿಗುವ ಚತುರ್ಭುಜ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿದೆ. ಒಂದೇ ಪಾದವೂ ಮೇಲಿನ ಶಿರಗಳು ಅದಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾದ ಗೆರೆಯಲ್ಲಾಗಿರುವುದರಿಂದ ತ್ರಿಕೋನಗಳಿಗೆ ಸಮಾನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿದೆ.

ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಚರ್ಚೆಗಾಗಿ ನೀಡಿರುವ ಪ್ರಶ್ನೆಯು, ಈಗ ಮಾಡಿರುವ ನಾಲ್ಕನೆಯ ಮತ್ತು ಆರನೆಯ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಣವಾಗಿದೆ. ಎರಡು ಭುಜಗಳನ್ನೂ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನೂ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಲಿರುವ ವಿಧಾನವನ್ನು ನಾಲ್ಕನೇ ಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿ ನೋಡಿದೆವು. ಒಂದು ಭುಜವೂ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವೂ ಗೊತ್ತಾದರೆ ಆ ಭುಜಕ್ಕಿರುವ ಉನ್ನತಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು. ಆಗ ಈ ದೂರದಲ್ಲಿರುವ ಸಮಾನಾಂತರ ಗೆರೆಯಲ್ಲಿ ಮೂರನೇ ಶಿರವಿರುವುದು. ಮೊದಲಿನ ಭುಜದ ಒಂದು ತುದಿಯಿಂದ ಎರಡನೇ ಭುಜದ ಉದ್ದ ತ್ರಿಜ್ಯವಾಗುವಂತೆ ವೃತ್ತವನ್ನೆಳೆದು ಸ್ಥಾನವನ್ನು ದೃಢಪಡಿಸಬಹುದು. ಈ ವೃತ್ತವು ಸಮಾನಾಂತರ ಗೆರೆಯನ್ನು ಗರಿಷ್ಟ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಖಂಡಿಸುವುದು. ಅಂದರೆ, ಎರಡು ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕೊಟ್ಟಾಗ ಗರಿಷ್ಟ ಎರಡು ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದು. ನಾಲ್ಕನೇ ಪ್ರಶ್ನೆಯ ಎರಡನೇ ಭಾಗದಲ್ಲಿರುವಂತೆ ಕೆಲವೊಮ್ಮೆ ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನ ಮಾತ್ರ ರಚಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗಿರಲೂ ಬಹುದು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ 8ಸೆ. 6 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಮತ್ತು ವಿಸ್ತೀರ್ಣ 28 ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿರುವ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ.



ಇದರ ಮುಂದುವರಿಕೆಯಾಗಿ ಎರಡು ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ ಕೊಟ್ಟಾಗ, ತ್ರಿಕೋನದ ಗರಿಷ್ಟ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟಾಗಬಹುದೆಂಬ ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು ಕೇಳಬಹುದು. ಭುಜಗಳ ಉದ್ದದ ಗುಣಲಬ್ಧದ ಅರ್ಧವು ಗರಿಷ್ಟ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವೆಂದೂ ಲಂಬ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದವು ಇವುಗಳಾಗಿರುವ ಲಂಬಕೋನತ್ರಿಕೋನಕ್ಕೆ ಗರಿಷ್ಟ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವುದೆಂದೂ ತಿಳಿಯಬಹುದು.

ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಎರಡು ಭುಜಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟಾಗ, ಗರಿಷ್ಟ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಇವುಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿದೆಯೆಂದೂ, ಈ ಭುಜಗಳಿರುವ ಚೌಕಕ್ಕೆ ಗರಿಷ್ಟ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ, ಇರುವುದೆಂದೂ ಎಂಟನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಕಲಿತಿರುವುದನ್ನು ನೆನಪಿಸಬಹುದು. (ಚತುರ್ಭುಜಗಳ ರಚನೆ ಎಂಬ ಪಾಠದ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭಜ ಎಂಬ ಭಾಗ) ಹೀಗೆ ನೋಡುವಾಗ ಎರಡು ಭುಜಗಳೂ, ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳೂ ಸಮಾನವಾದ ಎರಡು ವಿಭಿನ್ನ ತ್ರಿಕೋನಗಳಾಗಿ ಸಿಗುವುದು ಈ ಭುಜಗಳಿರುವ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಕರ್ಣಗಳು ವಿಭಜಿಸುವಾಗ ಉಂಟಾಗುವ ಅರ್ಧಗಳಾಗಿವೆಯೆಂದು ಕಾಣಬಹುದು. (ಮೇಲಿನ ಆರನೇ ಪ್ರಶ್ನೆಯ ಚಿತ್ರವನ್ನು ನೋಡಿರಿ)

ಹತ್ತನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿ ಕಲಿತಾದ ನಂತರ ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತ ರೂಪದಲ್ಲಿಯೂ ಮಾಡಬಹುದು. ತ್ರಿಕೋನದ ಎರಡು ಭುಜಗಳ ಉದ್ದಗಳು a, b ಎಂದೂ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ A ಎಂದೂ ಪರಿಗಣಿಸುವ. ಈ ಎರಡು ಭುಜಗಳೊಳಗಿನ ಕೋನ x^o ಆದರೆ $A = \frac{1}{2}ab \sin x^o$

$$\sin x^o = \frac{2A}{ab}$$

ಎಂದೂ ಸಿಗುವುದು. $\sin x^o = \sin(180 - x^o)$ ಎಂದಾದರೆ $A < \frac{1}{2}ab$ ಆದರೆ ಈ ಸಮವಾಕ್ಯದಿಂದ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಸಿಗುವುದು. ಅವುಗಳ ಮೊತ್ತ 180 ಆಗಿರುವುದು. ಆಗ ಈ ಭುಜಗಳೂ, ವಿಸ್ತೀರ್ಣವೂ ಇರುವ ಎರಡು ತ್ರಿಕೋನಗಳು ಸಿಗುವುದು ಎರಡರಲ್ಲೂ ಈ ಭುಜಗಳ ಎಡೆಯಲ್ಲಿರುವ ಕೋನಗಳು ಪರಿಪೂರಕವಾಗಿರುವುವು.

$A = \frac{1}{2}ab$ ಆದರೆ $\sin x^o = 1$ ಎಂದಾಗುವುದು. ಆಗ $x = 90^o$ ಎಂದು ಸಿಗುವುದು. ಅಂದರೆ, ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನ ಒಂದು ಮಾತ್ರ ಸಿಗುವುದು.

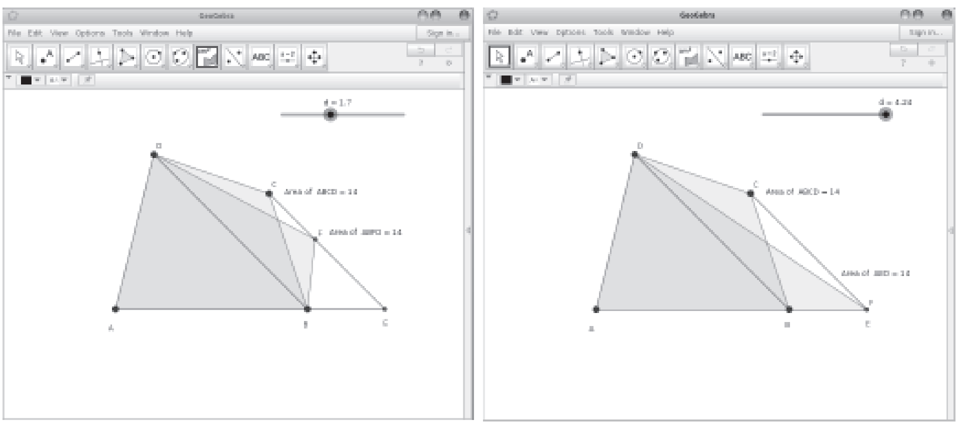
ಇನ್ನು $A > \frac{1}{2}ab$ ಆದರೆ $\sin x^o > 1$ ಎಂದಾಗುವುದು. ಯಾವುದೇ ಕೋನದ ಸೈನ್ ಅಳತೆಯು 1 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆಯಾಗಿರುವುದರಿಂದ ತ್ರಿಕೋನ ರಚಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲವೆಂದು ತಿಳಿಯಬಹುದು.

ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ a, b ಆಗಿರುವ ತ್ರಿಕೋನಗಳಲ್ಲಿ ಗರಿಷ್ಟ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $\frac{1}{2}ab$ ಆಗಿದೆಯೆಂದೂ ಅದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನವಾಗಿಯೆಂದೂ ಇರುವ ವಿಚಾರಗಳು ಈ ಚರ್ಚೆಯಿಂದ ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗುವುದಲ್ಲವೇ?

ಚತುರ್ಭುಜವೂ ತ್ರಿಕೋನವೂ

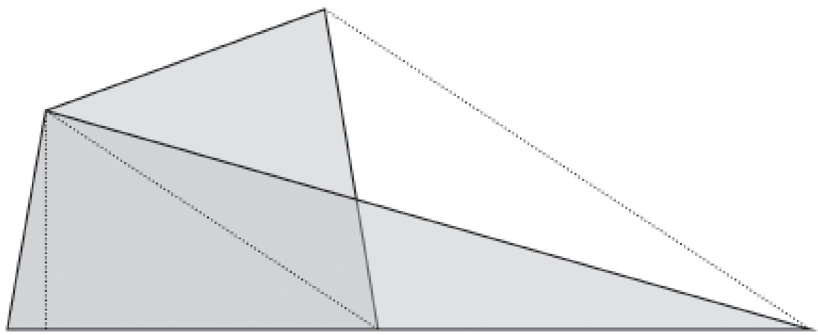
ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಬದಲಾಗದೆ ತ್ರಿಕೋನವಾಗಿ ಬದಲಾಯಿಸಿ ರಚಿಸುವುದು ಹೇಗೆ ಎಂದು ಈ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ವಿವರಿಸುವುದು. ಯಾವುದೇ ಬಹುಭುಜವನ್ನು ಹೀಗೆ ತ್ರಿಕೋನ ಮಾಡಲಿರುವ ವಿಧಾನವಾಗಿ ವಿವರಿಸುವುದು ಎಂಬುದರ ಉದಾಹರಣೆಯೂ ಇದೆ. ಹೀಗೆ ಬದಲಾಯಿಸಿ ರಚಿಸುವುದರ ಮೂಲಕ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಲೆಕ್ಕಹಾಕಲು ಸುಲಭವಾಗುವುದು ಎಂಬುದು ಇದರ ಪ್ರಯೋಜನವಾಗಿದೆ.

ಈ ಭಾಗವನ್ನು ಜಿಯೋಜಿಬ್ರವನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಚಲನಾತ್ಮಕವಾಗಿ ಮಂಡಿಸುವುದು ಉತ್ತಮ. ಅದಕ್ಕಾಗಿ ಜಿಯೋಜಿಬ್ರದಲ್ಲಿ *ABCD* ಎಂಬ ಚತುರ್ಭುಜ ರಚಿಸಿರಿ. *C* ಯ ಮೂಲಕ *BD* ಗೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾದ ಗೆರೆಯು *AB* ಗೆರೆಯನ್ನು ವೃದ್ಧಿಸಿದಾಗ ಸಂಧಿಸುವ ಬಿಂದು *E* ಯನ್ನು ಗುರುತಿಸಿರಿ. Distance or length ಉಪಯೋಗಿಸಿ *CE* ಯ ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಇನ್ನು *d* ಎಂಬ ಸ್ಲೈಡರ್ ನಿರ್ಮಿಸಿರಿ Min : 0 ವಾಗಿಯೂ Max ಈ ಉದ್ದವಾಗಿಯೂ Circle with Center and Radius ಉಪಯೋಗಿಸಿ, C ಕೇಂದ್ರವಾಗಿಯೂ, ತ್ರಿಜ್ಯ *d* ಆಗಿಯೂ ವೃತ್ತವನ್ನೆಳೆದು *CE* ಯನ್ನು *F* ನಲ್ಲಿ ಖಂಡಿಸಿರಿ. Polygon ಉಪಯೋಗಿಸಿ *ABCE, ABFD* ಎಂಬೀ ಚತುರ್ಭುಜಗಳನ್ನೆಳೆದು, Area ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಅವುಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿರಿ. *d* ಯಲ್ಲಿ ರೈಟ್ ಕ್ಲಿಕ್ ಮಾಡಿ Object Properties ನಲ್ಲಿ Repeat ಎಂಬುದನ್ನು Increasing Once ಆಗಿ ಸ್ಲೈಡರಿಗೆ Animation on ಕೊಡಿರಿ.



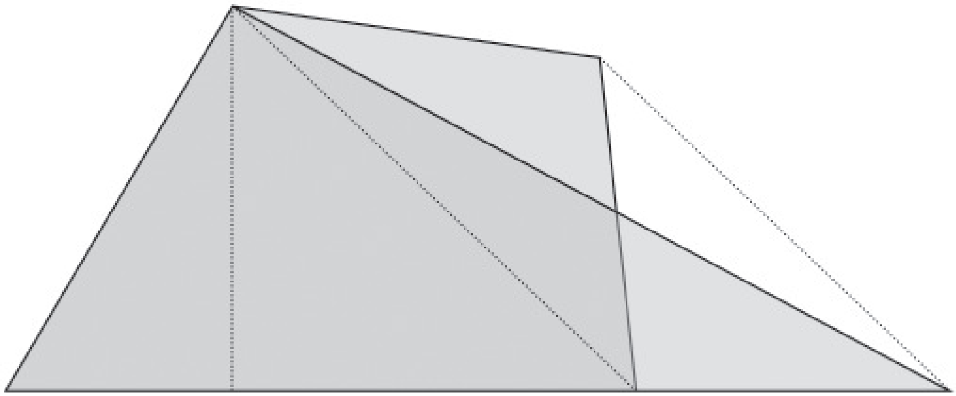
ಇದನ್ನು ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಮಂಡಿಸುವುದಕ್ಕಾಗಿ ತಯಾರಾಗುವಾಗ ಕೆಲವು ವಿಚಾರಗಳನ್ನು ಮಾಡುವುದು ಉತ್ತಮ. ಅದಕ್ಕೆ CE ಯ ಉದ್ದ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿರುವಂತೆ 4.24 ಆಗಿದೆಯೆಂದು ಭಾವಿಸಿರಿ. Area of ABCD ಎಂಬುದರ Object Properties ಎಂಬುದರಲ್ಲಿ Advanced ಎಂಬುದರ Condition to show Object ಆದರೆ $0 < d < 4.24$ ಎಂದು ಮಾಡಿರಿ. ಮಾತ್ರವಲ್ಲದೆ, *AED* ಎಂಬ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ,, ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿದ ನಂತರ, ಅವುಗಳ Condition to show Object ಎಂಬುದು $d = 4.24$ ಎಂದು ಕೊಡಿರಿ. ಆಗ ಬದಲಾಗುವ ಚತುರ್ಭುಜವು ತ್ರಿಕೋನವಾಗುವವರೆಗೆ ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವೂ ತ್ರಿಕೋನವಾಗುವಾಗ ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಸಮಾನವೆಂದು ತಿಳಿಯಿರಿ.

ಈ ಭಾಗದ ಕೊನೆಗೆ ಇರುವ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಲ್ಲಿ, ಮೊದಲನೆಯದರಲ್ಲಿ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲಿರುವ ಚಿತ್ರವನ್ನು ಹೀಗೆ ರಚಿಸಬಹುದು.



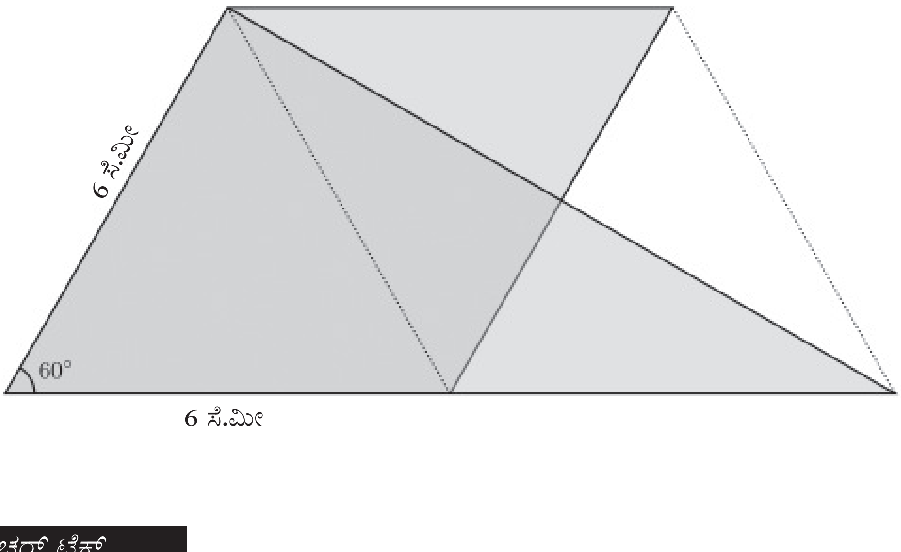
ಇದರ ತ್ರಿಕೋನದ ಕೆಳಗಿನ ಭುಜ ಎಂದರೆ 10.8 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್‌ಗಿಂತ ಸ್ವಲ್ಪ ಹೆಚ್ಚು ಮತ್ತು ಅದರಿಂದ ಇರುವ ಎತ್ತರವನ್ನು ಅಳೆದರೆ 2.9 ಸೆಂಟಿಮೀಟರಿಗಿಂತ ಸ್ವಲ್ಪ ಹೆಚ್ಚು ಆಗಿರುವುದು. (ಎರಡು ದಶಮಾಂಶ ಸ್ಥಾನಗಳವರೆಗೆ ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಿದರೆ 10.83, 2.95 ಎಂಬೀ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಸಿಗುವುದು) ಮಕ್ಕಳು ಇದನ್ನು 108, 109, 2.03 ಎಂಬೀ ಹಲವು ರೀತಿಗಳಲ್ಲಿ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಬಹುದು. ಯಾವುದೇ ಆದರೂ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 15.66 ರಿಂದ 16.35 ರ ವರೆಗೆ ಸಿಗುವುದು. ಅಳೆದು ತೆಗೆದು ಕೂಡಿಸುವಾಗ ಇಂತಹ ಸಣ್ಣ ವ್ಯತ್ಯಾಸಗಳು ಸ್ವಾಭಾವಿಕವಾಗಿರುವುದೆಂದು ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಅರ್ಥೈಸಿರಬೇಕು. ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಸುಮಾರು 16 ಚದರಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಎಂದು ತೀರ್ಮಾನಿಸಲು ಮಾತ್ರವೇ ಸಾಧ್ಯವಾಗುವುದು.

ಎರಡನೇ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಹೀಗೆ ರಚಿಸಬಹುದು:



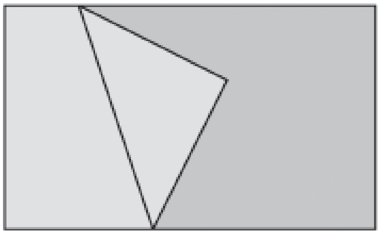
ಇದರಲ್ಲಿ ತ್ರಿಕೋನದ ಕೆಳಗಿನ ಭುಜವನ್ನು ಅಳೆದರೆ 12.7 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್‌ಗಿಂತ ಸ್ವಲ್ಪ ಹೆಚ್ಚು ಮತ್ತು ಅದರಿಂದ ಇರುವ ಎತ್ತರವನ್ನು ಅಳೆದರೆ 5.1 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಗಿಂತ ಸ್ವಲ್ಪ ಹೆಚ್ಚು ಆಗಿರುವುದು (ಎರಡು ದಶಮಾಂಶ ಸ್ಥಾನಗಳವರೆಗೆ ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಿದರೆ 12.73, 5.16 ಎಂಬೀ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಸಿಗುವುದು) ಮೊದಲಿನ ಚಿತ್ರದಂತೆ, ಮಕ್ಕಳು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ 32.38 ರಿಂದ 33.28 ವರೆಗೆ ಆಗಬಹುದು. ಸುಮಾರು 33 ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಎಂದು ತೀರ್ಮಾನಿಸಬಹುದು.

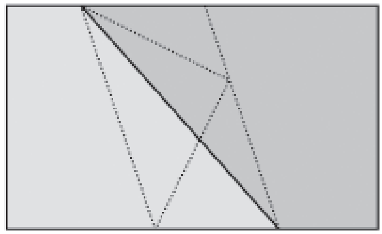
ಎರಡನೇ ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿ ಎಂಟನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಮಾಡಿರುವಂತೆ ಸಮಾನಾಂತರ ಸಮಚತುರ್ಭುಜ ರಚಿಸಿದ ನಂತರ ಇಲ್ಲಿ ಮಾಡಿರುವಂತೆ ಅಷ್ಟೇ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದು.



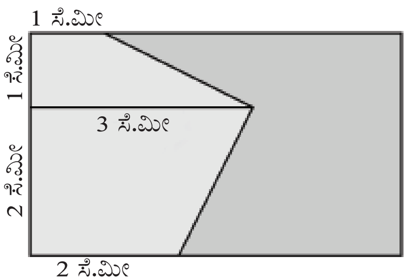
ಹೀಗೆ ಸಿಗುವ ತ್ರಿಕೋನದ ಬಲಭಾಗದ ಶಿರದಲ್ಲಿರುವ ಕೋನ 30^0 ಆಗಿದೆ ಎಂದೂ ಹಾಗಾಗಿ ಇದುವೇ ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನ ಎಂದೂ ಮಕ್ಕಳು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಬೇಕು.

ನಾಲ್ಕನೇ ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿ, ಎಡಭಾಗವನ್ನು ಪಂಚಭುಜದ ಮೇಲಿನ ಶಿರವನ್ನು ಕೆಳಗಿನ ಶಿರವನ್ನು ಜೋಡಿಸುವ ಗೆರೆಯು ಅದನ್ನು ಸಮಲಂಬ ಮತ್ತು ತ್ರಿಕೋನವಾಗಿ ವಿಭಜಿಸುವುದು ಈ ತ್ರಿಕೋನದ ಬಲಭಾಗದ ಶಿರವನ್ನು ಗೆರೆಗೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿ ಮುಂದಕ್ಕೆ ದೂಡಿ ಆಯತದ ಕೆಳಗಿನ ಶಿರಕ್ಕೆ ತಲುಪಿಸಿದಾಗ ಅಷ್ಟೇ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಇನ್ನೊಂದು ತ್ರಿಕೋನವಾಗುವುದು. ಪಂಚಭುಜವು ಅಷ್ಟೇ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಸಮಲಂಬವಾಗುವುದು. ಓರೆಯಾದ ಗೆರೆಯು ನೇರಗೆರೆಯಾಗುವುದು.





ಭಾಗಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು ಸುಲಭವಾಗಿದೆ. ಓರೆಯಾದ ಗೆರೆಗಳ ಶಿರದ ಮೂಲಕ ಕೆಳಗಿನ ಭುಜಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾದ ಗೆರೆ ಎಳೆದರೆ, ಪಂಚಭುಜವು ಎರಡು ಸಮಲಂಬಗಳಾಗುವುದು.



ಮೇಲಿನ ಸಮಲಂಬದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು $\frac{1}{2} \times 1 \times (1+3) = 2$ ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಎಂದೂ ಕೆಳಗಿನ ಸಮಲಂಬದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು $\frac{1}{2} \times 2 \times (2+3) = 5$ ಇನ್ನು ಬಲಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $2+5=7$ ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಎಂದೂ ಎಡಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $(5\times 3) - 7 = 8$ ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಎಂದೂ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

ತ್ರಿಕೋನ ಭಾಗ

ತ್ರಿಕೋನದ ಒಂದು ಶಿರದಿಂದ ಎದುರಿನ ಭುಜಕ್ಕೆಳೆದ ಯಾವುದೇ ಗೆರೆಯು ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ಎರಡು ಸಣ್ಣ ತ್ರಿಕೋನಗಳಾಗಿ ಭಾಗ ಮಾಡುವುದು. ಇವುಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯು ಭುಜದ ಭಾಗಗಳ ಉದ್ದಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯೇ ಆಗಿರುವುದೆಂದು ಈ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ವಿವರಿಸುವುದು. ನಂತರ, ಯಾವುದೇ ಶಿರದಿಂದಲೂ ಕೋನದ ಸಮಭಾಜಕವು, ಎದುರಿನ ಭುಜವನ್ನು ವಿಭಜಿಸುವುದು ಕೋನದ ಭುಜಗಳ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಾಗಿರುವುದು ಎಂದು ಸಾಧಿಸುವುದು.

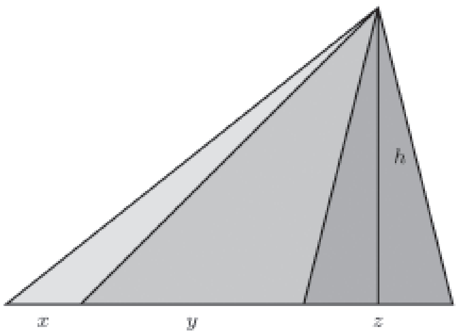
ಪಾಠಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿರುವಂತೆ ಆರಂಭದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಶಿರದಿಂದ ಎದುರಿನ ಶಿರಕ್ಕೆಳೆದ ಕೋನ ಸಮಭಾಜಕವು ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಸಮಭಾಗ ಮಾಡುವುದು ಎಂದೂ ಎದುರಿನ ಭುಜವನ್ನು ಖಂಡಿಸುವಾಗ ಸಿಗುವ ಭಾಗಗಳಲ್ಲಿ ದೊಡ್ಡದು, ಸಣ್ಣದರ ಎರಡು ಮಡಿಯಾದರೆ ದೊಡ್ಡ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಸಣ್ಣ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಎರಡು ಮಡಿಯಾಗಿದೆ ಎಂದೂ, ತಿಳಿದ ನಂತರ, ಈವಿಚಾರವನ್ನು ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿ ಹೇಳುವುದರ ಮೊದಲು ಇನ್ನೂ ಕೆಲವು ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಚರ್ಚಿಸಬೇಕು. ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಕಂಡ ವಿಚಾರಗಳನ್ನು ಹೀಗೆ ಹೇಳಬಹುದು:

> ತ್ರಿಕೋನದ ಒಂದು ಶಿರದಿಂದ ಎದುರಿನ ಭುಜಕ್ಕೆ ಎಳೆಯುವ ಒಂದು ಗೆರೆಯು ಭುಜವನ್ನು ಎರಡು ಸಣ್ಣ ಗೆರೆಗಳಾಗಿ ವಿಭಜಿಸುವುದು. ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ಎರಡು ಸಣ್ಣ ತ್ರಿಕೋನಗಳಾಗಿ ವಿಭಜಿಸುವುದು. ದೊಡ್ಡ ಭುಜವು ಸಣ್ಣ ಭುಜದ ಎಷ್ಟು ಮಡಿಯಾಗಿರುವುದೋ ಅಷ್ಟೇ ಮಡಿ ಸಣ್ಣ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ದೊಡ್ಡ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಾಗಿದೆ.

ಸಮಾನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ ಎಂಬ ಆಶಯವನ್ನು ಏಳನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿಯೂ, ಎಂಟನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿಯೂ ಕೊಟ್ಟಿರುವುದಾದರೂ ಅದರ ಸರಿಯಾದ ಅರ್ಥ ಎಲ್ಲಾ ಮಕ್ಕಳಿಗೂ ತಿಳಿದಿರಬೇಕೆಂದಿಲ್ಲ, ಆದುದರಿಂದ ಅದನ್ನು ಹಲವು ಸಲ ಆವರ್ತಿಸಿ ಹೇಳಿದರೆ ಒಳ್ಳೆಯದು.

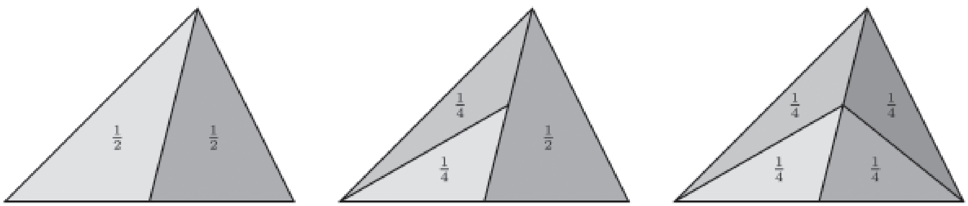
ತ್ರಿಕೋನದ ಕೋನ ಸಮಭಾಜಕದ ಕುರಿತು ಚರ್ಚಿಸುವುದಕ್ಕೆ ಮೊದಲೇ, ಈ ಭಾಗದ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿರುವ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಲ್ಲಿ ಮೊದಲಿನ ಮೂರನ್ನು ಮಾಡಬಹುದು.

ಮೊದಲಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿ, ಕೆಳಗಿನ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದವನ್ನು x, y, z ಎಂದೂ ತ್ರಿಕೋನದ ಎತ್ತರವನ್ನು h ಎಂದೂ ಪರಿಗಣಿಸುವ.



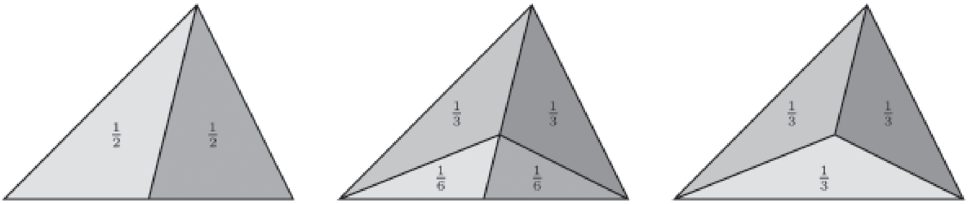
ಆಗ ತ್ರಿಕೋನ ಭಾಗಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $\frac{1}{2}xh$, $\frac{1}{2}yh$, $\frac{1}{2}zh$ ಎಂದಾಗುವುದು. ಇವುಗಳು x, y, z ಎಂಬೀ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು $\frac{1}{2}h$ ಎಂಬ ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿ ಸಿಕ್ಕಿದವುಗಳಾದುದರಿಂದ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯು $x : y : z$ ಎಂಬುದೇ ಆಗಿದೆ.

ಎರಡನೇ ಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿ, ಮೇಲಿನ ಶಿರ ಮತ್ತು ಕೆಳಗಿನ ಭುಜದ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವನ್ನು ಜೋಡಿಸುವ ಗೆರೆಯು ದೊಡ್ಡ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ವಿಭಜಿಸುವಾಗ ಸಿಗುವ ಎರಡು ತ್ರಿಕೋನಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ದೊಡ್ಡ ತ್ರಿಕೋನದ ಅರ್ಧವಾಗಿದೆ. ಇನ್ನು ದೊಡ್ಡ ತ್ರಿಕೋನದ ಎಡಭಾಗದ ಶಿರವೂ ಈ ಗೆರೆಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವನ್ನು ಜೋಡಿಸುವ ಗೆರೆಯು, ಎಡಭಾಗದ ತ್ರಿಕೋನದ ಒಂದು ಶಿರ ಮತ್ತು ಅದರ ಎದುರಿನ ಭುಜದ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವನ್ನು ಜೋಡಿಸಿದ ಗೆರೆಯಾಗಿದೆ. ಆದುದರಿಂದ ಹೀಗೆ ಸಿಗುವ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಎಡಭಾಗದ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಅರ್ಧವಾಗಿರುವುದು. ಅಂದರೆ ದೊಡ್ಡ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ



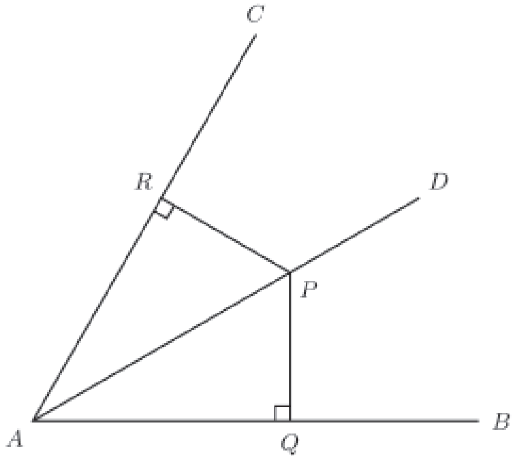
ಕಾಲುಭಾಗ ಹೀಗೆ ದೊಡ್ಡ ತ್ರಿಕೋನದ ಬಲಭಾಗದ ಶಿರವನ್ನು ಗೆರೆಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವನ್ನು ಜೋಡಿಸಿದಾಗ ಸಿಗುವ ಸಣ್ಣ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ದೊಡ್ಡ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಕಾಲುಭಾಗವೇ ಆಗಿದೆ.

ಹೀಗೆಯೇ ಮೂರನೇ ಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿಯೂ ಮೊದಲು ತ್ರಿಕೋನದ ಮೇಲಿನ ಶಿರದಿಂದ ಕೆಳಗಿನ ಭುಜದ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವನ್ನು ಜೋಡಿಸುವ ಗೆರೆಯು ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ಅದರ ಅರ್ಧದಷ್ಟು ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಎರಡು ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನಾಗಿ ವಿಭಜಿಸುವುದು. ನಂತರ ಈ ಗೆರೆಯನ್ನು 2: 1 ಎಂಬ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿ ವಿಭಜಿಸುವ ಬಿಂದುವನ್ನು ದೊಡ್ಡ ತ್ರಿಕೋನದ ಇತರ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳಿಗೆ ಜೋಡಿಸಿದಾಗ, ಅರ್ಧದ ಮೂರರಲ್ಲಿ ಎರಡು ಮತ್ತು ಮೂರರಲ್ಲಿ ಒಂದು ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಎರಡು ತ್ರಿಕೋನಗಳು ಸಿಗುವುದು. ಅಂದರೆ, ದೊಡ್ಡ ತ್ರಿಕೋನದ $\frac{1}{6}$ ಮತ್ತು $\frac{1}{3}$ ಭಾಗ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ತ್ರಿಕೋನಗಳು $\frac{1}{6}$ ಭಾಗ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಕೆಳಗಿನ ಎರಡು ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿಟ್ಟು ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ $\frac{1}{3}$ ಭಾಗ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಇರುವ ತ್ರಿಕೋನ ಮಾಡಬಹುದು.



ನಂತರ ಪಾಠಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿರುವ ಕೋನ ಸಮಭಾಜಕದ ಕುರಿತು ಇರುವ ತತ್ವದ ಕುರಿತು ಚರ್ಚಿಸಬಹುದು. ಅದರ ನಂತರ ಪಾಠಪುಸ್ತಕದ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿರುವ ಉಳಿದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಮಾಡಬಹುದು.

ನಾಲ್ಕನೇ ಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿ ಹೇಳಿರುವ ವಿಚಾರಗಳನ್ನು ಸಾಧಿಸಲು, ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಒಂದು ಚಿತ್ರವನ್ನು ರಚಿಸುವ.

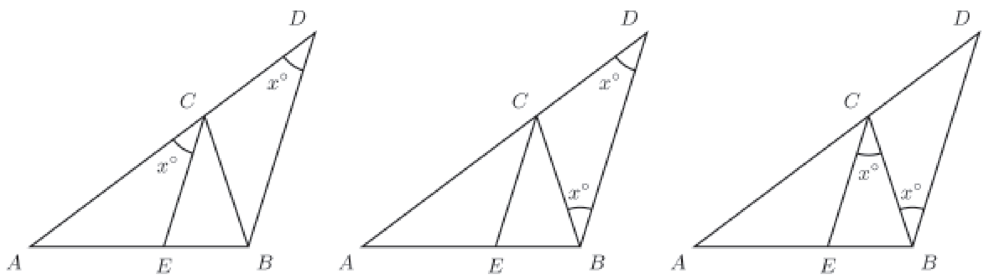


*AB, AC*ಯ ಎಂಬಿವುಗಳು *A*ಯಲ್ಲಿ ಉಂಟುಮಾಡುವ ಕೋನ ಸಮಭಾಜಕವು *AD* ಆಗಿದೆ. ಈ ಗೆರೆಯ *P* ಎಂಬ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ *AB, AC* ಗಳಿಗೆಳೆದ ಲಂಬಗಳು *PQ, PR* ಆಗಿವೆ. ಹೀಗೆ ಸಿಗುವ *APQ, APR* ಎಂಬ ಎರಡು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನಗಳಿಗೂ ಸಾಮಾನ್ಯವಾದ ಒಂದು ಭುಜ *AP* ಆಗಿದೆ. *AP* ಯ ಕೋನ ಸಮಭಾಜಕವಾದುದರಿಂದ ಇದರ ಒಂದು ತುದಿಯಲ್ಲಿರುವ ಎರಡು ಕೋನಗಳೂ ಸಮಾನವಾಗಿವೆ. ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನವಾಗಿರುವುದರಿಂದ ಇನ್ನೊಂದು ತುದಿಯಲ್ಲಿರುವ ಎರಡು ಕೋನಗಳೂ ಸಮಾನವಾಗಿವೆ. ಆಗ ಎರಡೂ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಉಳಿದ ಎರಡು ಭುಜಗಳೂ ಸಮಾನ ಎಂದು ತಿಳಿಯುವುದು. ಆದುದರಿಂದ *PQ, PR* ಎಂಬಿವುಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿವೆ.

ಐದನೇ ಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿ, ಹಳದಿ ತ್ರಿಕೋನದೊಂದಿಗೂ, ಕೆಂಪು ತ್ರಿಕೋನದೊಂದಿಗೂ ಇವುಗಳೆಡೆಯಲ್ಲಿರುವ ತ್ರಿಕೋನ ಸೇರಿಸಿಟ್ಟರೆ ಸಿಗುವ ತ್ರಿಕೋನಗಳಿಗೆಲ್ಲಾ ಒಂದೇ ಪಾದವೂ ಮೇಲಿನ ಶಿರಗಳು ಪಾದಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾದ ಗೆರೆಯಲ್ಲಿಯೂ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ಅವುಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಸಮಾನವಾಗಿದೆ.

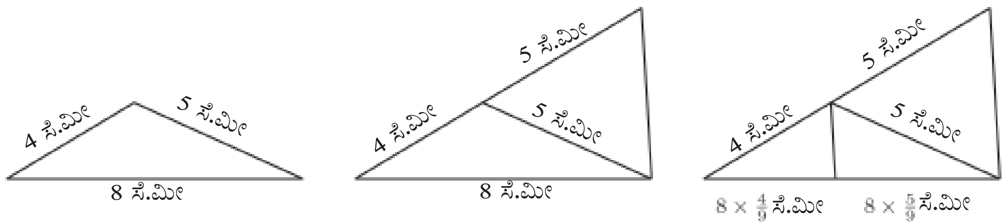
ಆದುದರಿಂದ ಈ ತ್ರಿಕೋನಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದರಿಂದಲೂ ಮಧ್ಯದ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ತೆಗೆದಿರಿಸಿದರೆ ಸಿಗುವ ತ್ರಿಕೋನಗಳಿಗೆ ಸಮಾನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಾಗಿದೆ.

ಆರನೇ ಪ್ರಶ್ನೆಯ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ, $\angle ACE = x^{\circ}$ ಎಂದಾದರೆ, CE, BD ಎಂಬಿವುಗಳು ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿರುವುದರಿಂದ, $\angle ADB = x^{\circ}$ ಎಂದೂ ನಂತರ, BCD ಯು ಸಮಪಾರ್ಶ್ವ ತ್ರಿಕೋನವಾದುದರಿಂದ $\angle CBD = x^{\circ}$ ಎಂದೂ ನಂತರ, CE, BD ಎಂಬುದು ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿ $\angle ECB = x^{\circ}$ಎಂದೂ ಸಿಗುವುದು.

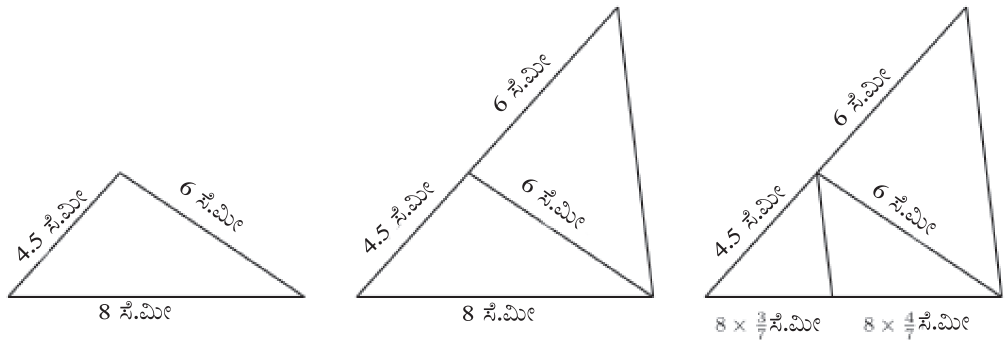


ಹಾಗೆ CE ಎಂಬ ಗೆರೆಯು ΔABC ಯ$\angle C$ ಯ ಸಮಭಾಜಕವಾಗಿದೆಯೆಂದೂ ಅದರಿಂದ $AE : EB = AC : CB = AC : CD$ ಎಂದೂ ತಿಳಿಯಬಹುದು.

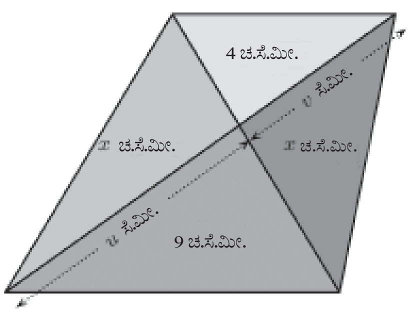
ಇದನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ 8 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಉದ್ದವಿರುವ ಗೆರೆಯನ್ನು 4:5 ಎಂಬ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿ ವಿಭಜಿಸಲು, ಮೊದಲು ಭುಜಗಳ ಅಳತೆಗಳು 3,4,5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿರುವ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ. 4 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಭುಜವನ್ನು 5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್‌ನಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚಿಸಿ ಅದರ ತುದಿಯನ್ನು 8 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಭುಜದ ತುದಿಯೊಂದಿಗೆ ಜೋಡಿಸಿರಿ. ಇನ್ನು ಈ ಗೆರೆಗೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿ 4, 5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಭುಜಗಳು ಸೇರುವ ಶಿರದ ಮೂಲಕ ಎಳೆಯುವ ಗೆರೆಯು 8 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಭುಜವನ್ನು 4:5 ಎಂಬ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿ ವಿಭಜಿಸುವುದು:



ಭುಜಗಳ ಉದ್ದಗಳು 8, 3,4 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿ ತ್ರಿಕೋನ ರಚಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲದಿರುವುದರಿಂದ, ಮೇಲಿನ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ 8 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಉದ್ದದ ಗೆರೆಯನ್ನು 3:4 ಎಂಬ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿ ವಿಭಜಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. ಆದರೆ ಹೀಗೆ ವಿಭಜಿಸಲು ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಉಳಿದ ಎರಡು ಭುಜಗಳ ಉದ್ದಗಳು 3,4 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಮಾತ್ರವೇ ಆಗಬೇಕೆಂದಿಲ್ಲ. ಅವುಗಳ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 3:4 ಆದರೆ ಸಾಕು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಉಳಿದ ಎರಡು ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ 4,5,6 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿ ರಚಿಸಬಹುದು.

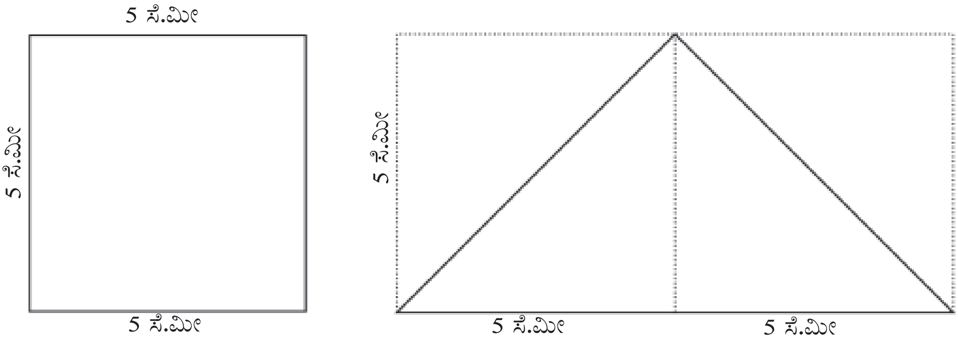


ಏಳನೆಯ ಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ, ಐದನೇ ಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿ ತಿಳಿದಿರುವಂತೆ, ಹಳದಿ ತ್ರಿಕೋನಕ್ಕೂ ಕೆಲವು ತ್ರಿಕೋನಕ್ಕೂ ಸಮಾನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಾಗಿದೆ. ಇದು x ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿರಲಿ. ಸಮಲಂಬದ ಕೆಳಗಿನ ಎಡಭಾಗದ ಶಿರದಿಂದ ಮೇಲಿನ ಬಲಭಾಗದ ಶಿರಕ್ಕೆಳೆದ ಕರ್ಣದ ಭಾಗಗಳ ಉದ್ದವು u ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, v ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿರಲಿ.

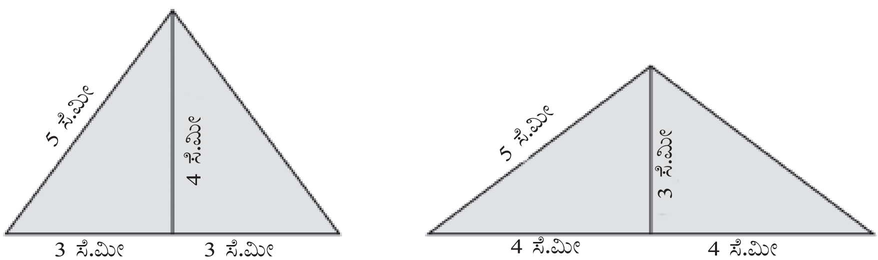


ಆಗ ಈ ಕರ್ಣದ ಮೇಲಿನ ತ್ರಿಕೋನದಿಂದ$x : 4 = u : v$ ಎಂದೂ ಕೆಳಗಿನ ತ್ರಿಕೋನದಿಂದ$9 : x = u : v$ ಎಂದೂ ಸಿಗುವುದು. ಆದರೆ $\frac{x}{4} = \frac{9}{x}$ ಇದರಿಂದ $x^2 = 36$ ಎಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

ಎಂಟನೆಯ ಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿ, ಚೌಕ ರಚಿಸಿದ ನಂತರ ಅಷ್ಟೇ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಿರುವ ಇನ್ನೊಂದು ಚೌಕವನ್ನು ರಚಿಸಿ ಸೇರಿಸಿಟ್ಟು ಪ್ರತಿಯೊಂದರ ಒಂದೊಂದು ಕರ್ಣವನ್ನು ಎಳೆದರೆ ಸಾಕು.



ಚೌಕದ ಕರ್ಣದ ಮೂಲಕ ಕತ್ತರಿಸಿ ಸಿಗುವ ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ಪ್ರತ್ಯೇಕಿಸಿ ತೆಗೆದಾಗ ಸಮಪಾರ್ಶ್ವ ತ್ರಿಕೋನ ಸಿಗುವುದೆಂದು ತಿಳಿಯಬಹುದು. ಕೊನೆಯ ಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿ ಎರಡು ತ್ರಿಕೋನಗಳಲ್ಲಿಯೂ ಮೇಲಿನ ಶಿರಗಳಿಂದ ಎಳೆದಿರುವ ಲಂಬವು ಕೆಳಗಿನ ಭುಜವನ್ನು ಸಮಭಾಗ ಮಾಡುವುದು. ಆಗ ಈ ಲಂಬಕೋನಗಳಲ್ಲಿ ಪೈತಗೋರಸ್ ಸಿದ್ಧಾಂತವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕೆಳಗಿನ ಭುಜದಿಂದಿರುವ ಎತ್ತರವನ್ನು ಲೆಕ್ಕಹಾಕುವ.



ಎರಡೂ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ 12 ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಎಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

ಭುಜಗಳ ಉದ್ದವು 3:4 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿರುವ ಆಯತದ ಕರ್ಣದ ಮೂಲಕ ಕತ್ತರಿಸಿ ಸಿಗುವ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ಎರಡು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಸೇರಿಸಿಟ್ಟಿರುವುದು ಈ ಎರಡೂ ತ್ರಿಕೋನಗಳಾಗಿವೆ ಎಂದೂ ತಿಳಿಯಬಹುದು.

2 ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

ಮುನ್ನುಡಿ

ವಿವಿಧ ಕಾಲಗಳ ಅವಶ್ಯಕತೆಗಳನುಸರಿಸಿ ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಹಲವು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಸೃಷ್ಟಿಯಾಗಿದೆ. ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು, ಋಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು, ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಎಂಬೀ ರೀತಿಯಲ್ಲಿರುವ ಎಲ್ಲಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಒಟ್ಟಾಗಿ ಇಲ್ಲಿ ವಿಶ್ಲೇಷಿಸಲಾಗುವುದು. ಈ ಪಾಠದಲ್ಲಿ ಸಮಾನ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು, ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಅಡ್ಡ ಗುಣಾಕಾರ, ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳಲ್ಲಿ ದೊಡ್ಡವುಗಳೂ, ಸಣ್ಣವುಗಳೂ, ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳು ಒಳಗೊಳ್ಳುವ ಕ್ರಿಯೆಗಳು, ದಶಮಾಂಶ ರೂಪಗಳು ಎಂಬಿವುಗಳಿಗೆ ಬೀಜಗಣಿತದ ಸಹಾಯದೊಂದಿಗೆ ಅವುಗಳ ಹಲವು ಪ್ರತ್ಯೇಕತೆಗಳನ್ನು ಅವುಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿರುವ ಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ವಿಶ್ಲೇಷಿಸುವರು. ಪಾಠದ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ದಶಮಾಂಶ ರೂಪವನ್ನು ಆಧಾರವಾಗಿಸಿರುವ ಚರ್ಚೆಯು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಕುರಿತು ಕಲಿಕೆಗಿರುವ ಇನ್ನೊಂದು ಹಂತಕ್ಕೆ ಹೆಜ್ಜೆ ಇರಿಸುವುದಾಗಿದೆ. ಈ ಕಲಿಕೆಯ ಮುಂದುವರಿಕೆಯಾಗಿ ಹೊಸಸಂಖ್ಯೆಗಳು, ರೇಖೀಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಎಂಬೀ ಪಾಠಗಳನ್ನು ಚರ್ಚೆ ಮಾಡುತ್ತೇವೆ. ಆದುದರಿಂದ ಈ ಮೂರು ಪಾಠಗಳನ್ನು ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಗಮನದಲ್ಲಿಟ್ಟುಕೊಂಡು ಕಲಿಕಾ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ಅಧ್ಯಾಪಕರು ತಯಾರಿಸಬೇಕಾಗಿರುವುದು.

ಯೂನಿಟ್ ಫ್ರೇಂ (ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು)

ಆಶಯಗಳು	ಕಲಿಕಾ ಬೋಧನ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ	ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳು
• ಒಂದು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಂಶವನ್ನೂ ಛೇದವನ್ನೂ ಒಂದೇ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸುವಾಗ ಆ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಸಮಾನವಾದ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳು ಸಿಗುತ್ತವೆ.	• ಕಲಿಕಾ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ವಿವಿಧ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಬರೆಯುವ ಚಟುವಟಿಕೆ. • ಸಮಾನವಾದ ಅನೇಕ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ ಅಂಶವೂ ಛೇದವೂ ಕನಿಷ್ಟವಾಗಿರುವ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯಾರೂಪವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು. • ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನೊಳಗೊಂಡ ಕೆಲವು ಸಂಖ್ಯಾಕ್ರಮಗಳ ಪ್ರತ್ಯೇಕತೆಯನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಸಮರ್ಥಿಸುವುದು	
• ಎರಡು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಸಮಾನವಾದರೆ ಒಂದರ ಅಂಶ ಮತ್ತು ಎರಡನೆಯದರ ಛೇದ ಇವುಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವು ಸ್ಥಿರವಾಗಿರುವುದು	• ಎರಡು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಮಾನತೆಯನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸುವ ಚಟುವಟಿಕೆ • ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಅಂಶಗಳ ಹಾಗೂ ಛೇದಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಹೊರತುಪಡಿಸಿ ಸಮಾನತೆಯನ್ನು ಪರಿಶೋಧಿಸುವುದು • ಎರಡು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಛೇದಗಳನ್ನು ಸಮಾನವಾಗಿಸಿ ಸಮಾನತೆಯನ್ನು ಪರಿಶೋಧಿಸುವುದು	• ಎರಡು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಮಾನತೆಯನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಲಿರುವ ವಿವಿಧ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಮನದಟ್ಟು ಮಾಡುವುದು
• ಅಡ್ಡಗುಣಾಕಾರ ಎಂಬ ಆಶಯ	• ಎರಡು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದರ ಅಂಶ ಮತ್ತು ಎರಡನೆಯದರ ಛೇದಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವು ಒಂದು ಸ್ಥಿರಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರುವುದು ಎಂದು ತೋರಿಸುವ ಉದಾಹರಣೆಗಳು.	

ಯೂನಿಟ್ ಫ್ರೇಂ (ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು)

ಆಶಯಗಳು	ಕಲಿಕಾ ಬೋಧನ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ	ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳು
• $\frac{a}{b}=\frac{p}{q}$ ಆದರೆ $\frac{a}{b}=\frac{p}{q}=\frac{a+p}{b+q}$ ಆಗುವುದು.	• ಸಮಾನವಾದ ಎರಡು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದರ ಅಂಶ ಮತ್ತು ಇನ್ನೊಂದರ ಛೇದದೊಂದಿಗೆ ಗುಣಿಸುವುದೇ ಅಡ್ಡ ಗುಣಾಕಾರ. • ಅಡ್ಡಗುಣಕಾರದ ಮೂಲಕ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಮಾನತೆಯನ್ನು ಪರಿಶೋಧಿಸುವುದು. • ಒಂದು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಸಮಾನವಾದ ಇನ್ನೊಂದು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಬರೆಯುವುದು. • ಸಮಾನವಾದ ಎರಡು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಅಂಶಗಳನ್ನು ಪರಸ್ಪರ ಕೂಡಿಸಿ ಅಂಶವಾಗಿಯೂ ಛೇದಗಳನ್ನು ಪರಸ್ಪರ ಕೂಡಿಸಿ ಛೇದಗಳನ್ನಾಗಿಯೂ ಇರುವಂತೆ ಹೊಸ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುವುದು. ಈ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಮೊದಲ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಸಮಾನವಾಗಿರುವುದೆಂದು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳುವುದು. • ಅಂಶಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ಛೇದಗಳನ್ನು ತಮ್ಮೊಳಗೆ ಕೂಡಿಸುವ ಬದಲು ಕಳೆಯುವ ಮೂಲಕ ಹೊಸ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುವುದು. ಅವುಗಳು ಮೊದಲು ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಸಮಾನವಾಗಿರುವುದೆಂದು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳುವುದು. • ಈ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತದ ಮೂಲಕ ಸಮರ್ಥಿಸುವುದು.	• ಒಂದು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಸಮಾನವಾದ ಇನ್ನೊಂದು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲಿರುವ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಸಮರ್ಥಿಸುವುದು.

ಯೂನಿಟ್ ಫ್ರೇಂ (ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು)

ಆಶಯಗಳು	ಕಲಿಕಾ ಬೋಧನ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ	ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳು
• a, b, p, q ಎಂಬೀ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ $\frac{a}{b} < \frac{p}{q}$ ಆದರೆ $aq < bp$ ಆಗುವುದು. ಬದಲಾಗಿ $aq < bp$ ಆದರೆ $\frac{a}{b} < \frac{p}{q}$ ಆಗುವುದು.	• ಒಂದೇ ಛೇದವಿರುವ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಸುವುದು. • ಹೋಲಿಸುವುದನ್ನು ಜ್ಯಾಮಿತೀಯವಾಗಿ ಚಿತ್ರೀಕರಿಸುವುದು. • ಒಂದು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಂಶಕ್ಕಿಂತ ದೊಡ್ಡದಾಗಿರುವ ಅಂಶ ಹಾಗೂ ಛೇದಕ್ಕಿಂತ ಚಿಕ್ಕದಾಗಿರುವ ಛೇದವಿರುವ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯು ಮೊದಲ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಿಂತ ದೊಡ್ಡ ದಾಗಿರುವುದೆಂದು ತೋರಿಸುವ ಉದಾಹರಣೆಗಳು. • ಒಂದು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಂಶಕ್ಕಿಂತ ದೊಡ್ಡದಾಗಿರುವ ಅಂಶ ಹಾಗೂ ಛೇದಕ್ಕಿಂತ ದೊಡ್ಡದಾಗಿರುವ ಛೇದವಿರುವ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಮೊದಲ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯೊಂದಿಗೆ ಹೋಲಿಸುವ ಉದಾಹರಣೆಗಳು. • ಛೇದವನ್ನು ಸಮಾನಗೊಳಿಸಿ ಹೋಲಿಸುವುದು. • ಹೋಲಿಕೆಗಳನ್ನು ಬೀಜ ಗಣಿತವನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಸಮರ್ಥಿಸುವುದು.	• ಎರಡು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಸುವ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ವಿಶದೀಕರಿಸುವುದು.

ಯೂನಿಟ್ ಫ್ರೇಂ (ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು)

ಆಶಯಗಳು	ಕಲಿಕಾ ಭೋದನ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ	ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳು
• ಅಂಶವು ಛೇದಕ್ಕಿಂತ ಸಣ್ಣದಾಗಿರುವ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಅಂಶ ಛೇದಕ್ಕೂ ಒಂದನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದಾಗ ಸಿಗುವ ಹೊಸ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಮೊದಲ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಿಂತ ದೊಡ್ಡದಾಗಿರುವುದು. a, b ಎಂಬೀ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ $a < b$ ಆದರೆ $\frac{a}{b} < \frac{a+1}{b+1}$ • a, b, ಎಂಬೀ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ $b < a$ ಆದರೆ $\frac{a+1}{b+1} < \frac{a}{b}$	• ಅಂಶವು ಛೇದಕ್ಕಿಂತ ಚಿಕ್ಕದಾಗಿರುವ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಅಂಶಕ್ಕೂ ಛೇದಕ್ಕೂ 1ನ್ನು ಕೂಡಿಸಿ ಹೊಸ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಉಂಟು ಮಾಡುವುದು. • ಈ ಹೊಸ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಹೋಲಿಸುವುದು. • ಇನ್ನೂ ಹೆಚ್ಚಿನ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಪರಿಶೋಧಿಸುವುದು. • ಛೇದಕ್ಕಿಂತ ಸಣ್ಣ ಅಂಶವಿರುವ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಅಂಶಕ್ಕೂ ಛೇದಕ್ಕೂ 1ನ್ನು ಕೂಡಿಸಿ ಸಿಗುವ ಹೊಸ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಮೊದಲ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚಾಗಿರುವುದೆಂದು ಬೀಜ ಗಣಿತದ ಮೂಲಕ ಸಮರ್ಥಿಸುವುದು. • ಛೇದಕ್ಕಿಂತ ದೊಡ್ಡದಾಗಿರುವ ಅಂಶವಿರುವ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಅಂಶಕ್ಕೂ ಛೇದಕ್ಕೂ 1ನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದಾಗ ಸಿಗುವ ಹೊಸ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಮೊದಲ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಿಂತ ಚಿಕ್ಕದಾಗಿರುವುದು ಎಂದು ತೋರಿಸುವ ಉದಾಹರಣೆಗಳು. • ಉದಾಹರಣೆಗಳಿಗೆ ಬೀಜ ಗಣಿತವನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ವಿಶದೀಕರಣ ನೀಡುವುದು.	

ಯೂನಿಟ್ ಫ್ರೇಂ (ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು)

ಆಶಯಗಳು	ಕಲಿಕಾ ಭೋದನ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ	ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳು
• ಎರಡು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೆಡೆಯಲ್ಲಿ ಅನೇಕ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುವುದು. • ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ಬೀಜ ಗಣಿತದ ಸಹಾಯದಿಂದ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸುವುದು.	• ಸಮಾನವಲ್ಲದ ಎರಡು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಅಂಶಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಿ ಅಂಶವಾಗಿಯೂ, ಛೇದಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಿ ಛೇದವಾಗಿಯೂ ಇರುವಂತೆ ಹೊಸ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ರೂಪೀಕರಿಸಿ ಮೊದಲ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯೊಂದಿಗೆ ಹೋಲಿಸುವ ಉದಾಹರಣೆಗಳು. • ಎರಡು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೆಡೆಯಲ್ಲಿ ಇತರ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುವ ಚಟುವಟಿಕೆ. • ಮೊದಲ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಹಾಗೂ ಹೊಸತಾಗಿ ಉಂಟು ಮಾಡಿದ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಇವುಗಳನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಅನೇಕ ಹೊಸ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನುಂಟುಮಾಡುವ ಚಟುವಟಿಕೆ. • ಎರಡು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ/ವ್ಯವಕಲನ ಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ಮಾಡಲಿರುವ ಉದಾಹರಣೆಗಳು. • ಛೇದಗಳನ್ನು ಸಮಾನವಾಗಿಸಿ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ತಮ್ಮೊಳಗೆ ಕೂಡಿಸುವ ಮತ್ತು ಕಳೆಯುವ ಕ್ರಿಯೆಗಳಿಗೆ ಬೀಜ ಗಣಿತದ ಸಹಾಯದೊಂದಿಗೆ ವಿಶದೀಕರಣ. • ಒಂದು ಏಕಾಂಶ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಏಕಾಂಶ ಬಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿ ಬರೆಯುವ ವಿಧಾನ. • ಎರಡು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೊಳಗಿನ ಗುಣಾಕಾರ/ಭಾಗಾಕಾರ ಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತದ ಸಹಾಯದೊಂದಿಗೆ ವಿಶದೀಕರಿಸುವುದು.	• ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿರುವ ಸಂಖ್ಯಾಕ್ರಮಗಳನ್ನು ಬೀಜ ಗಣಿತದ ಸಹಾಯದೊಂದಿಗೆ ಸಮರ್ಥಿಸುವುದು.

ಯೂನಿಟ್ ಫ್ರೇಂ (ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು)

ಆಶಯಗಳು	ಕಲಿಕಾ ಭೋದನ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ	ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳು
• ಯಾವುದೇ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ದಶಮಾಂಶ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯುವುದು.	• ಛೇದ 10,100,1000........... ಎಂಬೀ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ 10ರ ಘಾತವಾಗಿರುವ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ದಶಮಾಂಶ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯುವುದು. • ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಛೇದವನ್ನು 10ರ ಘಾತಗಳಾಗಿ ಬದಲಾಯಿಸಿದ ನಂತರ ದಶಮಾಂಶ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯುವುದು. • ಛೇದವನ್ನು 10ರ ಘಾತವಾಗಿ ಬದಲಾಯಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲದ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ದಶಮಾಂಸ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯುವ ಕುರಿತು ಚರ್ಚೆ. • ಛೇದವನ್ನು 10ರ ಘಾತವಾಗಿ ಬದಲಾಯಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲದ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಛೇದ 10ರ ಘಾತಗಳಾಗಿರುವ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಅಂತ್ಯಗೊಳ್ಳದ ಒಂದು ಸಾಲಿನ ಮೊತ್ತವಾಗಿ ಬರೆಯುವುದು.	• ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ದಶಮಾಂಶ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯುವ ರೀತಿಯನ್ನು ವಿಶದೀಕರಿಸುವುದು.

ಆಶಯ ವಿಕಾಸ

ಒಂದು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಹಲವು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಬರೆಯುವುದನ್ನು ಕೆಳಗಿನ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಕಲಿತ ವಿಧಾನವನ್ನು ನೆನಪಿಸಿಕೊಂಡು ಪಾಠಭಾಗವನ್ನು ಆರಂಭಿಸಲಾಗಿದೆ. ಒಂದು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಂಶ ಮತ್ತು ಛೇದವನ್ನು ಒಂದೇ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸುವಾಗ ಆ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವ್ಯತ್ಯಸ್ತ ರೂಪವು ಸಿಗುವುದು ಎಂಬುದರ ಬೀಜ ಗಣಿತ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನವನ್ನು ಇಲ್ಲಿ ನೀಡಲಾಗಿದೆ. ಛೇದಗಳನ್ನು ಸಮಾನವಾಗಿಸಿಯೂ ಅಂಶಗಳನ್ನು ಸಮಾನವಾಗಿಸಿಯೂ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಕೆ ಮಾಡುವ ರೀತಿಯನ್ನು ಈ ಮೊದಲೇ ಕಂಡುಕೊಂಡಿರುವುದು ಈ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವಿಕೆಯ ಬೀಜ ಗಣಿತ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನವನ್ನು ಇಲ್ಲಿ ಕೊಡಲಾಗುವುದು. a, b, p, q ಎಂಬೀ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ $\frac{a}{b} = \frac{p}{q}$ ಆದರೆ $aq = bp$ ಎಂದೂ ಆಗುವುದು. ಅಲ್ಲದೆ $aq = bp$ ಆದರೆ $\frac{a}{b} = \frac{p}{q}$ ಎಂದೂ ಆಗುವುದು. ಒಂದು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಎರಡು ರೂಪಗಳನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಇತರ ಅನೇಕ ರೂಪಗಳನ್ನು ಮಾಡುವ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳನ್ನು, ಅವುಗಳ ಬೀಜ ಗಣಿತ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನವನ್ನು ಮುಂದುವರಿಕೆಯಾಗಿ ಮಾಡಲಾಗುವುದು. ಅಂದರೆ ಸಮಾನವಾಗಿರುವ ಎರಡು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಅಂಶಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಅಂಶವಾಗಿಯೂ ಛೇದಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಛೇದವಾಗಿಯೂ ಇರುವ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಮೊದಲಿನ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಸಮಾನವಾಗಿರುವುದು ಎಂದು ಇಲ್ಲಿ ಸಮರ್ಥಿಸಲಾಗಿದೆ. ಒಂದು ಜೊತೆ ಸಮಾನ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ ಅಂಶ–ಛೇದಗಳ ಮೊತ್ತ ಮತ್ತು ವ್ಯತ್ಯಾಸವನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಹೊಸ ಸಮಾನ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನುಂಟುಮಾಡುವ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ತದನಂತರ ಮಾಡುವುದಾಗಿದೆ. ಅದರೊಂದಿಗೆ ಈ ಚಟುವಟಿಕೆಯ ಬೀಜ ಗಣಿತ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನವನ್ನು ನೀಡಲಾಗುವುದು. ಅಂದರೆ $\frac{a}{b} = \frac{p}{q}$ ಆದರೆ $\frac{a+b}{a-b} = \frac{p+q}{p-q}$ ಆಗುವುದು. ಮುಂದುವರಿದು, ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಸುವ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ನೀಡುವುದಾಗಿದೆ. ಒಂದೇ ಛೇದವಿರುವ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನೂ, ಒಂದೇ ಅಂಶವಿರುವ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನೂ ಹೋಲಿಸುವ ಚಟುವಟಿಕೆಯ ಮೂಲಕ ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲದ ಎರಡು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಸುವ ಚಟುವಟಿಕೆಗೆ ಮುಂದುವರಿಯುವುದಾಗಿದೆ. ಅಡ್ಡಗುಣಾಕಾರವನ್ನು (Cross multiplication)ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಸುವ ಇಲ್ಲಿ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಲಾಗಿದೆ. ಒಂದು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಂಶಕ್ಕೂ ಛೇದಕ್ಕೂ ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಕೂಡಿಸಿದಾಗ ಸಿಗುವ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಮೊದಲ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯೊಂದಿಗೆ ಹೋಲಿಸುವ ರೀತಿಯನ್ನು, ಅದರ ಬೀಜ ಗಣಿತ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನವನ್ನು ಈ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ನೀಡಲಾಗಿದೆ. ಸಮಾನವಲ್ಲದ ಎರಡು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ, ಅಂಶಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಅಂಶವಾಗಿಯೂ ಛೇದಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಛೇದವಾಗಿಯೂ ತೆಗೆದುಕೊಂಡಾಗ ಸಿಗುವ ಹೊಸ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಮೊದಲ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೆಡೆಯಲ್ಲಿರುವ ಒಂದು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದೂ, ಆ ರೀತಿ ಎರಡು

ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೆಡೆಯಲ್ಲಿ ಇನ್ನೂ ಅನೇಕ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದೆಂಬ ರೀತಿಯನ್ನು ಮುಂದುವರಿಕೆಯಾಗಿ ಚರ್ಚಿಸಲಾಗಿದೆ. ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಲು 5,6 ಕ್ಲಾಸುಗಳಲ್ಲಿ ಕಲಿತುದರ ಬೀಜ ಗಣಿತ ರೀತಿಯನ್ನು ಇಲ್ಲಿ ಚರ್ಚಿಸಲಾಗಿದೆ. ಅಲ್ಲದೆ ಯಾವುದೇ ಒಂದು ಏಕಾಂಶ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯನ್ನು ಇತರ ಅನೇಕ ಏಕಾಂಶ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿ ಬರೆಯಬಹುದೆಂಬ ನಿಗಮನವನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತದ ಸಹಾಯದಿಂದ ತಲುಪಬಹುದಾಗಿದೆ. ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಅವುಗಳ ಛೇದವನ್ನು 10ರ ಘಾತಗಳಾಗಿ ಬದಲಾಯಿಸಿ ದಶಮಾಂಶ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯುವುದು ಮುಂದಿನ ಹಂತವಾಗಿದೆ. ಆದರೂ 100 ಘಾತಗಳಾಗಿ ಬರೆಯಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು 10ರ ಘಾತಗಳ ಛೇದಗಳಾದ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಒಂದು ಸಾಲನ್ನು ಆ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಹತ್ತಿರ ಹತ್ತಿರವಾಗುವ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಬರೆಯಲು ಸಾಧ್ಯವಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಕೊಂಡು ಪಾಠಭಾಗವನ್ನು ಮಂಡಿಸಲಾಗಿದೆ. ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿ ಕಂಡುಕೊಂಡ ಸಂಖ್ಯಾ ಪ್ರತ್ಯೇಕತೆಗಳನ್ನು ಬೀಜ ಗಣಿತ ಭಾಷೆಯಲ್ಲಿ ಸಮರ್ಥಿಸುವುದನ್ನು ಈ ಪಾಠಭಾಗದುದ್ದಕ್ಕೂ ಚರ್ಚಿಸುವುದಾಗಿದೆ.

ಪಾಠಭಾಗಗಳು

ಸಮಾನ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳು

ಒಂದು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಅದಕ್ಕೆ ಸಮಾನವಾದ ಇತರ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿ ಬರೆಯುವುದನ್ನು 5ನೇ ಕ್ಲಾಸಿನಲ್ಲಿ ಕಲಿತಿರುವ ರೀತಿಯನ್ನು ನೆನಪಿಸಿಕೊಂಡು ಪಾಠಭಾಗವನ್ನು ಆರಂಭಿಸಲಾಗಿದೆ. ಆ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಬರೆಯಲೂ, ಚಟುವಟಿಕೆಗಳನ್ನು ನಡೆಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುವಂತೆ ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಅವಕಾಶ ನೀಡಬೇಕು.

ಯಾವುದೇ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಂಶ ಹಾಗೂ ಛೇದವನ್ನು ಒಂದೇ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ ಆ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವ್ಯತ್ಯಸ್ತವಾದ ರೂಪಗಳು ಸಿಗುತ್ತವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಬೀಜ ಗಣಿತ ಭಾಷೆಯಲ್ಲಿ ಬರೆದ ರೀತಿಯನ್ನು ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಪರಿಚಯಿಸಬೇಕು. ಮೊದಲಿನ ರೂಪವನ್ನು ಚರ್ಚಿಸಬೇಕು. ಅಂದರೆ ಒಂದು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಂಶ ಹಾಗೂ ಛೇದವು ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಪವರ್ತ್ಯವಾದರೆ ಆ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಂಶ ಹಾಗೂ ಛೇದವನ್ನು ಸಣ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿ ಬರೆಯಲು ಸಾಧ್ಯವಿದೆ.

ಇದಕ್ಕಿರುವ ಕೆಲವು ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಕ್ಲಾಸಿನಲ್ಲಿ ಚರ್ಚಿಸಬೇಕು.

$$\frac{15}{20} = \frac{3 \times 5}{4 \times 5} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{35}{28} = \frac{5 \times 7}{4 \times 7} = \frac{5}{4}$$

$$\frac{148}{185} = \frac{37 \times 4}{37 \times 5} = \frac{4}{5}$$

ಒಂದು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಂಶ ಹಾಗೂ ಛೇದದ ಸಾಮಾನ್ಯವಾದ ದೊಡ್ಡ ಅಪವರ್ತನದಿಂದ ಇವುಗಳನ್ನು ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಆ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಸಮಾನವಾದ ಅಂಶ ಹಾಗೂ ಛೇದಗಳು ಅತಿ ಸಣ್ಣದಾಗಿರುವ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿ ಬರೆಯಲು ಸಾಧ್ಯ ಎಂಬ ಸಾಮಾನ್ಯ ನಿಗಮನಕ್ಕೆ ತಲುಪಬಹುದು.

ಮುಂದುವರಿಕೆಯಾಗಿ ಪಾಠಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ಚರ್ಚಿಸಿದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ನೀಡಬೇಕು. ಇಲ್ಲಿ ಮೊದಲು ನೀಡಿದ $\frac{1^2+1}{1+1}, \frac{2^2+2}{2+1}, \frac{3^2+3}{3+1}, \frac{4^2+4}{4+1}$ ಎಂಬದರ ವರ್ಗವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿದು ಕೂಡಿಸಿ ಭಾಗಿಸಿ ಮಕ್ಕಳು ಉತ್ತರಿಸಬೇಕು. ಅದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಮಕ್ಕಳು ಮಾಡಬೇಕಾದುದು $\frac{138^2+138}{138+1}$ ಎಂಬ ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ಹೇಗೆ ಮಾಡಬಹುದೆಂದು ಚರ್ಚಿಸುವ ಮೂಲಕ ವರ್ಗವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದು ಕೂಡಿಸಿ ಭಾಗಿಸುವುದರ ಕಷ್ಟವನ್ನು ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ವಿವರಿಸಬೇಕು. ಅದಕ್ಕಾಗಿರುವ ಸುಲಭ ವಿಧಾನವನ್ನು ಪಾಠಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ಚರ್ಚಿಸಲಾಗಿದೆ. ಈ ರೀತಿಯ ಯಾವುದೇ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಇದು ಸರಿಯಾಗುವುದೇ ಎಂದು ಪರಿಶೋಧಿಸಿಕೊಂಡು ಇತರ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಮಾಡಲು ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಅವಕಾಶ ನೀಡಬೇಕು. ಯಾವುದೇ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೂ ಇದು ಸರಿಯಾಗುವುದು ಎಂಬುದನ್ನು ಬೀಜ ಗಣಿತದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಚರ್ಚೆಯನ್ನು ಕ್ರೋಡೀಕರಿಸಲಾಗುವುದು.

ಮುಂದುವರಿದು ಪಾಠಪುಸ್ತಕದ 24ನೇ ಪುಟದಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳನ್ನು ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ನೀಡಬೇಕು. ಒಂದನೇ ಚಟುವಟಿಕೆಯ ಬೀಜಗಣಿತ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನವು $\frac{n^2+n}{n+n} = \frac{n(n+1)}{2n} = \frac{n+1}{2}$ ಎಂದು ತಿಳಿಯಲು ಕಷ್ಟವೇನಿಲ್ಲ. n ಒಂದು ಸಮಸಂಖ್ಯೆಯಾದರೆ $\frac{n+1}{2}$ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯಾದೀತು n ಎಂದೂ, ವಿಷಮಸಂಖ್ಯೆಯಾದರೆ $\frac{n+1}{2}$ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಯದೀತು ಎಂದು ಸುಲಭವಾಗಿ ತಿಳಿಯಬಹುದು. ಅದೇ ರೀತಿ ಎರಡನೆಯದು $\frac{n^2-n}{n-1} = \frac{n(n-1)}{n-1} = n$ ಎಂದೂ, ಮೂರನೆಯದು $\frac{n^2-1}{n-1} = \frac{(n+1)(n-1)}{(n-1)} = n+1$ ಎಂದೂ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಸಾಧ್ಯವಿದೆ.

ಮುಂದುವರಿಕೆಯಾಗಿ ಇಂತಹ ಕೆಲವು ಚಟುವಟಿಕೆಗಳನ್ನು ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ನೀಡಬೇಕು.

1. $\frac{2^2-1}{1}=3;\ \frac{3^2-1}{2}=4;\ \frac{4^2-1}{3}=5;\ \frac{5^2-1}{4}=6$

2. $\frac{2^2-1}{3}=1;\ \frac{3^2-1}{4}=2;\ \frac{4^2-1}{5}=3;\ \frac{5^2-1}{6}=4$

3. $\frac{2^3-2}{1}=6;\ \frac{3^3-3}{2}=12;\ \frac{4^3-4}{3}=20;\ \frac{5^3-5}{4}=30$

4. $\frac{2^3-2}{3}=2;\ \frac{3^3-3}{4}=6;\ \frac{4^3-4}{5}=12;\ \frac{5^3-5}{6}=20$

ಅಡ್ಡಗುಣಾಕಾರ

ಒಂದು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಂಶ ಹಾಗೂ ಛೇದವನ್ನು ಒಂದೇ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿ ಅದರ ಇತರ ರೂಪಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು. ಆದರೆ ಒಂದು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಎರಡು ರೂಪಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದರ ಅಂಶ ಹಾಗೂ ಛೇದ ಇನ್ನೊಂದರ ಅಂಶ ಹಾಗೂ ಛೇದವನ್ನು ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿದುದಾಗಿರಬೇಕೆಂದಿಲ್ಲ ಎಂಬ ವಿಚಾರವನ್ನು ಸ್ಪಷ್ಟಪಡಿಸಬೇಕು. ಉದಾಹರಣೆಗಳೊಂದಿಗೆ ಇದನ್ನು ಸ್ಪಷ್ಟಪಡಿಸಬೇಕು.

ಮುಂದುವರಿದು ಎರಡು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಮಾನತೆಯನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಲಿರುವ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ನೀಡಬೇಕು. ಇದರಕ್ಕೆ 2 ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಅಂಶ ಹಾಗೂ ಛೇದದ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ಬದಿಗಿಟ್ಟು ಅವುಗಳನ್ನು ಅತಿ ಸರಳ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆದು ಸವಾನವಾಗಿದೆಯೇ ಎಂದು ಪರಿಶೋಧಿಸಲಾಗುವುದು. ಪಾಠಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ನೀಡಿದ ಉದಾಹರಣೆಗಳಿಗೆ ಹೊರತಾಗಿ ಇತರ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ನೀಡಬೇಕಾಗಿದೆ.

1. $\frac{222}{370}, \frac{129}{215}$

2. $\frac{212}{377}, \frac{268}{469}$

ಇಂತಹ ಅಂಶ, ಛೇದಗಳು ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿರುವ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಮಾನತೆಯನ್ನು ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಲಿರುವ ಕಷ್ಟವನ್ನು ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ತಿಳಿ ಹೇಳಲು ಸಾಧ್ಯವಾದರೆ ಇನ್ನೊಂದು ಅನ್ವೇಷಣೆಗಿರುವ ಚರ್ಚೆಯನ್ನು ಮಾಡಬಹುದು.

ಎರಡು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಮಾನತೆಯನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಲು ಅವುಗಳ ಛೇದಗಳನ್ನು ಸಮಾನಗೊಳಿಸಿದ ನಂತರ ಅಂಶಗಳು ಸಮಾನವೇ ಎಂದು ನೋಡಿದರೆ ಸಾಕು ಎಂಬ ಕ್ರೋಢೀಕರಣವನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಮಾಡಬಹುದು. $\frac{a}{b}, \frac{p}{q}$ ಎಂಬೀ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಛೇದಗಳನ್ನು ಸಮಾನಗೊಳಿಸಲು

ಮೊದಲ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಂಶ ಹಾಗೂ ಛೇದವನ್ನು q ವಿನಿಂದಲೂ, ಎರಡನೇಯ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಂಶ ಹಾಗೂ ಛೇದವನ್ನು b ಯಿಂದಲೂ ಗುಣಿಸಿದಾಗ $\frac{a}{b}=\frac{aq}{bq}$ ಎಂದೂ $\frac{p}{q}=\frac{bp}{bq}$ ಎಂದೂ ಸಿಗುವುದು. ಇವುಗಳ ಛೇದಗಳು ಸಮಾನವಾದುದರಿಂದ ಅಂಶಗಳಾದ aq, bp ಎಂಬಿವುಗಳು ಸಮಾನವೇ ಎಂದು ನೋಡಿದರೆ ಸಾಕು. ಈ ಎರಡೂ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಲು ಅನುಗುಣವಾದ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಮಕ್ಕಳಿಂದ ಮಾಡಿಸಬೇಕು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ $\frac{3}{4}, \frac{9}{12}$ ಎಂಬಿವುಗಳಲ್ಲಿ $3 \times 12 = 4 \times 9$ ಆಗಿದೆ. ಆದುದರಿಂದಲೇ $\frac{3}{4}=\frac{9}{12}$ ಆಗಿದೆ. ಇನ್ನೊಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ

$3 \times 12 = 4 \times 9$ ಎಂಬುದರಿಂದ ಸಮಾನವಾದ ಕೆಲವು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಲು ಸಾಧ್ಯವಿದೆ.

$$\frac{3}{4}=\frac{9}{12}$$

$$\frac{3}{9}=\frac{4}{12}$$

$$\frac{4}{3}=\frac{12}{9}$$

$$\frac{9}{3}=\frac{12}{4}$$

ಎಂಬಿತ್ಯಾದಿಗಳು ಸಿಗುತ್ತವೆ.

ಅಂದರೆ $\frac{a}{b}, \frac{p}{q}$ ಎಂಬೀ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ $aq = bp$ ಆದುದರಿಂದ $\frac{a}{b}=\frac{p}{q}$ ಆಗುವುದು. ಇನ್ನೊಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲಾದರೂ ಸಮಾನವಾದ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯಾ ಜೋಡಿಗಳು

$$\frac{a}{b}=\frac{p}{q}$$

$$\frac{a}{p}=\frac{b}{q}$$

$$\frac{b}{a}=\frac{q}{p}$$

$$\frac{p}{a}=\frac{q}{b}$$

ಹೀಗೆ ಸಮಾನವಾದ 4 ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯಾ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಲು ಸಾಧ್ಯವಿದೆ.

ಒಂದು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಂಶ ಹಾಗೂ ಛೇದವನ್ನು ಒಂದೇ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಹಲವು ರೂಪಗಳನ್ನು ಬರೆಯಬಹುದು ಎಂದು ಮಕ್ಕಳು ಈ ಮೊದಲೇ ತಿಳಿದಿರುವರು. ಆ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಅಲ್ಲದೆ ಹಲವು ರೂಪಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲಿರುವ ಬೇರೆ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಇಲ್ಲಿ ಚರ್ಚಿಸಲಾಗುವುದು. ಒಂದು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಎರಡು ರೂಪಗಳ ಅಂಶಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಿ ಅಂಶವಾಗಿಯೂ ಛೇದಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಿ ಛೇದವಾಗಿಯೂ ಹೊಸ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನುಂಟುಮಾಡಿ ಅದರ ಪ್ರತ್ಯೇಕತೆಯನ್ನು ಇಲ್ಲಿ ಚರ್ಚಿಸಲಾಗುವುದು. ಇದಕ್ಕಾಗಿ ಮಕ್ಕಳನ್ನು ವಿವಿಧ ಗುಂಪುಗಳಾಗಿಸಿ ಸಮಾನ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯಾ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ನೀಡಿ ಮೇಲೆ ಹೇಳಿದಂತೆ ಹೊಸ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನುಂಟುಮಾಡಲು ಸೂಚಿಸಬೇಕು.

ಉದಾಹರಣೆ: ಗುಂಪು 1

- $\frac{1}{2}, \frac{3}{6}$
- $\frac{3}{4}, \frac{6}{8}$
- $\frac{5}{3}, \frac{20}{12}$
- $\frac{7}{5}, \frac{21}{15}$
- $\frac{3}{7}, \frac{12}{28}$

ಇದೇ ರೀತಿ ಇತರ ಗುಂಪುಗಳಿಗೂ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯಾ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ನೀಡಬೇಕು. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಜತೆ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಅಂಶಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಿ ಹೊಸ ಅಂಶವಾಗಿಯೂ ಛೇದಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಿ ಹೊಸ ಛೇದವಾಗಿಯೂ ಹೊಸ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ರೂಪೀಕರಿಸಲಿ. ಹೀಗೆ ಸಿಗುವ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮೊದಲ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯಾ ಜೋಡಿಗಳಿಗೆ ಸಮಾನವಾಗಿದೆಯೆಯಂದು ಪರಿಶೋಧಿಸಲಿ. ಈ ಚಟುವಟಿಕೆಯಿಂದ ಲಭಿಸುವ ಜ್ಞಾನವು ಸಮಾನವಾದ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೂ ಸರಿಯಾದೀತೇ ಎಂಬ ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು ಅಧ್ಯಾಪಕರು ಮುಂದಿಡಲಿ. ನಂತರ ಈಗ ನೋಡಿದ ಪ್ರತ್ಯೇಕತೆಯನ್ನು ಬೀಜ ಗಣಿತ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಸಮರ್ಥಿಸಲಿರುವ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ನೀಡಬಹುದು. ಈ ಚಟುವಟಿಕೆಯ ಮೂಲಕ ಒಂದು ಜತೆ ಸಮಾನ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ ಅನೇಕ ಜತೆ ಸಮಾನವಾದ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಉಂಟು ಮಾಡಲು ಸಾಧ್ಯವಿದೆ ಎಂಬ ಕ್ರೋಡೀಕರಣ ಪ್ರಧಾನವಾಗಿದೆ.

$$\frac{1}{2} = \frac{3}{6} = \frac{1+3}{2+6} = \frac{4}{8} = \frac{3+4}{6+8} = \frac{7}{14} = \ldots\ldots\ldots\ldots$$

ಸಮಾನ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ ಹೊಸ ಜೊತೆ ಸಮಾನ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುವ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ಮಾಡಬೇಕಿದೆ.

ಎರಡು ಸಮಾನ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದರ ಅಂಶ ಹಾಗೂ ಛೇದವನ್ನು ಕೂಡಿಸಿ ಹೊಸ ಅಂಶ ಹಾಗೂ ಅಂಶ ಮತ್ತು ಛೇದದ ವ್ಯತ್ಯಾಸವನ್ನು ಹೊಸ ಛೇದವಾಗಿ ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಒಂದು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನುಂಟು ಮಾಡಬಹುದು. ಇದೇ ರೀತಿ 2ನೇ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಒಂದು ಹೊಸ ಭಿನ್ನರಾಶಿ

ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನುಂಟುಮಾಡಬಹುದು. ಈ ರೀತಿ ಉಂಟಮಾಡುವ ಹೊಸ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಪ್ರತ್ಯೇಕತೆಯನ್ನು ಮಕ್ಕಳು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಲಿ.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ

$$\frac{3}{7} = \frac{9}{21}$$

$$\frac{7+3}{7-3} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$$

$$\frac{21+9}{21-9} = \frac{30}{12} = \frac{5}{2}$$

ಅಂದರೆ $\frac{3}{7} = \frac{9}{21}$ ಎಂಬುದರಿಂದ $\frac{10}{4} = \frac{30}{12}$ ಎಂಬ ಹೊಸ ಸಮಾನ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯಾ ಜೋಡಿ ಉಂಟಾಯಿತು. ಇದೇ ರೀತಿಯ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯಾ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುವ ಗುಂಪು ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ಕ್ಲಾಸಿನಲ್ಲಿ ನಡೆಸಬೇಕಾಗಿದೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಗುಂಪಿಗೂ ವಿವಿಧ ಸಮಾನ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯಾ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ನೀಡಿ ಹೊಸ ಸಮಾನ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯಾ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಲು ಹೇಳುವುದು.

ಈ ಮೊದಲು ಮಾಡಿದಂತೆ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯಾ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಗುಂಪಿಗೂ ನೀಡಿ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ತರಗತಿ ಕೋಣೆಯಲ್ಲಿ ಯಶಸ್ವಿಗೊಳಿಸಬೇಕು. ಯಾವುದೇ ಸಮಾನ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯಾ ಜೋಡಿಗಳಿಂದ ಇದೇ ರೀತಿ ಹೊಸ ಸಮಾನ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯಾ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ಉಂಟು ಮಾಡಬಹುದೇ ಎಂದು ಪ್ರಶ್ನಿಸಿ ಬೀಜ ಗಣಿತ ರೀತಿಯಲ್ಲಿರುವ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನವನ್ನು ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ನೀಡಬೇಕು. ಮುಂದುವರಿದು ಪುಟ 28,29ರಲ್ಲಿನ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳನ್ನು ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ನೀಡಬೇಕು. ಒಂದನೇ ಚಟುವಟಿಕೆಯ ವಿಶ್ಲೇಷಣೆಯನ್ನು ಈ ಮೊದಲೇ ನಾವು ನೋಡಿದೆವು. ಎರಡನೇ ಚಟುವಟಿಕೆಯಲ್ಲಿ 2 ಸಮಾನ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ಅಂಶಗಳನ್ನು ತಮ್ಮೊಳಗೆ ಕೂಡಿಸಿ ಹೊಸ ಅಂಶವನ್ನೂ, ಛೇದಗಳನ್ನು ಪರಸ್ಪರ ಕೂಡಿಸಿ ಹೊಸ ಛೇದವನ್ನು ಬರೆದು ಹೊಸ ಸಮಾನ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುವ ರೀತಿಯನ್ನು ಈ ಮೊದಲೇ ನಾವು ತಿಳಿದೆವು. ಅಂಶಗಳನ್ನೂ ಛೇದಗಳನ್ನೂ ನೇರವಾಗಿ ಕೂಡಿಸುವ ಹೊಸ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿದು ಅದರ ಪ್ರತ್ಯೇಕತೆಯನ್ನು ಪರಿಶೋಧಿಸಲು ಎರಡನೇ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ಮಾಡುವುದಾಗಿದೆ.

ಇಲ್ಲಿ $\frac{1}{2}$ ಕ್ಕೆ ಸಮಾನವಾದ $\frac{2}{4}, \frac{3}{6}$ ಎಂಬೀ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಬದಲಾಗಿ $\frac{4}{8}, \frac{5}{10}$ ಎಂಬೀ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಮಾಡಿದರೂ ಕೊನೆಗೆ $\frac{1}{2}$ ಮಾತ್ರವೇ ಸಿಗುವುದು. $\frac{1}{2}$ ರ

ಬದಲಾಗಿ $\frac{1}{3}$ ಆದರೂ ಅದಕ್ಕೆ ಸಮಾನವಾದ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ಮಾಡಿ ನೋಡಲು ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಹೇಳಬೇಕು.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}, \quad \frac{3\times 1 + 4 \times 2}{3\times 3 + 4 \times 6} = \frac{11}{33} = \frac{1}{3}$

$$\frac{1}{3} = \frac{3}{9}, \quad \frac{3\times 1 + 4 \times 3}{3\times 3 + 4 \times 9} = \frac{15}{45} = \frac{1}{3}$$

ಎಂದು ಸಿಗುವುದು.

3ರಿಂದ, 4ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ ಕೂಡಿಸುವುದರ ಬದಲು ಯಾವುದಾದರೂ ಬೇರೆ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಈ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ಮಾಡಲು ಮಕ್ಕಳಲ್ಲಿ ಹೇಳಬೇಕು.

$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6}, \quad \frac{5\times 1 + 8 \times 2}{5\times 3 + 8 \times 6} = \frac{21}{63} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{3}{9}, \quad \frac{5\times 1 + 8 \times 3}{5\times 3 + 8 \times 9} = \frac{29}{87} = \frac{1}{3}$$

ಎರಡನೇ ಪ್ರಶ್ನೆಯ 4ನೇ ಉಪಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿ ಇಲ್ಲಿ ಮಾಡಿದ ಚಟುವಟಿಕೆಯ ಬೀಜ ಗಣಿತ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನವು

$\frac{a}{b} = \frac{p}{q}$ ಆದರೆ

$\frac{ma + np}{mb + nq} = \frac{a}{b}$ ಯೇ ಆಗಿರುವುದು ಎಂದು ಇಲ್ಲಿ ಸಾಧಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ. ಇದನ್ನು ಅಡ್ಡ ಗುಣಾಕಾರವನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಪರಿಶೋಧಿಸಬೇಕು.

$\frac{a}{b} = \frac{p}{q}$ ಆದುದರಿಂದ

$aq = bp$ ಅಲ್ಲವೇ

$$\begin{aligned} (ma + np)b &= mab + npb \\ &= mab + naq \\ &= a(mb + nq) \end{aligned}$$

ಅಂದರೆ $(ma + np)b = a(mb + nq)$

$\therefore \frac{ma + np}{mb + nq} = \frac{a}{b}$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಬಹುದು. ಅಂದರೆ ಸಮಾನವಾದ ಎರಡು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಅಂಶಗಳನ್ನು ಛೇದಗಳನ್ನು ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿ ಕೂಡಿಸಿ ಹೊಸ ಭಿನ್ನರಾಶಿ

ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನುಂಟುಮಾಡಿದರೆ ಅದು ಮೊದಲ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಸಮಾನವಾಗಿರುವುದೆಂದು ತಿಳಿಯಬಹುದು.

ಮೂರನೇ ಚಟುವಟಿಕೆಯ ಉತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಲು ಸಮಾನ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಪ್ರತ್ಯೇಕತೆಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಬಹುದು. ಇಲ್ಲಿ ಸಂಖ್ಯೆ n ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ $\frac{n^2+1}{n^2-1} = \frac{221}{220}$. $\frac{a}{b} = \frac{p}{q}$ ಆದರೆ $\frac{a+b}{a-b} = \frac{p+q}{p-q}$ ಆಗಿರುವುದು. ಇದೇ ರೀತಿ

$\frac{n^2+1}{n^2-1} = \frac{221}{220}$ ಆದರೆ $\frac{n^2+1+n^2-1}{n^2+1-\left(n^2-1\right)} = \frac{221+220}{221-220}$ ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು.

ಅಂದರೆ
$$\frac{2n^2}{2} = 441$$
$$n^2 = 441$$
$$n = 21$$

ನಾಲ್ಕನೇ ಚಟುವಟಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಸಂಖ್ಯೆ = n

ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ

$n^2 + n = 1\frac{1}{2}\,(n^2 - n)$ ಎಂದು ಸಿಗುವುದು. ಆಗ $\frac{n^2+n}{n^2-n} = 1\frac{1}{2}$. ಅಂದರೆ $\frac{n+1}{n-1} = \frac{3}{2}$ ಇದರಿಂದ

$$\frac{n+1+n-1}{n+1-\left(n-1\right)} = \frac{3+2}{3-2}$$
$$\frac{2n}{2} = 5$$
$n = 5$ ಎಂದು ಸಿಗುವುದು.

ದೊಡ್ಡದು ಸಣ್ಣದೂ

2 ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ದೊಡ್ಡದು ಯಾವುದು, ಸಣ್ಣದು ಯಾವುದು ಎಂದು ತಿಳಿಯಲಿರುವ ಕೆಲವು ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಪ್ರೈಮರಿ ಹಂತದಿಂದಲೇ ನಾವು ತಿಳಿದಿರುವೆವು.

- ಛೇದವು ಸಮಾನವಾಗಿರುವ ಎರಡು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಅಂಶವು ದೊಡ್ಡದಾಗಿರುವ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯು ದೊಡ್ಡದಾಗಿರುವುದು.

  ಉದಾಹರಣೆಗೆ $\frac{3}{5} > \frac{2}{5} > \frac{1}{5}$.

- ಅಂಶವು ಸಮಾನವಾಗಿರುವ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಛೇದವು ಸಣ್ಣದಾಗಿರುವ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಸಣ್ಣದಾಗಿರುವುದು.

  ಉದಾಹರಣೆಗೆ $\frac{3}{5} > \frac{3}{7} > \frac{3}{8}$.

- ಛೇದಗಳೂ ಅಂಶಗಳೂ ಸಮಾನವಲ್ಲದ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾದರೆ ಅದರಲ್ಲಿ ಒಂದನ್ನು ಅದರ ಛೇದವನ್ನು ಸಮಾನ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯೊಂದಿಗೆ ಹೋಲಿಸಿ ನಂತರ ಈ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಎರಡನೇ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯೊಂದಿಗೆ ಹೋಲಿಸಿ ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಬಹುದು.

  ಉದಾಹರಣೆಗೆ $\frac{5}{6}, \frac{4}{9}$ ಎಂಬಿವುಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ $\frac{4}{9}$ ಕ್ಕಿಂತ ದೊಡ್ಡದು $\frac{5}{9}$ ಆಗಿರುವುದು. ಇಲ್ಲಿ ಎರಡು ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ಛೇದಗಳು 9 ಆಗಿದೆ. ಇನ್ನು $\frac{5}{9}$ ಕ್ಕಿಂತ ದೊಡ್ಡದು $\frac{5}{6}$ ಆಗಿರುವುದು.

  ಅಂದರೆ $\frac{4}{9} < \frac{5}{9} < \frac{5}{6}$.

ಇಲ್ಲಿ $\frac{4}{9}$ ಮತ್ತು $\frac{5}{6}$ ರ ಎಡೆಯಲ್ಲಿ $\frac{5}{9}$ ಎಂಬ ಹೊಸದೊಂದು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಕೊಂಡು ದೊಡ್ಡದನ್ನೂ ಸಣ್ಣದನ್ನೂ ತೀರ್ಮಾನಿಸುವುದು ಇನ್ನೊಂದು ಉದಾಹರಣೆ, $\frac{3}{7}, \frac{4}{5}$ ಇವುಗಳಾದರೆ $\frac{3}{5}$ ಎಂಬ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ದೊಡ್ಡದು–ಸಣ್ಣದು ಎಂಬುದನ್ನು ತಿಳಿಯಬಹುದು.

$\frac{3}{7}$ ಕ್ಕಿಂತ ದೊಡ್ಡದು $\frac{3}{5}$.

$\frac{3}{5}$ ಕ್ಕಿಂತ ದೊಡ್ಡದು $\frac{4}{5}$.

ಅಂದರೆ $\frac{3}{7} < \frac{3}{5} < \frac{4}{5}$.

ಇದೇ ರೀತಿ ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯಾ ಜೋಡಿಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದರಲ್ಲೂ ದೊಡ್ಡದು–ಸಣ್ಣದು ಎಂಬಿವುಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

- $\frac{7}{12}, \frac{9}{10}$
- $\frac{4}{7}, \frac{5}{6}$
- $\frac{8}{15}, \frac{11}{14}$

ಈ ಲೆಕ್ಕಗಳಲ್ಲೆಲ್ಲಾ ಎರಡನೇ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಂಶವು ಒಂದನೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಂಶಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಮತ್ತು ಛೇದವು ಕಡಿಮೆಯಾಗಿದೆ. ಅಂಶವು ದೊಡ್ಡದಾದಂತೆ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆ ದೊಡ್ಡದಾಗುವುದು. ಇದರಿಂದ ಇವುಗಳೆಲ್ಲೆಲ್ಲಾ ಎರಡನೇ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಒಂದನೇ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಿಂತ ದೊಡ್ಡದೆಂದು ಲೆಕ್ಕಮಾಡಿ

ನೋಡದೇ ಹೇಳುವಂತೆ ಚರ್ಚೆಯನ್ನು ಕ್ಲಾಸಿನಲ್ಲಿ ಕ್ರೋಡೀಕರಿಸಬೇಕು. ಆದರೆ, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$ ಎಂಬಿವುಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ ಇಲ್ಲಿ ಅಂಶ ಮತ್ತು ಛೇದಗಳು 1ರಂತೆ ಕೂಡಿಸಿ ಹೆಚ್ಚಾಗಿದೆ. ಆಗ ಇಲ್ಲಿ ದೊಡ್ಡದು–ಸಣ್ಣದು ಎಂಬುದನ್ನು ತಿಳಿಯಲು ಛೇದಗಳನ್ನು ಸಮಾನಗೊಳಿಸಿಯೋ ಅಥವಾ ಅಂಶಗಳನ್ನು ಸಮಾನಗೊಳಿಸಿಯೋ ಮಾಡಬೇಕಾದುದನ್ನು ಚರ್ಚಿಸಬೇಕು. ಛೇದಗಳನ್ನು ಸಮಾನಗೊಳಿಸುವಾಗ $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$ ಎಂದೂ $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$ ಸಿಗುವುದು. ಆಗ $4 > 3$ ಆದುದರಿಂದ $\frac{2}{3} > \frac{1}{2}$ ಎಂದು ತಿಳಿಯುವುದು. ನಂತರ ಇದರ ಬೀಜ ಗಣಿತ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನವನ್ನು ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಚರ್ಚಿಸಬೇಕು.

ಒಂದು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಂಶಕ್ಕೂ ಹಾಗೂ ಛೇದಕ್ಕೂ ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದಾಗ ಸಿಗುವ ಹೊಸ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆ ಮೊದಲ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಿಂತ ದೊಡ್ಡದೋ ಸಣ್ಣದೋ ಎಂದು ನಿರ್ಧರಿಸುವ ಚರ್ಚೆಯನ್ನು ನಂತರ ಮಾಡಬೇಕು.

$\frac{2}{3}$ ಅಂಶ ಹಾಗೂ ಛೇದಕ್ಕೆ 1ನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದಾಗ ಸಿಗುವ $\frac{3}{4}$ ಎಂಬ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯು $\frac{2}{3}$ ಕ್ಕಿಂತ ದೊಡ್ಡದಾಗಿರುವುದು. ಆಗ $\frac{5}{9}$ ಎಂಬ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಂಶಕ್ಕೂ, ಛೇದಕ್ಕೂ ಒಂದನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದರೆ ಸಿಗುವ $\frac{6}{10}$, $\frac{5}{9}$ ಕ್ಕಿಂತ ದೊಡ್ಡದೆಂದು ಗೊತ್ತಾಗುತ್ತದೆ. 1ನ್ನು ಕೂಡಿಸುವ ಬದಲು 2ನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದಾಗ ಏನಾಗುವುದೆಂದು ಚರ್ಚಿಸಿ ಮಕ್ಕಳು ನಿಗಮನಕ್ಕೆ ತಲುಪಬೇಕು. ಅಂದರೆ ಛೇದವು ಅಂಶಕ್ಕಿಂತ ದೊಡ್ಡದಾದ ಯಾವುದೇ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಂಶದೊಂದಿಗೆ, ಛೇದದೊಂದಿಗೆ ಒಂದೇ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದಾಗ ಸಿಗುವ ಹೊಸ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಮೊದಲ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಿಂತ ದೊಡ್ಡದಾಗಿರುವುದು.

ಅಂಶದೊಂದಿಗೂ ಛೇದದೊಂದಿಗೂ 1ನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದಾಗ ಕಾಣುವ ಸ್ಥಿತಿಯನ್ನು ಬೀಜ ಗಣಿತ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಪಾಠಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ಸಮರ್ಥಿಸಲಾಗಿದೆ. (ಪುಟ 33) 1ಕ್ಕಿಂತ ದೊಡ್ಡದಾದ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದಾಗ ಇದೇ ಸ್ಥಿತಿಯಾಗಿರುವುದು ಎಂಬುದನ್ನು ಕ್ಲಾಸಿನಲ್ಲಿ ವಿವರಿಸಬೇಕು.

$\frac{a}{b}$ ಎಂಬ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿ $a < b$, $\frac{a+m}{b+m}$, $\frac{a}{b}$ ಎಂಬಿವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದು ದೊಡ್ಡದೆಂದು ನೋಡುವ.

$$b(a+m) = ab + bm$$
$$a(b+m) = ab + am$$

$a < b$ ಆದುದರಿಂದ $am < bm$

ಇದರಿಂದ $ab + am < ab + bm$

ಅಂದರೆ $\frac{a}{b} < \frac{a+m}{b+m}$ ಉದಾಹರಣೆಗೆ

$$\frac{3}{2} < \frac{2}{3} < \frac{3}{4} < \ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\frac{5}{7} < \frac{9}{11} < \frac{13}{15} < \frac{17}{19} < \ldots\ldots\ldots\ldots$$

ಇದೇ ರೀತಿ ಅಂಶವು ಛೇದಕ್ಕಿಂತ ದೊಡ್ಡದಾಗಿದ್ದರೆ, ಅಂಶ ಹಾಗೂ ಛೇದಕ್ಕೆ ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕೂಡಿಸಿ ಸಿಗುವ ಹೊಸ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಮೊದಲ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಿಂತ ಸಣ್ಣದಾಗಿರುವುದೆಂದು ಸಮರ್ಥಿಸಬಹುದು.

ಉದಾಹರಣೆ: $\frac{2}{3} > \frac{5}{4} > \frac{7}{6} > \frac{8}{7} > \ldots\ldots\ldots\ldots$

$$\frac{5}{3} > \frac{6}{4} > \frac{7}{5} > \frac{10}{8} > \ldots\ldots\ldots\ldots$$

ಈಗ ಪುಟ 34ರ ಚರ್ಚಾ ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ವಿವರಣೆಯಾಯಿತಲ್ಲವೇ. ನಂತರ ಪುಟ 34ರ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳನ್ನು ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಮಾಡಲು ನೀಡುವುದಾಗಿದೆ. ಇದರ 1 ಮತ್ತು 2ನೇ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ಮಾಡಲು ಕಷ್ಟ ವಿಲ್ಲವಲ್ಲವೇ 3ನೇ ಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿ ಒಂದನೇ ಉಪಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿ ಸಾಕಷ್ಟು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಲು ಕಷ್ಟವೇನಿಲ್ಲ.

ಎರಡನೇ ಉಪ ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ ಉತ್ತರಿಸುವಾಗ $\frac{1}{3}$ ಹಾಗೂ $\frac{1}{2}$ ರ ಛೇದ 24 ಆಗಿರುವ $\frac{8}{24}, \frac{12}{24}$ ಎಂಬ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಬದಲಾಯಿಸಿ $\frac{8}{24}$ ಮತ್ತು $\frac{12}{24}$ ರ ಎಡೆಯಲ್ಲಿರುವ $\frac{9}{24}, \frac{10}{24}, \frac{11}{24}$ ಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಕಷ್ಟವಾಗಲಿಕ್ಕಿಲ್ಲ ಅಲ್ಲವೇ. ಇದೇ ರೀತಿ ಅಂಶ 4 ಆಗಿರುವ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಲು ಕಷ್ಟವಿಲ್ಲ.

$$\frac{4}{12} < \frac{4}{8}$$

ಅಂದರೆ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

$$\frac{4}{11}, \frac{4}{10}, \frac{4}{9}$$

ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಕ್ರಿಯೆಗಳು

ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ, ವ್ಯತ್ಯಾಸ, ಗುಣಾಕಾರ, ಭಾಗಾಕಾರ ಎಂಬೀ ಕ್ರಿಯೆಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯವಾದ ರೀತಿಯನ್ನು ಬೀಜ ಗಣಿತದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಬರೆಯುವುದು ಹಾಗೂ ವಿವರಿಸುವುದು ಈ ಭಾಗದಲ್ಲಾಗಿದೆ. ಛೇದಗಳನ್ನು ಸಮಾನವಾಗಿಸಿ ಮೊತ್ತ ಹಾಗೂ ವ್ಯತ್ಯಾಸವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಲು ಮಕ್ಕಳು 5,6ನೇ ಕ್ಲಾಸುಗಳಲ್ಲಿ ಕಲಿತಿರುವರು ಈ ಕ್ರಿಯೆಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯವಾದ ರೀತಿಯನ್ನು ಬೀಜ ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಹೇಗೆ ಬರೆಯುವುದು ಎಂಬುದನ್ನು ಇಲ್ಲಿ ಚರ್ಚಿಸಲಾಗುವುದು.

$\frac{a}{b}, \frac{p}{q}$ ಎಂಬೀ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಛೇದಗಳು ಸಮಾನವಾಗುವಾಗ $\frac{aq}{bq}$ ಎಂದೂ $\frac{bp}{bq}$ ಎಂದೂ ಸಿಗುವುದು. ಆಗ ಅವುಗಳ ಮೊತ್ತ $\frac{aq+bp}{bq}$. ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುವ ಸಾಮಾನ್ಯವಾದ ರೀತಿ ಇದಾದರೂ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುವಾಗ ಯಾವಾಗಲೂ ಈ ವಿಧಾನವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸುವುದು ಉತ್ತಮವಲ್ಲ ಎಂದು ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಮನದಟ್ಟಾಗಲು ಕೆಲವು ಉದಾಹರಣೆಗಳು ನೀಡಬಹುದು.

$\frac{1}{25}+\frac{4}{75}$ ಎಂಬ ಕ್ರಿಯೆ ಬೀಜ ಗಣಿತ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಮಾಡುವ ಬದಲು ಸುಲಭವಾಗಿ ಹೀಗೆ ಮಾಡಬಹುದು.

$$\frac{1}{25}+\frac{4}{75} = \frac{3\times 1}{3\times 25} + \frac{4}{75}$$

$$= \frac{3}{75} + \frac{4}{75}$$

$$= \frac{7}{75}$$

ಇದೇ ರೀತಿ ಇತರ ಕೆಲವು ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ನೀಡಿ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ–ವ್ಯತ್ಯಾಸವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಲು ಸೌಕರ್ಯದ ವಿಧಾನವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಲು ಉತ್ತೇಜಿಸಬೇಕು.

ಪುಟ 36ರಲ್ಲಿ ಮಾಡಿದ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ಕ್ಲಾಸಿನಲ್ಲಿ ವಿವರವಾಗಿ ಚರ್ಚಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ.

$$\frac{1}{1\times 2} = 1 - \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{1\times 2} + \frac{1}{2\times 3} = 1 - \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{1\times 2} + \frac{1}{2\times 3} + \frac{1}{3\times 4} = 1 - \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{1\times 2} + \frac{1}{2\times 3} + \frac{1}{3\times 4} + \frac{1}{4\times 5} = 1 - \frac{1}{5}$$

ಹೀಗೆ ಮುಂದುವರಿಯುವ

$\frac{1}{1\times 2} + \frac{1}{2\times 3} + \frac{1}{3\times 4} + \frac{1}{4\times 5} + \ldots + \frac{1}{99\times 100}$ ಎಂಬುದನ್ನು $1 - \frac{1}{100}$ ಎಂದು ತಿಳಿಯಲು ಕಷ್ಟವಿಲ್ಲ. ಅದೇ ರೀತಿ

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{2\times 3} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{3\times 4} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{4\times 5} = \frac{1}{4}$$

ಹೀಗೆ ಮುಂದುವರಿದರೆ, ಅಂಶ 1 ಆಗಿರುವ ಯಾವುದೇ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು (ಏಕಾಂಶ ಭಿನ್ನರಾಶಿ) ಅದೇ ರೀತಿಯ ಬೇರೆ ಎರಡು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿ ಬರೆಯಲು ಸಾಧ್ಯವಿದೆ ಎಂದು ತಿಳಿಯಬಹುದು.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ $\frac{1}{5}$ ನ್ನು ಹೇಗೆ ಬರೆಯಬಹುದು?

$$\frac{1}{5} = \frac{1}{6} + \frac{1}{5\times 6}$$

ಇದು ಯಾವಾಗಲೂ ಸರಿಯಾದೀತೇ? ಎಂದು ಹೇಗೆ ಹೇಳಬಹುದು? ಸಂಖ್ಯೆ $\frac{1}{n}$ ಆದರೆ

$$\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n(n+1)} + \frac{1}{n(n+1)}$$

$$= \frac{n+1}{n(n+1)}$$

$$= \frac{1}{n}$$

ಅಂದರೆ , $\frac{1}{n} = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n(n+1)}$

ಅಂದರೆ ಯಾವುದೇ ಏಕಾಂಶ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಎರಡು ಏಕಾಂಶ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿ ಬರೆಯಬಹುದೆಂದು ತಿಳಿಯುತ್ತದೆ. ಇದು ಮುಂದುವರಿದು ಯಾವುದೇ ಏಕಾಂಶ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಮೂರು ಏಕಾಂಶ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿ ಬರೆಯಬಹುದು.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ,

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{4} + \frac{1}{12}$$

ಅಂದರೆ ,

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{12} + \frac{1}{6}$$

ಆಗ ಇದೇ ರೀತಿ

$$\frac{1}{5} = \frac{1}{6} + \frac{1}{30}$$

$$= \frac{1}{7} + \frac{1}{42} + \frac{1}{30}$$

ಇದರಿಂದ ಯಾವುದೇ ಏಕಾಂಶ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯನ್ನು ಅನೇಕ ಏಕಾಂಶ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿ ಬರೆಯಲು ಸಾಧ್ಯವೆಂದು ತಿಳಿಯುತ್ತಾರೆ. ಈ ಚಿಂತನೆಯೊಂದಿಗೆ ಪಾಠಭಾಗದ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ಮಕ್ಕಳಿಗಾಗಿ ನೀಡಿದ ಸಂಶೋಧನಾತ್ಮಕ ಚಟುವಟಿಕೆಯಿದೆ. ಈ ಹಂತದಲ್ಲಿ ಪುಟ 37ರ ಚರ್ಚಾ ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯಲ್ಲಿ ಪ್ರತ್ಯೇಕವಾಗಿ ಚರ್ಚಿಸಬೇಕಾಗುವುದು. ಅಂಶ 1 ಆಗಿರುವ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಕುರಿತಾಗಿ ಮೇಲೆ ಚರ್ಚಿಸಲಾಗಿದೆ. ಅಂಶ 2 ಆಗಿರುವ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾದರೋ?

$$\frac{2}{3} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{4} + \frac{1}{12}$$

ಆಗ

$$\frac{2}{3} = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{12}$$

ಅದೇ ರೀತಿ

$$\frac{2}{5} = \frac{1}{5} + \frac{1}{5}$$

$$= \frac{1}{6} + \frac{1}{30} + \frac{1}{5}$$

ಇದು ಯಾವಾಗಲೂ ಸರಿಯಾದೀತೆಂದು ಹೇಗೆ ತೀರ್ಮಾನಿಸುವುದು?

ಸಂಖ್ಯೆ $\frac{2}{n}$ ಆದರೆ

$$\frac{2}{n} = \frac{1}{n} + \frac{1}{n}$$

$$= \frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n\,(n+1)}$$

ಅಂದರೆ ಅಂಶ 2 ಆಗಿರುವ ಯಾವುದೇ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 3 ಏಕಾಂಕ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿ ಬರೆಯಲು ಸಾಧ್ಯವಿದೆ ಎಂದು ಕಂಡುಕೊಂಡೆವು. ಎರಡು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಸ್ಪರ ಗುಣಿಸಿದಾಗ ಅವುಗಳ ಅಂಶಗಳನ್ನೂ ಛೇದಗಳನ್ನೂ ಪ್ರತ್ಯ ಪ್ರತ್ಯೇಕವಾಗಿ ಗುಣಿಸುವುದಾಗಿದೆ ಮಕ್ಕಳು ಕಲಿತ ವಿಧಾನ. ಅದೇ ರೀತಿ ಭಾಗಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ. ಈ ಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಮಾಡುವ ಸುಲಭ ವಿಧಾನವೇ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮದಿಂದ ಗುಣಿಸುವುದು ಎಂದು ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಸ್ಪಷ್ಟಪಡಿಸಬೇಕು.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ

$$\frac{9}{4} \div \frac{3}{2} = \frac{9 \div 3}{4 \div 2}$$

$= \frac{3}{2}$ ಆಗಿದೆ.

ಇದೇ ಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು

$\frac{9}{4} \times \frac{2}{3}$ ಎಂದು ಮಾಡುವುದು ಇದರರ್ಥವಾಗಿದೆ.

ಅಂದರೆ, $\frac{9}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{3}{2}$

ಪುಟ 37ರಲ್ಲಿ ವಿವರಿಸಿದ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ಹೆಚ್ಚಿನ ಗಮನದಿಂದ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಚರ್ಚಿಸಲಾಗಿದೆ. ಮೊತ್ತ 1 ಆಗಿರುವ ಎರಡು ಧನಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮಗಳ ಮೊತ್ತ ಹಾಗೂ ಗುಣಲಬ್ಧವು ಸಮಾನವಾಗಿರುವುದು ಎಂದು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳುವ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ಇಲ್ಲಿ ನೀಡಲಾಗಿದೆ. ಬೀಜ ಗಣಿತ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಕ್ಕೆ ತಲುಪುವ ಮೊದಲು ಕೆಲವು ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ನೀಡಿ ಮಕ್ಕಳಿಂದ ಮಾಡಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ.

ಈ ಹಂತದಲ್ಲಿ ಪುಟ 36ರ ಇನ್ನೊಂದು ಪ್ರಶ್ನೆ ಎಂಬ Sidebox ನ ಚರ್ಚೆಯ ಸೂಕ್ತತೆಯನ್ನು ವಿವರಿಸಬೇಕು. ನಂತರ ಪುಟ 38ರ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಚರ್ಚಿಸುವುದು. ಇವುಗಳ, ಬೀಜ ಗಣಿತ ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಸಿಗುವುದಲ್ಲವೇ..

1. $\frac{1}{n} - \frac{1}{n+2} = \frac{n+2-n}{n(n+2)} = \frac{2}{n(n+2)} = \frac{2}{n^2+2n} = \frac{2}{(n+1)^2-1}$

2. $\frac{n}{n+1} + \frac{n+1}{n}$

$$= \frac{n^2+(n+1)^2}{n(n+1)} = \frac{2n^2+2n+1}{n^2+n} = \frac{2n^2+2n}{n^2+n} + \frac{1}{n(n+1)} = 2 + \frac{1}{n(n+1)}$$

3. $\frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} = \frac{n+1+n}{n\,(n+1)} = \frac{2n+1}{n\,(n+1)}$

$\frac{n+1}{n} - \frac{n}{n+1} = \frac{(n+1)^2 - n^2}{n\,(n+1)} = \frac{2n+1}{n\,(n+1)}$

4. $\left(n+\frac{1}{n-2}\right) - \left(1+\frac{1}{n-2}\right) = n - 1 + \frac{1}{n-2} - \frac{1}{n-2} = n - 1$

$\left(n+\frac{1}{n-2}\right) \div \left(1+\frac{1}{n-2}\right) = \frac{(n-1)^2}{n-2} \div \frac{n-1}{(n-2)} = n - 1$

ದಶಮಾಂಶ ರೂಪಗಳು

ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ದಶಮಾಂಶ ರೂಪಕ್ಕೆ ಬದಲಾಯಿಸುವುದನ್ನು 6ನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಕಂಡಿರುವೆವು. Text 10ರ ಘಾತಗಳು ಛೇದವಾಗಿ ಬರುವ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ದಶಮಾಂಶ ರೂಪಕ್ಕೆ ಮೊದಲು ಬದಲಾಯಿಸಿರುವುದು. ಇಂತಹ ಕೆಲವು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ದಶಮಾಂಶ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಲು ಮಕ್ಕಳಲ್ಲಿ ಹೇಳುವ, ಉದಾ: $\frac{4}{10}, \frac{16}{100}, \frac{7}{100}, \frac{132}{100}, \frac{15}{1000}$, ನಂತರ 10ರ ಘಾತಗಳ ಅಪವರ್ತನಗಳು ಛೇದವಾಗಿರುವ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ದಶಮಾಂಶ ರೂಪಕ್ಕೆ ಬದಲಾಯಿಸಲು ಪಾಠಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ಹೇಳದ ಕೆಲವು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ನೀಡಬೇಕು.

ಉದಾ: : $\frac{1}{125}, \frac{7}{40}, \frac{9}{32}, \frac{18}{625}, \frac{25}{128}$

ಇಲ್ಲೆಲ್ಲಾ ಮೊದಲು ಛೇದಗಳನ್ನು 2,5 ಎಂಬಿವುಗಳ ಘಾತಗಳಾಗಿ ಬರೆದ ನಂತರ ಸೂಕ್ತವಾದ ಘಾತಗಳಿಂದ ಗುಣಿಸಿ 10ರ ಘಾತಗಳಾಗಿ ಬದಲಾಯಿಸಬೇಕು. ನಂತರ ದಶಮಾಂಶ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಬೇಕು. ಇದರ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ $\frac{1}{3}$ ನ್ನು ದಶಮಾಂಶ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಲು ಹೇಳಬೇಕು. 3ನ್ನು ಯಾವುದಾದರೂ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿ 10ರ ಘಾತವಾಗಿ ಬರೆಯಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ ಎಂದು ಮಗುವಿಗೆ ಸ್ವತಃ ಅರಿವಾಗಬೇಕು. ಯಾಕೆ ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ ಎಂಬ ಚರ್ಚೆಯಲ್ಲಿ, 10ರ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳು 2,5 ಮಾತ್ರವೇ ಇರುವುದೆಂದೂ, 10ರ ಘಾತಗಳಲ್ಲಿ 2ರ ಮತ್ತು 5ರ ಘಾತಗಳು ಅವುಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವು ಮಾತ್ರವೇ ಅಪವರ್ತನವಾಗಿದೆ ಎಂದು ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಮನದಟ್ಟಾಗಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗಬೇಕು. ಆಗ ಛೇದ 2,5 ಎಂಬಿವುಗಳ ಘಾತಗಳೋ, ಅವುಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳೋ ಅಲ್ಲದ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಈ ರೀತಿ ದಶಮಾಂಶ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ ಎಂದೂ ಕ್ರೋಢೀಕರಿಸಬೇಕು. ಆಗ ಇಂತಹ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ದಶಮಾಂಶ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಲು ಹೊಸ ವಿಧಾನದ ಅಗತ್ಯವಿದೆ ಎಂದು ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಸ್ಪಷ್ಟಪಡಿಸಬೇಕು. ಮುಂದುವರಿದು $\frac{1}{3}$ ರ ಹತ್ತಿರವಿರುವ 10ರ ಘಾತಗಳು ಛೇದವಾಗಿರುವ

ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ಸಾಲನ್ನು ಬರೆದು $\frac{1}{3}$ ರ ದಶಮಾಂಶ ರೂಪವನ್ನು ಬರೆಯುವ ರೀತಿಯನ್ನು ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಚರ್ಚಿಸಬೇಕು. ಇಲ್ಲಿ ಮೊದಲು $\frac{1}{3}$ ರಲ್ಲಿ $\frac{1}{10}$ ನ್ನು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳುವರು. $\frac{1}{3}$ ರಲ್ಲಿ ಮೂರು $\frac{1}{10}$ ಗಳಿವೆ. ಬಾಕಿ $\frac{1}{30}$ ಆಗಿದೆ. $\frac{1}{3} = \frac{3}{10} + \frac{1}{30}$. ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ $\frac{1}{3}$ ರಲ್ಲಿ $\frac{1}{100}$ ನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿದು ಬಾಕಿ ನಿರ್ಣಯಿಸುವುದು. ಇದೇ ರೀತಿ ಮುಂದುವರಿದು ಬಾಕಿ ಉಳಿಯುವುದು ಕಡಿಮೆ ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತಾ ಬರುವುದನ್ನು ನೋಡಿದೆವು. ಆಗ $\frac{3}{10}, \frac{33}{100}, \frac{333}{1000}, \ldots$ ಎಂಬ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು $\frac{1}{3}$ ರ ಹತ್ತಿರ ಹತ್ತಿರಕ್ಕೆ ಬರುತ್ತದೆಂದೂ ಇದರ ದಶಮಾಂಶ ರೂಪವನ್ನು 0.333........... ಎಂಬ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಬರೆಯುವ ರೀತಿಯನ್ನು ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ತಿಳಿಸಬೇಕು. ಇದೇ ರೀತಿ $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{7}$ ಮೊದಲಾದ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಹೊಸ ದಶಮಾಂಶ ರೂಪವನ್ನು ಮಕ್ಕಳು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಲಿ. ನಂತರ ಹೊಸ ದಶಮಾಂಶ ರೂಪವನ್ನು ಕಂಡುಕೊಂಡು ರೀತಿಯ ಭಾಗಾಕಾರ ರೀತಿಯನ್ನು ಚರ್ಚಿಸಬೇಕು. ಭಾಗಕಾರದ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಹಂತದಲ್ಲೂ ಸಿಗುವುದು. $\frac{1}{10}$ ಗಳು, $\frac{1}{100}$ ಗಳು, $\frac{1}{1000}$ ಗಳು ಇವುಗಳಾಗಿವೆಯೆಂದೂ ಬಾಕಿ ಉಳಿಯುವುದು ಕಡಿಮೆ ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತಾ ಬರುತ್ತವೆಯೆಂದು ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ತಿಳಿಯುವ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಚರ್ಚಿಸಬೇಕು. ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ದಶಮಾಂಶ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆದು ಪ್ರತ್ಯೇಕತೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಹೇಳುವುದು.

$\frac{1}{3}, \frac{2}{3}$

$\frac{1}{7}, \frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \frac{4}{7}, \frac{5}{7}, \frac{6}{7}$

$\frac{1}{9}, \frac{2}{9}, \frac{3}{9}, \ldots$

ಇದರೊಂದಿಗೆ ಪುಟ 44, 41ರಲ್ಲಿ sidebox ನಲ್ಲಿ ಉದ್ದದ ದಶಮಾಂಶ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಅಂತ್ಯಗೊಳ್ಳದ ಅಳತೆಗಳು ಎಂಬೀ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಚರ್ಚಿಸಬೇಕು. ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಎರಡು ರೀತಿಯಲ್ಲಿರುವ ದಶಮಾಂಶ ರೂಪಗಳ ಪ್ರಾಯೋಗಿಕ ಸಂದರ್ಭಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಉಪಯೋಗಿಸಬೇಕು ಎಂಬುದನ್ನು ಈ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ಚರ್ಚಿಸಿದ ಪ್ರಧಾನ ವಿಷಯವಾಗಿದೆ.

ಮುಂದುವರಿದು, ಪಾಠಪುಸ್ತಕದ 45,46ನೇ ಪುಟಗಳಲ್ಲಿನ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳನ್ನು ಮಾಡುವ ಒಂದನೇ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ಸುಲಭವಾಗಿ ಮಾಡಬಹುದಲ್ಲವೇ. ಇದೇ ರೀತಿ ಇತರ ಉಪಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಚರ್ಚಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ. ಮೂರನೇ ಚಟುವಟಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಒಂದನೇ ಉಪಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿ ಸಂಖ್ಯೆ x ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ

$$\frac{x}{9} - \frac{x}{10} = \frac{x}{90}$$

$$\frac{x}{9} - \frac{11x}{100} = \frac{x}{900}$$

$$\frac{x}{9} - \frac{111x}{1000} = \frac{x}{9000}$$

....

....

ಮತ್ತೂ ಮುಂದುವರಿದರೆ ವ್ಯತ್ಯಾಸವಾಗಿ ಸಿಗುವ $\frac{x}{9000}, \frac{x}{90000}, \frac{x}{900000}, \ldots$ ಎಂಬುದು ಕಡಿಮೆ ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತಾ ಬರುವುದು. ಆಗ $\frac{x}{9}$ ಕ್ಕೆ ಹತ್ತಿರದ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆ ಸಾಲು $\frac{x}{10}, \frac{11x}{100}, \frac{111x}{1000}, \frac{111x}{10000}, \ldots$ ಆಗುವುದು.

ಆದುದರಿಂದ ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ $\frac{1}{10}, \frac{11}{100}, \frac{111}{1000}, \ldots$ ಎಂಬ ರೀತಿಯಲ್ಲಿರುವ ಭಾಗಗಳು ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯ $\frac{1}{9}$ ಕ್ಕೆ ಹತ್ತಿರ ಹತ್ತಿರ ಬರುವುದನ್ನು ಕಾಣುವೆವು.

3 ಸಮವಾಕ್ಯ ಜೋಡಿಗಳು

ಮುನ್ನುಡಿ

ಪ್ರಾಯೋಗಿಕ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಗಣಿತದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಾಗಿ ರೂಪೀಕರಿಸಿ ಅವುಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲಿರುವ ಮಾರ್ಗೋಪಾಯಗಳನ್ನು ಆವಿಷ್ಕರಿಸುವ ಎಂಬುದು ಬೀಜಗಣಿತದ ಒಂದು ಪ್ರಧಾನ ಉಪಯೋಗವಾಗಿದೆ. ಬೀಜಗಣಿತದ ಕಲಿಕೆಯ ವಿವಿಧ ಹಂತಗಳ ಮೂಲಕ ಮಗು ಇಷ್ಟರ ವರೆಗೆ ಸಾಗಿ ಬಂದಿದೆ. ಸಂಖ್ಯಾ ಸಂಬಂಧವಾಗಿರುವ ಸಾಮಾನ್ಯ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಚುಟುಕಾಗಿ ಬರೆಯುವುದು ಇವುಗಳನ್ನು ಕೆಳಗಿನ ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ ಮಕ್ಕಳು ಕಲಿತಿರುವರು. ಎಂಟನೇ ತರಗತಿಯ ಸರ್ವಸಮವಾಕ್ಯಗಳು ಎಂಬ ಪಾಠಭಾಗದ ಮೂಲಕ ಸಂಖ್ಯಾ ಸಂಬಂಧಗಳನ್ನು ವಿಶ್ಲೇಷಿಸಲು, ಬೀಜ ಗಣಿತ ವಾಚಕಗಳನ್ನು ಸರಳಗೊಳಿಸಲಿರುವ ಸಾಮರ್ಥ್ಯವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವುದು. ವಿವಿಧ ಪರಿಸ್ಥಿತಿಗಳಲ್ಲಿ ಆಲೋಚಿಸಿ ಸಮಸ್ಯೆಗಳ ಪರಿಹಾರ ಸಾಮರ್ಥ್ಯವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವರು. ವಿವಿಧ ಪರಿಸ್ಥಿತಿಗಳಲ್ಲಿ ಆಲೋಚಿಸಿ ಸಮಸ್ಯೆಗಳ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಕಾಣುವುದಕ್ಕಾಗಿ ಸಮವಾಕ್ಯಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸುವುದು. ಸಮವಾಕ್ಯಗಳು ಎಂಬ ಪಾಠಪಾಗದ ಮೂಲಕ ಮಕ್ಕಳು ಪರಿಚಯ ಹೊಂದಿರುವರು.

ಒಂದೇ ಅಕ್ಷರವಿರುವ ಒಂದನೇ ಘಾತದ ಸಮವಾಕ್ಯವನ್ನು ರೂಪಿಸುವ ಸಂದರ್ಭಗಳು, ಅವುಗಳನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಲಿರುವ ವಿವಿಧ ರೀತಿಗಳನ್ನು ಎಂಟನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಮಕ್ಕಳು ಕಲಿತಿರುವರು. ಎರಡು ಅಕ್ಷರಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಒಂದನೇ ಘಾತದ ಸಮವಾಕ್ಯಗಳನ್ನೊಳಗೊಂಡ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು, ಅವುಗಳನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಲಿರುವ ವಿವಿಧ ಮಾರ್ಗೋಪಾಯಗಳು **ಸಮವಾಕ್ಯ ಜೋಡಿಗಳು** ಎಂಬ ಪಾಠಭಾಗದಲ್ಲಿ ಚರ್ಚಿಸಿದೆ. ಒಂದು ಅಜ್ಞಾತ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನೊಳಗೊಂಡ, ಘಾತ ಎರಡಾಗಿರುವ ಸಮವಾಕ್ಯಗಳ ಕಲಿಕೆಯಾಗಿ ಹತ್ತನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಮುಂದುವರಿಯುವುದು.

ಯೂನಿಟ್ ಫ್ರೇಂ (ಸಮವಾಕ್ಯ ಜೋಡಿಗಳು)

ಆಶಯಗಳು	ಕಲಿಕಾ ಭೋದನ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ	ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳು
• ಎರಡು ಬೆಲೆಗಳ ಕುರಿತಾದ ಎರಡು ವಿವರಗಳನ್ನುಉಪಯೋಗಿಸಿ ಬಾಯಿಲೆಕ್ಕವಾಗಿ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಲೆಕ್ಕಹಾಕುವುದು.	• ಎರಡು ಬೆಲೆಗಳನ್ನೊಳಗೊಂಡ ಪ್ರಾಯೋಗಿಕ ಸಮಸ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಬಾಯಿಲೆಕ್ಕವಾಗಿ ಉತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಸಹಾಯಕವಾಗುವ ಚರ್ಚೆ. • ಎರಡು ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಒಂದಕ್ಷರವನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ದಾಖಲಿಸಿ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ರೂಪಿಸಿ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಲಿರುವ ಚಟುವಟಿಕೆ. • ಇದೇ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಎರಡಕ್ಷರಗಳನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಎರಡು ಸಾಮಾನ ವಾಕ್ಯಗಳನ್ನುಂಟುಮಾಡಿ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು.	
• ಎರಡು ಬೆಲೆಗಳ ಕುರಿತಾದ ಎರಡು ಮಾಹಿತಿಗಳನ್ನು ಎರಡು ಅಕ್ಷರಗಳಿರುವ ಎರಡು ಸಮವಾಕ್ಯಗಳಾಗಿ ಮಾಡಿ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು.	• ಎರಡು ಬೆಲೆಗಳ ಕುರಿತಾಗಿರುವ ಮಾಹಿತಿಗಳನ್ನು ದಾಖಲಿಸುವುದಕ್ಕೂ ಎರಡಕ್ಷರಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಲೇ ಬೇಕಾದ ಅನಿವಾರ್ಯತೆಯಿರುವ ಸಂದರ್ಭಗಳು. • ಇಂತಹ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಎರಡಕ್ಷರಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಸಮವಾಕ್ಯಗಳನ್ನು ರಚಿಸಲಿರುವ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳು. • ಸಮವಾಕ್ಯ ಜೋಡಿಗಳಿಂದ ಒಂದಕ್ಷರ ಮಾತ್ರವೇ ಇರುವ ಸಮವಾಕ್ಯವನ್ನು ರೂಪೀಕರಿಸಿ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು.	• ಎರಡು ಬೆಲೆಗಳ ಕುರಿತಾಗಿರುವ ಮಾಹಿತಿಗಳನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಬಾಯಿಲೆಕ್ಕವಾಗಿಯೋ, ಒಂದೇ ಸಮವಾಕ್ಯವಾಗಿಯೋ, ಎರಡು ಅಕ್ಷರಗಳಿರುವ ಒಂದು ಜತೆ ಸಮವಾಕ್ಯವಾಗಿಯೋ ರಚಿಸಿ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುವುದು.

ಯೂನಿಟ್ ಫ್ರೇಂ (ಸಮವಾಕ್ಯ ಜೋಡಿಗಳು)

ಆಶಯಗಳು	ಕಲಿಕಾ ಭೋದನ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ	ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳು
	• ಎರಡು ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿರುವ ಎರಡನೇ ಘಾತದ ಸಮವಾಕ್ಯಗಳನ್ನು ಒಂದನೇ ಘಾತದ ಸಮವಾಕ್ಯಗಳಾಗಿ ಬದಲಾಯಿಸಿ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಚಟುವಟಿಕೆ • ವೇಗ, ದೂರ, ಸಮಯ ಎಂಬಿವುಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಪ್ರಾಯೋಗಿಕ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳು	•

ಆಶಯ ವಿಕಸನ

ಎರಡು ಅಜ್ಞಾತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನೊಳಗೊಂಡ ಪ್ರಾಯೋಗಿಕ ಸಮಸ್ಯೆಗಳ ಮೂಲಕ ವಿವಿಧ ತಲದಲ್ಲಿರುವ ಚರ್ಚೆಗಳು, ಈ ಅಜ್ಞಾತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಆಧಾರವಾಗಿ ಹೊಂದಿರುವ ನಿಬಂಧನೆಗಳನ್ನು ವಿಶ್ಲೇಷಿಸಿ ಸಮಸ್ಯಾ ಪರಿಹಾರಕ್ಕೆ ತಲುಪುವ ವಿವಿಧ ಮಾರ್ಗಗಳನ್ನು ಈ ಪಾಠಭಾಗದಲ್ಲಿ ಚರ್ಚಿಸಲಾಗುವುದು.

ಒಂದನೇ ಘಾತದ ಸಮವಾಕ್ಯದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಪರಿಹರಿಸುವ ಒಂದು ಉದಾಹರಣೆಯನ್ನು ಚರ್ಚೆ ಮಾಡುವ ಮೂಲಕ ಪಾಠಭಾಗವನ್ನು ಆರಂಭಿಸಲಾಗುವುದು. ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ ಉತ್ತರವನ್ನು ಬಾಯಿಲೆಕ್ಕವಾಗಿಯೋ, ಒಂದು ಒಂದನೇ ಘಾತದ ಸಮವಾಕ್ಯವನ್ನು ರೂಪಿಸಿ ಎರಡು ಒಂದನೇ ಘಾತದ ಸಮವಾಕ್ಯಗಳನ್ನು ರೂಪೀಕರಿಸಿ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಕಾಣುವ ವಿಧಾನವನ್ನು ಚರ್ಚಿಸುವುದು. ನಂತರ ಎರಡನೇ ಘಾತದ ಸಮವಾಕ್ಯಗಳನ್ನು ಒಂದನೇ ಘಾತದ ಸಮವಾಕ್ಯಗಳನ್ನಾಗಿ ಬದಲಾಯಿಸಿ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಕಾಣುವ ರೀತಿಗೆ, ಅದರ ವಿವಿಧ ಸಾಧ್ಯತೆಗಳಿಗೆ ಪಾಟಭಾಗಕ್ಕೆ ಚರ್ಚೆಯು ಸಾಗುವುದು. ಎರಡು ಸಮವಾಕ್ಯಗಳನ್ನು ಒಂದು ಅಜ್ಞಾತ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನೊಳಗೊಂಡ ಒಂದು ಸಮವಾಕ್ಯವಾಗಿ ಬದಲಾಯಿಸಿ ಮೌಲ್ಯಗಳನ್ನು ಕಾಣುವ ರೀತಿಯನ್ನು ಚರ್ಚಿಸಿ ನಂತರ ಸರ್ವಸಮವಾಕ್ಯಗಳು ಎಂಬ ಪಾಠಭಾಗದಲ್ಲಿ ಕಲಿತಿರುವ ಕೆಲವು ಆಶಯಗಳನ್ನೊಳಗೊಂಡ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು, ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು ಕಾಣಲಿರುವ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಚರ್ಚಿಸಲಾಗುವುದು. ಅದರೊಂದಿಗೆ ಸಮವಾಕ್ಯ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಕಾಣುವಾಗ ವ್ಯತ್ಯಸ್ತ ಮಾಹಿತಿಗಳನ್ನು ಲಭಿಸಬೇಕಾದ ಅಗತ್ಯವನ್ನು, ಪರಿಹಾರವಿಲ್ಲದ ಸಂದರ್ಭಗಳನ್ನು ಚರ್ಚಿಸುವುದು.

ಪಾಠಭಾಗಗಳು

ಬಾಯಿಲೆಕ್ಕವೂ ಬೀಜಗಣಿತವೂ

ಎಂಟನೇ ತರಗತಿಯ ಸಮವಾಕ್ಯಗಳು ಎಂಬ ಪಾಠಭಾಗದಲ್ಲಿ ಕಲಿತಿರುವ ಆಶಯಗಳನ್ನು ನೆನಪಿಸುವ ಬಾಯಿಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಮಾಡುವ ಒಂದು ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ವಿಶ್ಲೇಷಣೆ ಮಾಡುವ ಮೂಲಕ ಪಾಠಭಾಗವನ್ನು ಆರಂಭಿಸಲಾಗಿದೆ. ಬಾಯಿಲೆಕ್ಕವಾಗಿ ಮಾಡಿದ ನಂತರ ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ ಬೀಜಗಣಿತ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಒಂದನೇ ಘಾತದ ಸಮವಾಕ್ಯವಾಗಿ ಮಾಡಿ ಉತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ರೀತಿಯನ್ನು ಚರ್ಚಿಸಲಾಗುವುದು. ನಂತರ ಇದೇ ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಮಾಹಿತಿಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಒಂದನೇ ಘಾತದ ಎರಡು ಸಮಸ್ಯೆಗಳಾಗಿ ರೂಪೀಕರಿಸಿ ಪರಿಹರಿಸುವ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಚರ್ಚಿಸಲಾಗಿದೆ. ಇದೇ ರೀತಿ ವಿಶ್ಲೇಷಿಸುವಾಗ 7ನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಮಕ್ಕಳು ಕಲಿತ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ ಹಾಗೂ ವ್ಯತ್ಯಾಸವು ತಿಳಿದರೆ ಮೊತ್ತ ಇವುಗಳ ಮೊದಲ ಸಂಖ್ಯೆಯ 2 ಮಡಿ ಹಾಗೂ ವ್ಯತ್ಯಾಸವು ಎರಡನೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಎರಡು ಮಡಿ ಆಗಿರುವುದು ಎಂಬ ಆಶಯವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಲಾಗಿದೆ. ನಂತರದ ಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿಯೂ ಮೊದಲು ಬಾಯಿಲೆಕ್ಕವಾಗಿಯೂ ನಂತರ ಒಂದನೇ ಘಾತದ ಒಂದು ಸಮವಾಕ್ಯದ ಸಹಾಯದಿಂದಲೂ ನಂತರ ಒಂದನೇ ಘಾತದ ಎರಡು ಸಮವಾಕ್ಯಗಳ ಸಹಾಯದಿಂದಲೂ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ರೀತಿಯನ್ನು ಚರ್ಚಿಸಲಾಗುವುದು. ಇದರಲ್ಲಿ ಎರಡು ಸಮವಾಕ್ಯಗಳನ್ನು ರೂಪೀಕರಿಸಿ ಒಂದಕ್ಷರವಿರುವ ಒಂದು ಸಮವಾಕ್ಯಕ್ಕೆ ಬದಲಾಯಿಸಿ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಕಾಣುವ ರೀತಿಯನ್ನು ಗುರಿಯಾಗಿರಿಸಿದುದಾಗಿದೆ. ನಂತರ ಬರುವ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯಾ

ಪ್ರಶ್ನೆಗಳ ಮೂಲಕ ಬಾಯಿಲೆಕ್ಕವಾಗಿಯೂ ಒಂದಕ್ಷರವಿರುವ ಒಂದು ಸಮವಾಕ್ಯವನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಕಾಣಲಿರುವ ಕಷ್ಟವನ್ನು ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಚರ್ಚಿಸಬೇಕು.

ಇಂತಹ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರವನ್ನು ಕಾಣಲು ಎರಡು ಸಮವಾಕ್ಯಗಳನ್ನು ರೂಪೀಕರಿಸಬೇಕಾದ ಅಗತ್ಯವನ್ನು ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಸ್ಪಷ್ಟಪಡಿಸಬೇಕು. ನಂತರ ಪಾಠಪುಸ್ತಕದ ಪುಟಸಂಖ್ಯೆ 50ರ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ಮಾಡಬೇಕು. ಒಂದನೇ ಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿ ಉದ್ದವನ್ನೂ ಅಗಲವನ್ನೂ ಕೂಡಿಸಿದಾಗ 50 ಸೆ.ಮೀ. ಆದರೆ ಸಾಕು. ಅಲ್ಲದೆ ಉದ್ದವು ಅಗಲಕ್ಕಿಂತ 5 ಸೆ.ಮೀ. ಹೆಚ್ಚಾದುದರಿಂದ ಉದ್ದ 27.5 ಸೆ. ಮೀ. ಹಾಗೂ ಅಗಲ 22.5 ಸೆ. ಮೀ. ಆಗಬೇಕು. x ಮತ್ತು $x + 5$ ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ $2x + 5 = 50$ ರ ಉತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿದರೆ ಸಾಕು.

ಎರಡನೇ ಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿ ಹುಡುಗರ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು x ಎಂದು ಕಂಡುಕೊಂಡರೆ ಹುಡುಗಿಯರ ಸಂಖ್ಯೆ $x+4$ ಆಗುವುದು. $2(x-8)=x+4$ ಎಂಬ ಸಮವಾಕ್ಯವನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಿದರೆ ಉತ್ತರ ಸಿಗುವುದು. ಇನ್ನೊಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ x ನ್ನು ಹುಡುಗರ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿಯೂ y ನ್ನು ಹುಡುಗಿಯರ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿಯೂ ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ $y = x + 4$. $2(x-8) = y$ ಎಂಬ ಎರಡು ಸಮವಾಕ್ಯಗಳು ಸಿಗುತ್ತವೆ. ಮೂರನೇ ಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿ ಮೊದಲ ಯೋಜನೆಯಲ್ಲಿ x ರೂಪಾಯಿಗಳನ್ನು ನಿಕ್ಷೇಪಿಸಿದರೆ $\frac{8x}{100} + (10000 - x)\frac{9}{100} = 879$ ಎಂದು ಸಿಗುವುದು. ಇದರಿಂದ ಉತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿದರೆ ಸಾಕು. ಅಥವಾ ಮೊದಲನೇ ಯೋಜನೆಯಲ್ಲಿ x ರೂಪಾಯಿಗಳನ್ನೂ ಎರಡನೇ ಯೋಜನೆಯಲ್ಲಿ y ರೂಪಾಯಿಗಳನ್ನೂ ನಿಕ್ಷೇಪಿಸಿದುದು ಎಂದು ತಿಳಿದರೆ $x + y = 10000$ ಎಂದೂ $\frac{8x}{100} + \frac{9y}{100} = 879$ ಎಂಬ ಎರು ಸಮವಾಕ್ಯಗಳು ಸಿಗುತ್ತವೆ. ನಾಲ್ಕನೇ ಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿ $3\frac{1}{2}$ ಮೀಟರನ್ನು 7ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಉದ್ದ $\frac{1}{2}$ ಮೀಟರ್ ಎಂದು ಸಿಗುವುದು. ಚೌಕದ ಉದ್ದ x ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ $\frac{x}{4} = \frac{3\frac{1}{2} - x}{3}$ ಎಂದು ಸಿಗುವುದು. $\frac{x}{4} = \frac{7-2x}{6}$ ಇದರಿಂದ ಚೌಕದ ಹಾಗೂ ಸಮಭುಜ ತ್ರಿಕೋನದ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ **½** ಮೀಟರ್ ಎಂದು ಸಿಗುವುದು. ಎರಡೂ ತುಂಡುಗಳ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ x ಮತ್ತು y ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ $x + y = 3\frac{1}{2}$ ಮತ್ತು $\frac{x}{4} = \frac{y}{3}$ ಎಂಬೀ ಎರಡು ಸಮವಾಕ್ಯಗಳು ಸಿಗುತ್ತವೆ.ಇದಕ್ಕೆ ಪರಿಹಾರ ಕಂಡು ಹಿಡದರೆ ಸಾಕು.

5ನೇ ಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿ $s = ut + \frac{1}{2}at^2$ ಎಂಬ ಸಮವಾಕ್ಯದಲ್ಲಿ 2 ಸೆಕೆಂಡಿನಲ್ಲಿ ಮತ್ತು 4 ಸೆಕೆಂಡಿನಲ್ಲಿ ದೂರವನ್ನು ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಿದರೆ, $2u + 2a = 10$ ಎಂದೂ $4u + 8a = 28$ ಎಂದೂ ಸಿಗುತ್ತದೆ. ಅಂದರೆ $u + a = 5$; $u + 2a = 7$ ಎಂಬೀ ಸಮವಾಕ್ಯಗಳು ಸಿಗುತ್ತವೆ.

ಎರಡು ಸಮವಾಕ್ಯಗಳು

ಎರಡು ಸಮವಾಕ್ಯಗಳಿಂದ ಒಂದು ಸಮವಾಕ್ಯವನ್ನು ರೂಪೀಕರಿಸಲಿರುವ ಇನ್ನು ಕೆಲವು ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಈ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ಚರ್ಚಿಸಲಾಗುವುದು. ಈ ವಿಧಾನಗಳ ಯುಕ್ತಿ ಮಗುವಿಗೆ ಮನದಟ್ಟಾಗುವ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಚರ್ಚಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ.

ಪೆನ್ನು ಹಾಗೂ ನೋಟು ಪುಸ್ತಕದ ಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿ, ಎರಡು ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಖರೀದಿಸಿದ ಪೆನ್ನುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಸಮಾನವೆಂದೂ ಆದುದರಿಂದ ಬೆಲೆಗಳೊಳಗಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸವು ಎರಡು ನೋಟುಪುಸ್ತಕಗಳನ್ನು ಹೆಚ್ಚಿಗೆ ಖರೀದಿಸಿದುದರಿಂದ ಎಂದು ಸ್ಪಷ್ಟಪಡಿಸಬೇಕು. ಆಗ ಎರಡು ನೋಟುಪುಸ್ತಕಗಳ ಬೆಲೆ ಒಟ್ಟು ನೀಡಿದ ಹಣದ ವ್ಯತ್ಯಾಸವಾದ 60 - 40 = 20 ರೂಪಾಯಿಯೆಂದೂ ಒಂದು ನೋಟುಪುಸ್ತಕದ ಬೆಲೆ 10 ರೂಪಾಯಿ ಎಂದು ಬಾಯಿಲೆಕ್ಕವಾಗಿ ಹೇಳಬಹುದು. ನಂತರ ಇದೇ ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು ಬೀಜ ಗಣಿತ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ವಿಶ್ಲೇಷಿಸುವುದು. ಇಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಮಾಹಿತಿಗಳ ಆಧಾರದಲ್ಲಿ ರೂಪೀಕರಿಸಿದ ಸಮವಾಕ್ಯಗಳಲ್ಲಿ x ನ ಸಹಗುಣಕಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿವೆ. ಇಂತಹ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಸಮವಾಕ್ಯದಿಂದ ಇನ್ನೊಂದು ಸಮವಾಕ್ಯವನ್ನು ಕಳೆದರೆ ಒಂದಕ್ಷರವಿರುವ ಸಮವಾಕ್ಯವು ಸಿಗುವುದು. ಈ ವಿಧಾನದ ಯುಕ್ತಿಯನ್ನು ಗಮನದಲ್ಲಿಟ್ಟುಕೊಂಡು ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ವಿಶ್ಲೇಷಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ. ಇಂತಹ ಇನ್ನೂ ಕೆಲವು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಈ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ನೀಡಬಹುದು.

ನಂತರ ಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿ ಪೆನ್ಸಿಲುಗಳ ಅಥವಾ ಪೆನ್ನುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಸಮಾನವಲ್ಲ. ಇದನ್ನು ಸಮಾನಗೊಳಿಸಲು ಸ್ವೀಕರಿಸಬೇಕಾದ ಯುಕ್ತಿಯನ್ನು ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಮನದಟ್ಟುಮಾಡಿಸಬೇಕು. $3x + 4y = 26$ ಎಂಬ ಸಮವಾಕ್ಯದಲ್ಲಿ x ನ ಸಹಗುಣಕವಾದ 3ನ್ನು 2ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ ಎರಡನೇ ಸಮವಾಕ್ಯದ 'x' ನ ಸಹಗುಣಕ 6 ಸಿಗುವುದಲ್ಲವೇ. ಆದುದರಿಂದ ಒಂದನೇ ಸಮವಾಕ್ಯವನ್ನು 2ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ ಎರಡನೇ ಸಮವಾಕ್ಯವನ್ನು ಕಳೆದರೆ 'y' ಎಂಬ ಅಕ್ಷರ ಮಾತ್ರವೇ ಒಳಗೊಂಡ ಸಮವಾಕ್ಯ ಸಿಗುವುದು. ನಂತರ ಸಮವಾಕ್ಯಗಳ ಮತ್ತು ಪ್ರಶ್ನೆಯ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಕಾಣಬಹುದು.

ಮೂರನೇ ಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿ ಬೀಜ ಗಣಿತ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಚರ್ಚಿಸುವಾಗ ಒಂದು ಸಮವಾಕ್ಯವನ್ನು ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದಕ್ಷರದ ಸಹಗುಣಕವು ಸಮಾನವಾಗಲು ಸಾಧ್ಯ. ಆದರೆ ಇಲ್ಲಿ ಗುಣಿಸಬೇಕಾದುದು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ. ಇದು ನಂತರದ ಕ್ರಿಯೆಗಳಿಗೆ ಕಷ್ಟವನ್ನುಂಟು ಮಾಡೀತು. ಇದರಿಂದ, ಎರಡು ಸಮವಾಕ್ಯಗಳನ್ನೂ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ ಗುಣಿಸಿ ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದಕ್ಷರದ ಸಹಗುಣಕವನ್ನು ಸಮಾನಗೊಳಿಸಬೇಕಾದ ಅನಿವಾರ್ಯತೆಯನ್ನು ಚರ್ಚಿಸಬೇಕು.

ಎರಡು ಸಮವಾಕ್ಯಗಳಲ್ಲಿ ಸಮವಾಕ್ಯಗಳನ್ನು ಪರಸ್ಪರ ಕೂಡಿಸಿ ಒಂದರಿಂದ ಇನ್ನೊಂದನ್ನು ಕಳೆದು, ಎರಡು ಸಮವಾಕ್ಯಗಳನ್ನು ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿ ಪರಸ್ಪರ ಕೂಡಿಸಿಯೋ, ಒಂದು ಇನ್ನೊಂದರಿಂದ ಕಳೆದೋ ಮೂರನೇ ಸಮವಾಕ್ಯವನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುವುದು. ಈ ರೀತಿ ಮಾಡುವಾಗ ಮೊದಲ ಸಮವಾಕ್ಯದಲ್ಲಿ ಸರಿಯಾಗುವ x ಹಾಗೂ y ಮೂರನೇ ಸಮವಾಕ್ಯದಲ್ಲೂ ಸರಿಯಾಗುವುದು. ಇದರಿಂದ ಈ ಸಮವಾಕ್ಯಗಳನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಕಾಣಬಹುದು.

53ರಲ್ಲಿ **'ವ್ಯತ್ಯಸ್ತ ಮಾಹಿತಿಗಳು'** ಚರ್ಚಿಸುವಾಗ ಎರಡು ಮಾಹಿತಿಗಳನ್ನು ನೀಡಿದ್ದರೂ ಅವುಗಳು ವ್ಯತ್ಯಸ್ತವಲ್ಲ. ಮೊದಲ ಮಾಹಿತಿಯನ್ನೇ ಇನ್ನೊಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಹೇಳಿರುವುದಾಗಿದೆ. ಆದುದರಿಂದ ಉತ್ತರದಲ್ಲಿ ಒಂದೇ ಮಾಹಿತಿಯು ಸಿಗುವುದು. ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಮಾಹಿತಿಗಳ ಆಧಾರದಲ್ಲಿ ರೂಪೀಕರಿಸುವ ಸಮವಾಕ್ಯಗಳಿಗೆ ಈ ಪ್ರತ್ಯೇಕತೆಯಿದೆ. ಎರಡನೇ ಸಮವಾಕ್ಯ ಮೊದಲ ಸಮವಾಕ್ಯದ ಎರಡೂ ಬದಿಗಳಿಗೆ 4ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ ಸಿಕ್ಕುದುದಾಗಿದೆ.

ಒಂದು ಪ್ರಾಯೋಗಿಕ ಸಮಸ್ಯೆಯ ಆಧಾರದಲ್ಲಿ ರೂಪೀಕರಿಸಿದ ಸಮವಾಕ್ಯಗಳು ಸರಿಯಾಗುವ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಬೆಲೆಗಳಿದ್ದರೂ ಆ ಬೆಲೆಗಳು ಪ್ರಾಯೋಗಿಕ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರವಾಗಬೇಕೆಂದಿಲ್ಲ.

ಇದನ್ನು ಮನದಟ್ಟುಮಾಡುವ ನಿಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ ಪುಟ 54ರ 'ಸಮಸ್ಯೆಯೂ ಯಥಾರ್ಥವೂ' ಎಂಬ ಭಾಗವನ್ನು ಚರ್ಚಿಸುವ.

ನಂತರ ಪುಟ 54, 55ರ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳನ್ನು ಮಾಡುವುದಾಗಿದೆ. ಇದರ ಒಂದನೇ ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು ಸಮವಾಕ್ಯದ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಬರೆದರೆ

$7x + 5y = 107$................ (1)

$5x + 7y = 97$.................. (2) ಎಂದಲ್ಲವೇ ಸಿಗುವುದು

ಇದರಿಂದ $(1) + (2) \Rightarrow \quad 12x + 12y = 204$

$$x + y = 17$$

$(1) - (2) \Rightarrow \quad 2x - 2y = 10$

$$x - y = 5$$

ಇದರಿಂದ $2x = 22, x = 11, \ 2y = 12, y = 6$ ಎಂದು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಬಹುದು.

ಎರಡನೇ ಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿ ಸಿಗುವ ಸಮವಾಕ್ಯಗಳು $4x + 3y = 43$ ಮತ್ತು $3x - 2y = 11$ ಆಗಿರುವುದು.

ಮೂರನೇ ಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿ ಎರಡಂಕೆ ಸಂಖ್ಯೆ $10x + y$ ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ $x + y = 11$ ಎಂದೂ $(10y + x) - (10x + y) = 27$ ಎಂದೂ ಸಿಗುವುದು. ಅಂದರೆ $x + y = 11, 9y - 9x = 27$ ಎಂಬೀ ಸಮವಾಕ್ಯಗಳ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಬಹುದು. ನಾಲ್ಕನೇ ಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿ y, x ಇವುಗಳು ರಾಮು ಹಾಗೂ ರಹೀಂ ಇವರ ನಾಲ್ಕು ವರ್ಷಗಳ ಮೊದಲಿನ ಪ್ರಾಯವಾಗಿ ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ $x = 3y$ ಎಂದೂ $x + 6 = 2(y + 6)$ ಎಂದೂ ಸಿಗುವುದು. ಆದುದರಿಂದ ರಾಮು ಹಾಗೂ ರಹೀಂ ಇವರ ಈಗಿನ ಪ್ರಾಯವು 16 ಮತ್ತು 22 ಆಗಿರುವುದು.

5ನೇ ಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿ ಉದ್ದ $= x$, ಅಗಲ $= y$

ಸಮವಾಕ್ಯಗಳು

$$(x + 5)(y - 3) = xy - 5 \Rightarrow 3x - 5y = {}^{-}10$$

$$(x + 3)(y + 2) = xy + 50 \Rightarrow 2x + 3y = 44$$

ಎಂಬ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಸಮವಾಕ್ಯಗಳನ್ನು ರೂಪೀಕರಿಸಿದರೆ ಉದ್ದ 10 ಮೀಟರ್, ಅಗಲ 8 ಮೀಟರ್ ಎಂದು ಸಿಗವುದಲ್ಲವೇ.

ಇನ್ನೂ ಕೆಲವು ಸಮವಾಕ್ಯಗಳು

8ನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ **ಸರ್ವಸಮವಾಕ್ಯಗಳು** ಎಂಬ ಪಾಠಭಾಗದಲ್ಲಿ ಕಲಿತ ಕೆಲವು ಆಶಯಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಸಮವಾಕ್ಯಗಳನ್ನು ರೂಪೀಕರಿಸಿ ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ವಿಧಾನವನ್ನು ಇಲ್ಲಿ ನೀಡಲಾಗಿದೆ.

$x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$ ಎಂಬ ರೂಪದಲ್ಲಿ $(x + y)$ ಯ ಅಥವಾ $(x - y)$ ಯ ಬೆಲೆ ತಿಳಿದರೆ ಇದರ ಒಂದನೇ ಘಾತದ ಒಂದು ಸಮವಾಕ್ಯವನ್ನು ಬರೆದು ಮೊದಲ ಸಮವಾಕ್ಯವನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಉತ್ತರವನ್ನು ಪಡೆಯಬಹುದು. ಇದೇ ರೀತಿ $(x + y)^2 = (x - y)^2 + 4xy$ ಎಂದೂ $(x - y)^2 = (x + y)^2 - 4xy$ ಎಂದೂ ಮಕ್ಕಳಿಗೂ ಮನವರಿಕೆ ಮಾಡಿ ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿರುವ ಸಮವಾಕ್ಯಗಳನ್ನೂ ರೂಪೀಕರಿಸಿ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಲು ಹೇಳಬಹುದು. ಈ ಪಾಠಭಾಗವನ್ನು ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಮಂಡಿಸುವ ಮೊದಲು **ಸರ್ವಸಮವಾಕ್ಯಗಳು** ಎಂಬ ಪಾಠಭಾಗವನ್ನು ಇನ್ನೊಮ್ಮೆ ಚರ್ಚಿಸುವುದು ಸೂಕ್ತ.

ಪುಟ 56ರ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳಲ್ಲಿ 1ನೇ ಪ್ರಶ್ನೆಯ ಚೌಕಗಳ ಭುಜಗಳು x, y ಎಂದಾದರೆ

$$4x + 4y = 10,$$

$$x + y = 2\frac{1}{2}$$ ಎಂದೂ

ಅಲ್ಲದೆ $x^2 - y^2 = 1\frac{1}{4}$ ಎಂದು ತಿಳಿಯುವುದು

ಇದರಿಂದ

$$x - y = \left(1\frac{1}{4}\right) \div \left(2\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$$

ಇದರಿಂದ x,y ಗಳ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದಲ್ಲವೇ.

ಎರಡನೇ ಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿ

ಆಯತದ ಉದ್ದ x ಮತ್ತು y ಅಗಲ y ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ,

$$x - y = 1 \text{ ಎಂದೂ}$$

$$xy = 3\frac{3}{4} \text{ ಎಂದೂ ಸಿಗುವುದಲ್ಲವೆ.}$$

ಇದರಿಂದ

$$(x - y)^2 = 1^2 + 4 \times 3\frac{3}{4} = 16 \quad \text{ಎಂದೂ}$$

$$x + y = 4 \text{ ಎಂದೂ ಸಿಗುವುದು.}$$

ಇನ್ನು ಉದ್ದವನ್ನೂ ಅಗಲವನ್ನೂ ಕಾಣಬಹುದಲ್ಲವೇ.

ಮೂರನೇ ಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿ

ಲಂಬಭುಜಗಳು x, y ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ

$$x^2 + y^2 = \left(6\frac{1}{2}\right)^2$$

$$\frac{1}{2}\,xy = 7\frac{1}{2} \text{ ಆಗಿರಬಹುದಲ್ಲವೇ.}$$

ಇದರಿಂದ $(x + y)^2 = \left(6\frac{1}{2}\right)^2 + 4 \times 7\frac{1}{2}$

$$(x + y)^2 = 72\frac{1}{4} \text{ ಎಂದೂ } x + y = 8\frac{1}{2}$$

$$(x - y)^2 = \left(8\frac{1}{2}\right)^2 - 4 \times 15$$

$$(x - y)^2 = 12\frac{1}{4} \text{ ಎಂದೂ } x - y = 3\frac{1}{2} \text{ ಎಂದು ಸಿಗುವುದು.}$$

ಇದರಿಂದ $x = 6, y = 2\frac{1}{2}$ ಎಂದು ಸಿಗುವುದಲ್ಲವೆ.

ಇನ್ನಷ್ಟು ಚಟುವಟಿಕೆಗಳು

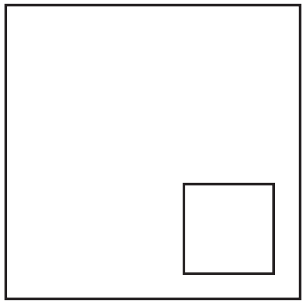
1. ಒಂದು ಎರಡಂಕೆ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಂಕೆಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು 8ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ 1ನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದಾಗ ಮತ್ತು ಅಂಕೆಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸವನ್ನು 13ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ 2ನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದಾಗ ಅದೇ ಸಂಖ್ಯೆ ಸಿಗುವುದು. ಆ ಸಂಖ್ಯೆ ಯಾವುದು?

2. ಒಂದು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಂಶವನ್ನು 3ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ ಛೇದದಿಂದ 3ನ್ನು ಕಳೆದಾಗ $1\frac{18}{11}$ ಸಿಗುವುದು. ಅಂಶಕ್ಕೆ 8ನ್ನು ಕೂಡಿಸಿ ಛೇದವನ್ನು ಇಮ್ಮಡಿಗೊಳಿಸಿ ಲಘು ಕರಿಸಿದಾಗ $\frac{2}{5}$ ಸಿಗುವುದು. ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆ ಯಾವುದು?

3. ಒಂದು ಆಯತದ ಉದ್ದವನ್ನು 2 ಮೀಟರಿನಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚಿಸಿ, ಅಗಲವನ್ನು 2 ಮೀಟರ್ ಕಡಿಮೆಗೊಳಿಸಿದಾಗ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ 28 ಚದರ ಮೀಟರ್‌ನಷ್ಟು ಕಡಿಮೆಯಾಯಿತು. ಉದ್ದವನ್ನು 1 ಮೀಟರ್ ಕಡಿಮೆಗೊಳಿಸಿ ಅಗಲವನ್ನು 2 ಮೀಟರ್ ಹೆಚ್ಚಿಸಿದಾಗ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ 33 ಚದರ ಮೀಟರ್ ಹೆಚ್ಚಾಯಿತು. ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

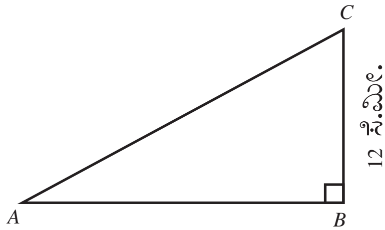
4. ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸ 8 ಹಾಗೂ ಅವುಗಳ ವರ್ಗಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸ 208 ಆದರೆ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

5. ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರ ಒಂದು ದೊಡ್ಡ ಚೌಕದಿಂದ ಒಂದು ಸಣ್ಣ ಚೌಕವನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿ ತೆಗೆದ ರೀತಿಯಲ್ಲಿದೆ. ಬಾಕಿ ಉಳಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ 91 ಚ.ಸೆ.ಮೀ. ಭುಜಗಳ ಒಟ್ಟು ಉದ್ದ 52 ಸೆ.ಮೀ. ಹಾಗಾದರೆ ಸಣ್ಣ ಚೌಕದ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದವೆಷ್ಟು?



6. ಎರಡಂಕೆ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಂಕೆಗಳ ಮೊತ್ತ 10 ಆಗಿದೆ. ಅಂಕೆಗಳನ್ನು ಪರಸ್ಪರ ಬದಲಾಯಿಸಿದಾಗ ಸಿಗುವ ಸಂಖ್ಯೆ ಮೊದಲ ಸಂಖ್ಯೆಗಿಂತ 36 ಹೆಚ್ಚಾಗಿದೆ. ಸಂಖ್ಯೆ ಯಾವುದು?

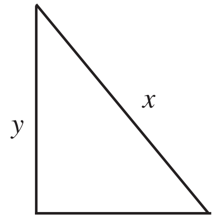
7. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $\angle B = 90^o$ ಮತ್ತು $BC = 12$ ಸೆ.ಮೀ. ಆಗಿದೆ. ಸುತ್ತಳತೆ 36 ಸೆ. ಮೀ. ಆಗಿರುವುದು. AB, AC ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



ಇನ್ನೊಂದು ಚಟುವಟಿಕೆ

6, 8, 10 ಇವುಗಳ ಒಂದು ಪೈತಗೊರಸ್ ತ್ರಯವಾಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ. ಕರ್ಣವಲ್ಲದ ಒಂದು ಭುಜದ ಉದ್ದ 6 ಮತ್ತು ಇನ್ನೊಂದು ಭುಜದ ಉದ್ದ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗುವಂತೆ ಇತರ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನಗಳಿವೆಯೇ?

ಕರ್ಣದ ಉದ್ದ x ಎಂದೂ ಇನ್ನೊಂದು ಭುಜದ ಉದ್ದ y ಎಂದೂ ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ ಪೈತಗೊರಸ್ ಸಿದ್ಧಾಂತದ ಪ್ರಕಾರ



$$6^2 = x^2 - y^2$$

$$36 = (x + y)(x - y)$$

$(x + y)$, $(x - y)$ ಇವುಗಳು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲವೇ.

ಗುಣಲಬ್ಧ 36 ಹಾಗಾದರೆ 36ರ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ x, y ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದಲ್ಲವೇ.

$x + y$	$x - y$	x	y
36	1	$\frac{37}{2}$	$\frac{35}{2}$
18	2	10	8
12	3	$\frac{15}{2}$	$\frac{9}{2}$
9	4	$\frac{13}{2}$	$\frac{5}{2}$
6	6	6	0

ಭುಜಗಳು 8, 10 ಆಗಿರುವ ಬೇರೆ ಲಂಬ ತ್ರಿಕೋನಗಳಿಲ್ಲ.

ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಚರ್ಚಿಸಿರಿ.

1. ಕರ್ಣವಲ್ಲದ ಒಂದು ಭುಜದ ಉದ್ದ 12 ಆಗಿರುವ ಇತರ ಭುಜಗಳ ಅಳತೆಗಳು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿರುವ ಲಂಬ ಕೋನ ತ್ರಿಕೋನಗಳಾವುವು?
2. 12ರ ಬದಲು ಯಾವುದೇ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೂ ಇಂತಹ ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸಬಹುದೇ?
3. 1, 2 ಎಂಬಿವುಗಳನ್ನು ಹೊರತುಪಡಿಸಿ ಯಾವುದೇ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೂ ಪೈತಗೊರಸ್ ತ್ರಯಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾದೀತೇ?

4

ಹೊಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

ಪೀಠಿಕೆ

ಅಳತೆ ಮಾಡಿ ಮತ್ತು ಅಳತೆಗಳೊಳಗಿನ ಪರಸ್ಪರ ಸಂಬಂಧಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ ಇಡೀ ಜಗತ್ತನ್ನು ತಿಳಿಯುವುದು, ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸುವುದು ಮತ್ತು ಈ ತಿಳುವಳಿಕೆಯಿಂದ ವ್ಯವಹರಿಸುವುದು ಗಣಿತದ ಪ್ರಧಾನ ಉದ್ದೇಶ. ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸಲು ಮಾನವನು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸುವುದು. ಪ್ರಕೃತಿಯಿಂದ ಲಭಿಸುವುದನ್ನು ಸೇವಿಸಿ ದನಕರುಗಳನ್ನು ಮೇಯಿಸಿ ಕಾಲ ಕಳೆದಿರುವ ಹಿಂದಿನ ಕಾಲದಲ್ಲಿ ಎಣಿಕೆ ಮಾಡುವುದು ಎಂಬುದರಲ್ಲಿ ಮಾತ್ರ ಸೀಮಿತವಾಗಿತ್ತು. ಅದಕ್ಕಾಗಿ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನುಂಟುಮಾಡಿದರು. ಬಳಿಕ ನದೀ ತೀರಗಳಲ್ಲಿ ಆದಷ್ಟೂ ಕೃಷಿಯನ್ನು ಆರಂಭಿಸಿರುವುದರಿಂದ ಉದ್ದ, ಭಾರ ಸಮಯ ಮುಂತಾದುವುಗಳನ್ನು ಅಳತೆ ಮಾಡಬೇಕಾಗಿ ಬಂತು. ಇಂತಹ ಅಳತೆಗಳನ್ನೆಲ್ಲಾ ಯಾವುದಾದರೂ ಏಕಕದ ಮೂಲಕ ಮಾತ್ರವೇ ಹೇಳಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುವುದು. ಏಕಕಗಿಂತಲೂ ಚಿಕ್ಕದಾದ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸಲು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳುಂಟಾದುವು.

ಉದ್ದವನ್ನು ಅಳೆಯಲು ಒಂದು ಏಕಕ್ಕಿಂತಲೂ ನಿಶ್ಚಯಿಸಿದರೆ ಅದು ಭುಜವಾಗಿ ರಚಿಸುವ ಚೌಕದ ಕರ್ಣದ ಉದ್ದವನ್ನು ಈ ಏಕಕದ ನಿಶ್ಚಿತ ಮಡಿಯಾಗಿ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆ ಅಥವಾ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಹೇಳಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ ಎಂದು ಕ್ರಿ.ಪೂ. ಐದನೇ ಶತಮಾನದಲ್ಲಿ ಗ್ರೀಕ್‌ನ ಗಣಿತಜ್ಞರು ತಿಳಿದಿದ್ದರು. ಇಂತಹ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸಲು ಹೊಸಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸುವುದರ ಬದಲು, ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಎರಡಾಗಿ ಪರಿಗಣಿಸಿಕೊಂಡು ಅಲ್ಲಿನ ಗಣಿತವು ಮುಂದುವರಿಯಿತು. ಅದರ ಜೊತೆಗೆ ಇಂತಹ ಅಳತೆಗಳ ಹತ್ತಿರ ಹತ್ತಿರ ಬರುವ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲಿರುವ ಕೆಲವು ಪ್ರಯತ್ನಗಳು ನಡೆದುವು.

.ಕ್ರಿ. ಶ. ಒಂಭತ್ತನೇ ಶತಮಾನದಲ್ಲಿ ಅರಬ್ ಗಣಿತಜ್ಞರು ಇಂತಹ ಹೆಚ್ಚಿನ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೂಲಗಳಾಗಿ ಹೇಳಲು ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿದರು. 16 ನೇ ಶತಮಾನದಲ್ಲಿ ಯುರೋಪಿನಲ್ಲಿ $\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{2}$ ಎಂಬೀ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಲೆಕ್ಕಾಚಾರದಲ್ಲಿ ಉಪಯೋಗಿಸುತ್ತಿದ್ದರೂ ಇವನ್ನು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿ ಸ್ವೀಕರಿಸಬಹುದೇ ಎಂಬ ಸಂದೇಹವು ಹೆಚ್ಚಿನವರಿಗಿತ್ತು. ಉದ್ದಗಳನ್ನೆಲ್ಲಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿ ಕಾಣುವುದರ ಗಣಿತ ಯುಕ್ತಿಗಳು 19 ನೇ ಶತಮಾನದಲ್ಲಿ ಪ್ರಾರಂಭಗೊಂಡಿತು.

ಯೂನಿಟ್ ಫ್ರೇಂ (ಹೊಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು)

ಆಶಯಗಳು	ಕಲಿಕಾ ಬೋಧನ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ	ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳು
• ಯಾವುದೇ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ವರ್ಗವು 2 ಆಗಿಲ್ಲ.	• ವರ್ಗವು 2 ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಸಮೀಪ ಬರುವ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಚಟುವಟಿಕೆ. • $\left(1\frac{1}{2}\right)^2, \left(1\frac{1}{4}\right)^2, \left(1\frac{1}{3}\right)^2$ ಎಂಬಿವುಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದು 2 ರ ಹತ್ತಿರ ಹತ್ತಿರ ಬರುವ ವರ್ಗಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕು. • ಬೀಜಗಣಿತವನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ವರ್ಗ 2 ಆಗಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲಿರುವ ವಿಧಾನ. • ಯಾವುದೇ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ವರ್ಗ 2 ಆಗುವುದಿಲ್ಲವೆಂಬುದನ್ನು ಸಮರ್ಥಿಸಲಿರುವ ಚರ್ಚೆ.	
• ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಎಲ್ಲಾ ಉದ್ದಗಳನ್ನು ಬರೆಯಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ.	• ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ 1 ಆಗಿರುವ ಚೌಕದ ಕರ್ಣದ ಉದ್ದವನ್ನು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಹೇಳಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ ಎಂಬುದನ್ನು ವಿಶ್ಲೇಷಿಸಲಿರುವ ಚಟುವಟಿಕೆ. ಈ ಕರ್ಣವು ಒಂದು ಲಂಬಭುಜವೂ ಮತ್ತು ಚೌಕದ ಒಂದು ಭುಜವು ಇನ್ನೊಂದು ಲಂಭಭುಜವಾಗಿ ಎಳೆಯುವ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ಕರ್ಣಗಳನ್ನು ಒಂದು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಹೇಳಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ ಎಂದು ಸಮರ್ಥಿಸುವ ಚರ್ಚೆ.	• ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಎಲ್ಲಾ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ ಎಂದು ಸಮರ್ಥಿಸುವುದು

ಯೂನಿಟ್ ಫ್ರೇಂ (ಹೊಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು)

ಆಶಯಗಳು	ಕಲಿಕಾ ಬೋಧನ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ	ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳು
• ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿ ಬರೆಯಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲದ ವರ್ಗಮೂಲಗಳ ದಶಮಾಂಶ ರೂಪ.	• ಘನಫಲದ 2 ಘನ ಸೆಂಟಿಮೀಟರಾದ ಚೌಕಗಟ್ಟಿಯ ಒಂದು ಭುಜದ ಉದ್ದವನ್ನು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿ ಹೇಳಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ ಎಂಬ ಚರ್ಚೆ. • ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 2 ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರು ಆಗಿರುವ ಚೌಕದ ಒಂದು ಭುಜದ ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಚಟುವಟಿಕೆ. • $\sqrt{2}$ ರ ಸರಿಸುಮಾರು ದಶಮಾಂಶ ರೂಪವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಚಟುವಟಿಕೆ. • $\sqrt{2}$ ರ ಸರಿಸುಮಾರು ದಶಮಾಂಶ ರೂಪವು 1.414 ಆಗಿದೆಯೆಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು. • ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 3 ಆಗಿರುವ ಚೌಕದ ಒಂದು ಭುಜದ ಉದ್ದವನ್ನು ಸರಿಸುಮಾರು ದಶಮಾಂಶ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯುವುದು. • x ಒಂದು ಧನ ಸಂಖ್ಯೆಯಾದರೆ $\sqrt{x}$ ಒಂದು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಯೋ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯೋ ಅಥವಾ ವರ್ಗವು x ಗೆ ಹತ್ತಿರಹತ್ತಿರ ಬರುವ ದಶಮಾಂಶ ರೂಪದಲ್ಲಿರುವ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೋ ಆಗಿರುವುದು ಎಂದು ಕ್ರೋಡೀಕರಿಸುವುದು.	• ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿ ಬರೆಯಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲದ ವರ್ಗಮೂಲಗಳನ್ನು ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯುವ ವಿಧಾನವನ್ನು ವಿಶದೀಕರಿಸುವುದು.

ಯೂನಿಟ್ ಫ್ರೇಂ (ಹೊಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು)

ಆಶಯಗಳು	ಕಲಿಕಾ ಬೋಧನ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ	ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳು
• ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಲ್ಲದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ ಮತ್ತು ವ್ಯತ್ಯಾಸವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು. • ಒಂದು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಮತ್ತು ಪೂರ್ಣವರ್ಗವಲ್ಲದ ಒಂದು ಧನಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗಮೂಲದ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು.	• ಲಂಬ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ 1 ಮೀಟರು ಆಗಿರುವ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ಸುತ್ತಳತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು. • ಸುತ್ತಳತೆಯನ್ನು ಸೆಂಟಿಮೀಟರು, ಮಿಲ್ಲಿಮೀಟರುಗಳಲ್ಲಿ ನಿಖರವಾಗಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು. • ಸುತ್ತಳತೆಯನ್ನು ಸೆಂಟಿಮೀಟರು, ಮಿಲ್ಲಿಮೀಟರುಗಳಲ್ಲಿ ನಿಖರವಾಗಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು. • ಲಂಬ ಭುಜಗಳು 1 ಮೀಟರು, $\sqrt{2}$ ಮೀಟರು ಆಗಿರುವ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ಸುತ್ತಳತೆಗಳನ್ನು ಸೆಂಟಿಮೀಟರು, ಮಿಲ್ಲಿಮೀಟರುಗಳಾಗಿ ನಿಖರವಾಗಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು. • $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ ಕ್ಕೆ ಹತ್ತಿರಬರುವ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ ಕ್ಕೆ ಹತ್ತಿರ ಹತ್ತಿರ ಬರುವ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು. • $\sqrt{3}-\sqrt{2}$ ಕ್ಕೆ ಹತ್ತಿರ ಹತ್ತಿರ ಬರುವ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು. • 2 ಮೀಟರು ಭುಜವಿರುವ ಒಂದು ಸಮಭುಜ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ಎರಡು ಸಮಾನ ಭಾಗಗಳನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಿ ಜೋಡಿಸಿಟ್ಟು ರಚಿಸುವ ಹೊಸ ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲಿರುವ ಚಟುವಟಿಕೆ. . • $\sqrt{3}$ ಕ್ಕೆ ಸರಿಸುಮಾರು ಸಮಾನವಾದ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ $\sqrt[2]{3}$, $\sqrt[3]{3}$ ಕ್ಕೆ ಸರಿಸುಮಾರು ಸಮಾನವಾದ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಚಟುವಟಿಕೆ.	

ಯೂನಿಟ್ ಫ್ರೇಂ (ಹೊಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು)

ಆಶಯಗಳು	ಕಲಿಕಾ ಬೋಧನ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ	ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳು
• x, y ನ್ನು ಎಂಬ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಧನಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೂ $\sqrt{x}\ \sqrt{y} = \sqrt{xy}$ ಆಗಿರುವುದು.	• $2\sqrt{3}+2$ ಕ್ಕೆ ಸರಿಸುಮಾರು ಸಮಾನವಾದ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮತ್ತು $2\ (\sqrt{3}+1)$ ಕ್ಕೆ ಸರಿಸುಮಾರು ಸಮಾನವಾದ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿದೆಯೆಂದು ಸಮರ್ಥಿಸುವುದು. • ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ $\sqrt{3}$, $\sqrt{2}$ ಆಗಿರುವ ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲಿರುವ ಚಟುವಟಿಕೆ. • $\sqrt{2}$ ಕ್ಕೆಸರಿಸುಮಾರು ಸಮಾನವಾದ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು, $\sqrt{3}$ ಕ್ಕೆ ಸರಿಸುಮಾರು ಸಮಾನವಾದ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ $\sqrt{2}\times\sqrt{3}$ ಕ್ಕೆ ಸರಿಸುಮಾರು ಸಮಾನವಾದ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲಿರುವ ಚಟುವಟಿಕೆ. • $\sqrt{2}\times\sqrt{3}$ ಕ್ಕೆ ಸರಿಸುಮಾರು ಸಮಾನವಾದ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಗಳು 6 ಕ್ಕೆ ಸರಿಸುಮಾರು ಹತ್ತಿರ ಹತ್ತಿರ ಬರುವುದು ಎಂಬುದನ್ನು ಸೂಚಿಸುವ ಚಟುವಟಿಕೆ. • $\sqrt{2}\times\sqrt{3} = \sqrt{6}$ ಆಗಿದೆಯೆಂದು ಅರ್ಥೈಸುವುದು. • $\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ ಎಂಬುದರ ಜ್ಯಾಮತೀಯ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನ.	• ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗವಲ್ಲದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಮೂಲವನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿರುವ ಕ್ರಿಯೆಗಳ ಜ್ಯಾಮಿತೀಯವಾದ ಅರ್ಥವನ್ನೂ ಮತ್ತು ಅದಕ್ಕೆ ಸರಿಸುಮಾರು ಸಮಾನವಾದ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ದಶಮಾಂಶ ರೂಪಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲಿರುವ ಮಾರ್ಗವನ್ನು ವಿಶದೀಕರಿಸುವುದು.

ಯೂನಿಟ್ ಫ್ರೇಂ (ಹೊಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು)

ಆಶಯಗಳು	ಕಲಿಕಾ ಬೋಧನ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ	ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳು
• x, y ಎಂಬ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಧನಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದರೂ $\sqrt{x} \div \sqrt{y} = \sqrt{x \div y}$.	• $\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{6}$ ಎಂಬ ಗುಣಾಕಾರವನ್ನು $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}} = \sqrt{3}$; $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}} = \sqrt{2}$ ಎಂಬಂತೆ ಭಾಗಾಕಾರವಾಗಿ ಬರೆಯುವ ಚಟುವಟಿಕೆ • $\frac{6}{2} = 3$; $\frac{6}{3} = 2$ ಎಂಬಂತೆ $\sqrt{\frac{6}{2}} = \sqrt{3}$; $\sqrt{\frac{6}{3}} = \sqrt{2}$ ಎಂದೂ, ಇದರಿಂದ $\sqrt{\frac{6}{2}} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}}$; $\sqrt{\frac{6}{3}} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}}$ ಎಂದು ಬರೆಯುವುದರ ಚರ್ಚೆ. • $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ನ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ಎಂದು ಬರೆಯುವ ಚಟುವಟಿಕೆ $\frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}}{x}$ ಆಗುವುದು ಎಂದು ಸಾಧಿಸುವ ಚರ್ಚೆ.	

ಆಶಯ ವಿಕಾಸ

ಗಣಿತದ ಭಾಷೆಯಲ್ಲಿ ಹೇಳಿದರೆ ಈ ಪಾಠಭಾಗದಲ್ಲಿ ಅಭಿನ್ನಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಎಂಬ ಆಶಯವನ್ನು ನಾವು ಪರಿಚಯಿಸುತ್ತೇವೆ. ಆದರೆ ಈ ಹೆಸರನ್ನು ಪಾಠದಲ್ಲೆಲ್ಲಿಯೂ ಹೇಳಿಲ್ಲ. ಅಭಿನ್ನಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಎಂಬ ಆಶಯವನ್ನು ಅದರ ವಿಶಾಲಾರ್ಥದಲ್ಲಿ ಇಲ್ಲಿ ಪರಿಗಣಿಸಲಿಲ್ಲ ಎಂಬುದು ಇದಕ್ಕೆ ಮುಖ್ಯ ಕಾರಣ. ಭಿನ್ನಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ ಸೂಚಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗದ ಕೆಲವು ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಅವನ್ನು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮತ್ತು ಭಿನ್ನಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೂಲಗಳಾಗಿ ಬರೆಯುವ ಯುಕ್ತಿಯನ್ನು ಈ ಪಾಠಭಾಗದಲ್ಲಿ ಚರ್ಚಿಸುವುದು. ಬಳಿಕ ವೃತ್ತಗಳು ಎಂಬ ಅಧ್ಯಾಯದಲ್ಲಿ ಹೀಗೆ ಮೂಲಗಳಾಗಿಯೂ ಹೇಳಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲದ π ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪರಿಚಯಿಸಿದ ಬಳಿಕ ರೇಖೀಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಎಂಬ ಅಧ್ಯಾಯದಲ್ಲಿ ಉದ್ದಗಳನ್ನೆಲ್ಲಾ ಸೂಚಿಸಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮತ್ತು ಬೀಜ ಗಣಿತದ ಸೌಕರ್ಯಕ್ಕಾಗಿ ಅವುಗಳ ಋಣಗಳನ್ನೆಲ್ಲಾ ಒಟ್ಟಿಗೆ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವಾಗ ಮಾತ್ರವೇ ಭಿನ್ನಕ – ಅಭಿನ್ನಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗೀಕರಣ ಸಹಜವಾಗುವುದು.

ಈ ಅಧ್ಯಾಯದಲ್ಲಿ ಒಟ್ಟು ಐದು ಭಾಗಗಳಿವೆ. ಮೊದಲ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ ಮತ್ತು ಭಿನ್ನಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ ಸೂಚಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗದ ಕೆಲವು ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಪರಿಚಯಿಸಲಾಗಿದೆ. ಎರಡನೆಯ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿರುವ ಕೆಲವು ಉದ್ದಗಳನ್ನು ಮೂಲಗಳಾಗಿ ಪಾಠಭಾಗಗಳನ್ನಾಗಿ ಬರೆಯುವುದರ ಔಚಿತ್ಯವನ್ನು ಹಾಗೂ ದಶಮಾಂಶ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯುವುದರ ಅರ್ಥವನ್ನು ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಲಾಗಿದೆ. ಮುಂದಿನ ಮೂರು ಭಾಗಗಳಲ್ಲಿ, ಈ ರೀತಿಯ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ವಿಭಿನ್ನ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಹೊಂದಿಸಿ ಬರೆಯುವುದನ್ನೂ ಗಣಿತಗಳಾಗಿ ಬರೆಯುವುದರ ಅರ್ಥವನ್ನೂ ಲೆಕ್ಕ ಮಾಡುವ ರೀತಿಗಳನ್ನೂ ವಿವರಿಸಲಾಗಿದೆ. ಜ್ಯಾಮೀತಿಯ ಆಕೃತಿಗಳ ಅಳತೆಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಪಟ್ಟು ಈ ರೀತಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಅಗತ್ಯವಾಗಿ ಬಂದಿರುವುದರಿಂದ ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ಹಿನ್ನೆಲೆಯಲ್ಲಿ ಈ ಪಾಠಭಾಗವನ್ನು ಮಂಡಿಸಲಾಗಿದೆ.

ಪಾಠಭಾಗಗಳು

ಉದ್ದಗಳೂ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೂ

ಉದ್ದವನ್ನು ಅಳತೆ ಮಾಡಲು ಒಂದು ಏಕಕವನ್ನು ನಿಶ್ಚಯಿಸಿದರೆ ಮೊದಲಭಾಗದಲ್ಲಿ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಮತ್ತು ಭಿನ್ನಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಮಾತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಹೇಳಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ ಎಂಬುವುದರ ಕೆಲವು ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಈ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ವಿವರಿಸಲಾಗಿದೆ.

ಒಂದು ಚೌಕದ ಕರ್ಣವನ್ನು ಭುಜವಾಗಿ ರಚಿಸುವ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಎರಡು ಮಡಿಯಾಗಿದೆಯೆಂದು ಏಳನೆಯ ತರಗತಿಯ 'ಚೌಕಗಳು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನಗಳು' ಎಂಬ ಅಧ್ಯಾಯದಲ್ಲಿ ಮಕ್ಕಳು ಕಲಿತಿದ್ದಾರೆ. ಇದನ್ನು ನೆನಪಿಸಿಕೊಂಡು ಈ ಭಾಗವನ್ನು ಪ್ರಾರಂಭಿಸುವುದು. ಆಗ ಭುಜದ ಉದ್ದ 1 ಮೀಟರು ಆಗಿರುವ ಚೌಕದ ಕರ್ಣವು ಭುಜವಾಗುವ ದೊಡ್ಡ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 2 ಚದರ ಮೀಟರು ಆಗಿದೆ. ಬಳಿಕ ಚೌಕದ ಭುಜದ ಉದ್ದ ಎಷ್ಟು ಎಂಬುದರ ಚರ್ಚೆ ನಡೆಯಬೇಕು.

ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾದ ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ, ಈ ಉದ್ದಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿದೆಯೆಂದು ಐದನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ನೋಡಿದ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಈ ಚೌಕದ ಭುಜದ ಉದ್ದವು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲವೆಂದು ತಿಳಿಯಬಹುದು. ಒಂದು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗವು 2 ಅಲ್ಲವಲ್ಲವೇ. ಬಳಿಕ ಈ ಉದ್ದವು 1 ಮತ್ತು 2 ರ ಎಡೆಯಲ್ಲಿರುವ ಯಾವುದಾದರೂ ಭಿನ್ನಕ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದೆಯೋ ಎಂಬ ಪ್ರಶ್ನೆ ಬರುವುದು. ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ ಭಿನ್ನಕ ಸಂಖ್ಯೆಯಾದರೂ ಅವುಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿದೆ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಂದು ಆರನೆಯ ತರಗತಿಯ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಎಂಬ ಅಧ್ಯಾಯದ ಭಿನ್ನವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಂಬ ಭಾಗವನ್ನು ವಿವರಿಸಲಾಗಿದೆ. ಆಗ ಮೇಲೆ ಸೂಚಿಸಿದ ಚೌಕದ ಭುಜದ ಉದ್ದ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದೆಯೇ ಎಂಬ ಪ್ರಶ್ನೆಯು ಯಾವುದಾದರೂ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗವು 2 ಆಗಿದೆಯೋ ಎಂಬ ಪ್ರಶ್ನೆಯಾಗಿ ಮಾರ್ಪಡುವುದು.

ಒಂದು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆ ವರ್ಗ 2 ಅಲ್ಲ ಎಂಬುವುದಕ್ಕೆ ಪಾಠ ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಸಾಧನೆಯ ಕೊನೆಯ ಭಾಗ ಇನ್ನೊಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲೂ ಆಗಬಹುದು. $x^2 = 2y^2$ ಎಂಬ ಸಮವಾಕ್ಯವು ಸರಿಯಾಗುವ ಎರಡು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಇರುವುದಾದರೆ, x, y ಎಂಬಿವುಗಳು ಎರಡು ಸಮಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಬೇಕೆಂದೂ ಅದರಂತೆ $x = 2u$, $y = 2v$ ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ, $u^2 = 2v^2$ ಎಂದಾಗುವುದು ಎಂದು ಮೊದಲ ಹಂತದಲ್ಲಿ ಕಾಣುವುದು. ಇದರಲ್ಲಿ $u < x$, $u < y$. ಆಗಿದೆ. ಆಗ ಒಂದು ಜೊತೆ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಈ ಸಮವಾಕ್ಯವನ್ನು ಪಾಲಿಸಿದರೆ, ಅದಕ್ಕಿಂತಲೂ ಸಣ್ಣ ಒಂದು ಜೊತೆ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಇದೇ ಸಮವಾಕ್ಯವನ್ನು ಅನುಸರಿಸುವುದು ಎಂದು ಲಭಿಸುವುದು. ಇದು ಅನಂತವಾಗಿ ಮುಂದುವರಿಯುವುದು ಆದರೆ, ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಅನಂತವಾಗಿ ಸಣ್ಣವಾಗುವುದಿಲ್ಲವಲ್ಲವೇ. ಆದುದರಿಂದ ಸಮವಾಕ್ಯವನ್ನು ಸರಿಹೊಂದುವ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಇಲ್ಲವೆಂದು ಕಾಣಬಹುದು.

ಅನಂತಪತನ ರೀತಿ (Infinite descent) ಎಂಬುದಾಗಿ ಈ ರೀತಿಯು ತಿಳಿಯಲ್ಪಡುತ್ತದೆ. ಫೆರ್‌ಮಾರು ಈ ರೀತಿಯನ್ನು ಮೊದಲಾಗಿ ಮಂಡಿಸಿರುವರು. ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಸಂಬಂಧವಿರುವ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಇಲ್ಲ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಲು ಅವರು ಯಾವಾಗಲೂ ಈ ವಿಧಾನವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸುವರು.

ಈ ಚರ್ಚೆಯ ಮೂಲಕ ತಲುಪುವ ನಿಗಮನಗಳನ್ನು ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಹೇಳಬಹುದು:

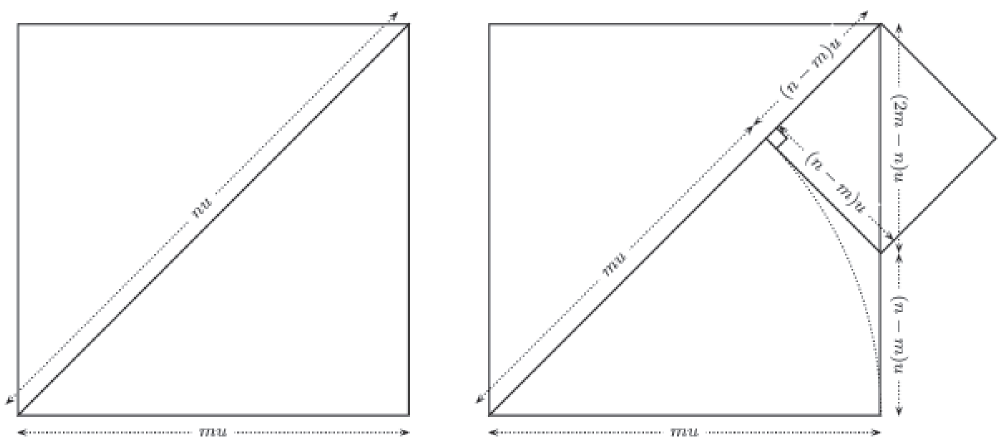
(i) ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ 1 ಮೀಟರು ಆದ ಚೌಕದ ಕರ್ಣದ ಉದ್ದ ಎಷ್ಟು ಮೀಟರು ಆಗಿದೆಯೆಂಬುದನ್ನು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆ ಅಥವಾ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಸೂಚಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾದರೆ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗವು 2 ಆಗಬೇಕು.

(ii) ಒಂದು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಮತ್ತು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗ 2 ಆಗುವುದಿಲ್ಲ.

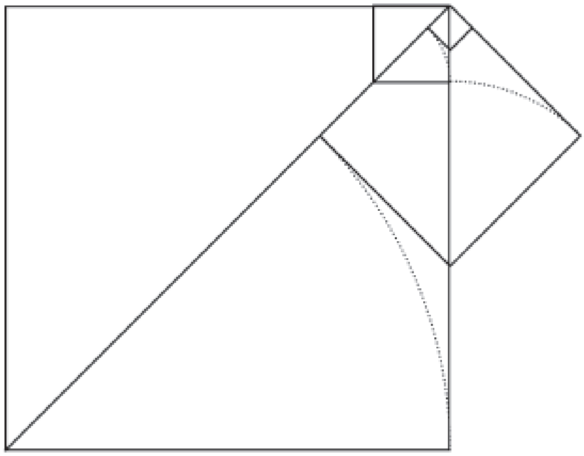
(iii) ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ 1 ಮೀಟರು ಆಗಿರುವ ಚೌಕದ ಕರ್ಣದ ಉದ್ದ ಎಷ್ಟು ಮೀಟರು ಆಗಿದೆಯೆಂಬುವುದನ್ನು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಅಥವಾ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಸೂಚಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ.

ಇಲ್ಲಿ ಚೌಕದ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ 1 ಮೀಟರು ಎಂದು ತೆಗೆದಿರುವುದು ಹೇಳಲಿರುವ ಸೌಕರ್ಯಕ್ಕಾಗಿ ಮಾತ್ರವಾಗಿದೆ. ಈ ಉದ್ದವು ಯಾವುದೇ ಆದರೂ ಕರ್ಣದ ಉದ್ದವನ್ನು ಅದರ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಮಡಿಯಾಗಿ ಹೇಳಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. ಇನ್ನೊಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಹೇಳಿದರೆ, ಒಂದು ಚೌಕದ ಮತ್ತು ಅದರ ಕರ್ಣದ ಉದ್ದಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯನ್ನು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ ಸೂಚಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ.

ಇದನ್ನು ಜ್ಯಾಮಿತೀಯವಾಗಿಯೇ ನೋಡೋಣ. ಒಂದು ಚೌಕದ ಭುಜದ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಕರ್ಣದ ಉದ್ದಗಳೊಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯು $m : n$ ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ, ಭುಜದ ಉದ್ದ mu, ಕರ್ಣದ ಉದ್ದ nu ಆಗುವ ಒಂದು ಉದ್ದ u ಇದೆಯಲ್ಲವೇ ಇದರ ಅರ್ಥ (ಎಂಟನೇ ತರಗತಿಯ **ನಿಷ್ಪತ್ತಿ** ಎಂಬ ಅಧ್ಯಾಯ) ಇನ್ನು ಈ ಚೌಕದ ಒಂದು ಭುಜದ ಉದ್ದ ಗುರುತಿಸಿ ಉಳಿದಿರುವ ಉದ್ದವನ್ನು ಭುಜವಾಗಿ ಕೆಳಗೆ ಕಾಣುವಂತೆ ಸಣ್ಣ ಚೌಕವನ್ನು ರಚಿಸಲಾಯಿತೆಂದು ಭಾವಿಸೋಣ:



ಇದರಲ್ಲಿ $m < n < 2m$ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ, m, n ಇವು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾದರೆ, $n - m$, $2m - n$ ಇವುಗಳು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೇ ಆಗಿದೆ. ಅಂದರೆ, ದೊಡ್ಡ ಚೌಕದ ಭುಜದ ಮತ್ತು ಕರ್ಣದ ಉದ್ದವು u ವಿನ ಎಣಿಕಾಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಪವರ್ತ್ಯವಾಗಿದೆ. ಈ ಕ್ರಿಯೆ ಮುಂದುವರಿದರೆ ಇದಕ್ಕಿಂತಲೂ ಸಣ್ಣ ಚೌಕಗಳ ಭುಜದ ಮತ್ತು ಕರ್ಣದ ಉದ್ದ u ವಿನ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಅಪವರ್ತ್ಯವಾಗಿಯೆಂದು ಕಾಣಬಹುದು.



ಆದರೆ ಈ ರೀತಿ ಅನಂತವಾಗಿ ಚಿಕ್ಕದಾಗುವ ಚೌಕಗಳಲ್ಲೆಲ್ಲಾ ಭುಜ ಮತ್ತು ಕರ್ಣವು u ಎಂಬ ಒಂದೇ ಉದ್ದದ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲವಲ್ಲವೇ. (ಒಂದು ಹಂತದಲ್ಲಿ ಚೌಕದ ಭುಜವು u ಗಿಂತ ಸಣ್ಣದಾಗುವುದಲ್ಲವೇ?)ಅಂದರೆ m, n ಎಂಬಿವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೊಂದು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲ.

ಅಳತೆಗಳೂ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೂ

ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿ ಹೇಳಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲದ ಕೆಲವು ದೂರಗಳನ್ನು ವರ್ಗಮೂಲಗಳಾಗಿ ಬರೆಯುವುದರ ಸಮರ್ಥನೆ ಮತ್ತು ಅವನ್ನು ಕೊನೆಗೊಳ್ಳದ ದಶಮಾಂಶಗಳಾಗಿ ಬರೆಯುವುದರ ಅರ್ಥವನ್ನು ಈ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ವಿಶದೀಕರಿಸಲಾಗಿದೆ.

ಒಂದನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಂತಿರುವ ಹೊಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಪರಿಚಯಿಸುತ್ತೇವೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ರೀತಿಯ ಹೊಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಚಯಿಸುವಾಗಲೂ ಅವುಗಳ ಅವಶ್ಯಕತೆಯನ್ನು ಸೂಚಿಸುವ ಚಿಹ್ನೆಯ ಅರ್ಥ, ಮೊದಲು ಕಂಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಆಧಾರದಲ್ಲಿ ಅವುಗಳ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನ ಮುಂತಾದ ವಿಷಯಗಳನ್ನು ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಮನವರಿಕೆ ಮಾಡಬೇಕಾಗಿದೆ.

ಉದಾಹರಣೆಗಾಗಿ, ಐದನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಮೊದಲಾಗಿ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಚಯಿಸುವುದು, ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ವಿಷಯಗಳ ಚರ್ಚೆಯ ಮೂಲಕವಾಗಿದೆ:

(i) ಒಂದು ಮೀಟರಿನ ಅರ್ಧವನ್ನು ಅರ್ಧಮೀಟರು ಎಂದು ಕರೆಯುವರು.

(ii) ಒಂದು ಮೀಟರನ್ನು 2 ಸಮಭಾಗಗಳನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಿದುದರಲ್ಲಿ 1 ಭಾಗವಾದುದರಿಂದ ಇದನ್ನು $\frac{1}{2}$ ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು.

(iii) ಯಾವುದೇ ಅಳತೆಯನ್ನು 2 ಸಮಭಾಗಗಳನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಿದುದರಲ್ಲಿ 1 ಭಾಗವನ್ನು ಅದರ $\frac{1}{2}$ ಭಾಗವೆಂದು ಹೇಳಬಹುದು.

ಇದೇ ರೀತಿ ಏಳನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಋಣಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಮಂಡಿಸುವುದು ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಾಗಿದೆ.

(i) ಕೆಲವು ಆಟಗಳಲ್ಲಿಯೂ ಮತ್ತು ಕೆಲವು ಪರೀಕ್ಷಾ ರೀತಿಗಳಲ್ಲಿಯೂ ಸೊನ್ನೆಗಿಂತಲೂ ಚಿಕ್ಕದಾದ ಸಂದರ್ಭಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸಬೇಕಾಗಿ ಬರುವುದು.

(ii) ಸೊನ್ನೆಗಿಂತಲೂ 1 ಕಡಿಮೆಯಾದ ಸಂದರ್ಭವನ್ನು -1 ಎಂದೂ ಸೊನ್ನೆಯಿಂದ $\frac{1}{2}$ ಕಡಿಮೆಯಾದ ಸಂದರ್ಭವನ್ನು $-\frac{1}{2}$ ಎಂಬುದಾಗಿ ಬರೆಯುವುದು.

(iii) ಇದುವರೆಗೆ ತಿಳಿದ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನೆಲ್ಲಾ ಧನಸಂಖ್ಯೆಗಳೆಂದೂ ಸೊನ್ನೆಗಿಂತ ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಧನಸಂಖ್ಯೆಯು ಕಡಿಮೆಯಾಗುವ ಸಂದರ್ಭವನ್ನು ಸೂಚಿಸುವ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಅದರ ಋಣವೆಂದೂ ಹೇಳುವರು.

ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಈ ಭಾಗದ ಮೊದಲ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ವಿವರವಾಗಿ ಹೇಳುವ ವಿಷಯಗಳನ್ನು ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಕ್ರೋಡೀಕರಿಸೋಣ:

(i) ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 2 ಆಗಿರುವ ಚೌಕದ ಒಂದು ಭುಜದ ಉದ್ದವನ್ನು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ ಮತ್ತು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ ಸೂಚಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ.

(ii) ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಒಂದು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಥವಾ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆ ವರ್ಗವಾಗಿರುವ ಚೌಕದ ಒಂದು ಭುಜದ ಉದ್ದವು ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ವರ್ಗಮೂಲವಾಗಿದೆ.

(iii) ಅದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 2 ಆಗಿರುವ ಚೌಕದ ಒಂದು ಭುಜದ ಉದ್ದ $\sqrt{2}$ ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು.

(iv) $\frac{14}{10}$, $\frac{141}{100}$, $\frac{141}{100}, \frac{1414}{1000}$, $\frac{14142}{10000}, \frac{141421}{100000}$ ಎಂಬಂತೆ ಆರಂಭಿಸುವ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಗಳು 2 ರ ಹತ್ತಿರ ಹತ್ತಿರ ಬರುವುದು.

(v) ಇದನ್ನು ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಸರಳಗೊಳಿಸಿ ಬರೆಯಬಹುದು. $\sqrt{2} = 1.41421...$

ಇದರಲ್ಲಿನ ಕೊನೆಯ ಎರಡು ವಿಷಯಗಳನ್ನು ಮಂಡಿಸುವಾಗ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಎಂಬ ಅಧ್ಯಾಯದಲ್ಲಿ ಹೊಸ ದಶಮಾಂಶ ರೂಪಗಳ ಕುರಿತು ಹೇಳಿರುವುದನ್ನು ನೆನಪಿಸಬೇಕು.

$\frac{1}{10}, \frac{16}{100}, \frac{166}{1000}$, ... ಎಂಬಂತೆ ಮುಂದುವರಿಯು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು $\frac{1}{6}$ ಕ್ಕೆ ಹತ್ತಿರ ಹತ್ತಿರ ಬರುವುದು ಎಂಬುದನ್ನು ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತವಾಗಿ $\frac{1}{6} = 0.1666...$ ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು.

ಹೀಗೆ 10 ರ ಘಾತಗಳು ಛೇದ ವಾಗಿರುವ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಬಹುದಾದ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಮಾತ್ರ ಸೂಚಿಸಲಿರುವ ಒಂದು ವಿಧಾನವಾಗಿ ಆರನೆಯ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಮಂಡಿಸಿದ ದಶಮಾಂಶ ರೂಪಗಳು, ಯಾವುದೇ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸಲು, ಬಳಿಕ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸಲಿರುವ ವಿಧಾನವಾಗಿ ವಿಪುಲೀಕರಿಸುವುದು. ಹಲವು ಪಾಠಪುಸ್ತಕಗಳು ಈ ರೀತಿಯ ವಿಷಯಗಳನ್ನು ಚರ್ಚಿಸದೆ ಪಕ್ಕನೆ ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಮಂಡಿಸುವುದು.

(i) p ಎಂಬ ಯಾವುದೇ ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಯೂ q ಎಂಬ ಸೊನ್ನೆಯಲ್ಲದ ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಸೇರಿಸಿ $\frac{p}{q}$ ಎಂಬ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನೆಲ್ಲಾ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಎಂದು ಕರೆಯುವರು.

(ii) ಭಿನ್ನರಾಶಿಯಲ್ಲದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಅಭಿನ್ನಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಎಂದು ಕರೆಯುವುದು.

(iii) ಉದಾಹರಣೆಗಾಗಿ $\sqrt{2}$ ಒಂದು ಅಭಿನ್ನಕ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದೆ.

(iv) $\sqrt{2}$ ರ ದಶಮಾಂಶ ರೂಪ 1.4142... ಆಗಿದೆ.

ಗಣಿತ ಶಾಸ್ತ್ರದ ರೂಪಭದ್ರವಾದ ಘಟಕ (Formal structure) ವನ್ನು ಮಾತ್ರ ಪರಿಗಣಿಸುವಾಗ ಇದರಲ್ಲಿ ತಪ್ಪಿಲ್ಲವಾದರೂ ಗಣಿತದ ಚಾರಿತ್ರಿಕ ಅಭಿವೃದ್ಧಿಯ ಮತ್ತು ಭೋಧನಾ ರೀತಿಯ ಆಧಾರದಲ್ಲಿ ಇದು ಕೇವಲ ವಿಕಲವಾಗಿದೆ. ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು, ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಋಣಗಳನ್ನು ಮಾತ್ರ ಪರಿಚಯಿಸಿದ ಮಗುವಿನಲ್ಲಿ ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಲ್ಲದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಮಂಡಿಸಿ ಪ್ರಯೋಜನವಿಲ್ಲ. ವರ್ಗವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದರ ವಿಲೋಮ ಕ್ರಿಯೆಯು ವರ್ಗಮೂಲ ಎಂದು ತಿಳಿದ ಮಗುವಿನಲ್ಲಿ, ವಿವರಣೆಯೊಂದು ಇಲ್ಲದೆ $\sqrt{2}$ ಎಂದು ಹೇಳುವುದರಲ್ಲಿ ಅರ್ಥವಿಲ್ಲ. ಅನಂತವಾಗಿ ಮುಂದುವರಿಯುವ ದಶಮಾಂಶ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಅರ್ಥವನ್ನು ಹೇಳದೆ, $\sqrt{2}$ ರ ದಶಮಾಂಶ ರೂಪವನ್ನು ಹೇಳುವುದೂ ಅಸಂಬಂಧವಾಗಿದೆ. ಯುಕ್ತಿ ಚಿಂತನೆಯ ಸೌಂದರ್ಯವಾಗಿ ಆಸ್ವಾದನೆ ಮಾಡಬೇಕಾದ ಗಣಿತವನ್ನು ಒಂದು ರೀತಿಯ ಮಂತ್ರವಾದವಾಗಿ ನಿಗೂಢಗೊಳಿಸಿ ಭಯದಿಂದ ಹಿಂಜರಿಯುವಂತೆ ಇಂತಹ ಭೋಧನಾ ರೀತಿಯು ಮಾಡುವುದು.

ಈ ಭಾಗದ ಚರ್ಚೆಯಲ್ಲಿ 1.41, 1.414 ಎಂಬೀ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲಿದೆ ಇವುಗಳನ್ನೆಲ್ಲಾ ಕ್ಯಾಲ್‌ಕುಲೇಟರನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಮಾಡಿದರೆ ಸಾಕು. ಗುಣಿಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಮಕ್ಕಳನ್ನು ಕಷ್ಟಪಡಿಸಬೇಕೆಂದಿಲ್ಲ.

ಯಾವುದಾದರೂ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮತ್ತು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗವಲ್ಲದ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗಮೂಲ ಎಂಬುದನ್ನು ಅರ್ಥೈಸಲು, ವರ್ಗಗಳು ಈ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಹತ್ತಿರ ಹತ್ತಿರ ಬರುವ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ದಶಮಾಂಶ ರೂಪಗಳನ್ನು ಈ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ಉಪಯೋಗಿಸಲಾಗಿದೆ. ದಶಮಾಂಶ ರೂಪಗಳು ಎಂಬ ಆಶಯವು ಉಂಟಾಗುವುದರ ಬಹಳ ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ, ಈ ರೀತಿಯ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲಿರುವ ವಿಧಾನವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದಿರುವುದು. ಅಭಿರುಚಿ ಇರುವ ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಇದನ್ನು ಒಂದು ಸಂಶೋಧನ ವಿಷಯವಾಗಿ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಬಹುದು.

ಉದಾಹರಣೆಗಾಗಿ ಕ್ರಿ.ಶ. ಒಂದನೇ ಶತಮಾನದಲ್ಲಿ ಗ್ರೀಕ್‌ನ ಹೆರೋನ್ ಇದಕ್ಕಾಗಿ ಕಂಡುಹಿಡಿದ ವಿಧಾನವು

ಇಂದಿನ ಬೀಜಗಣಿತ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಈ ರೀತಿಯಾಗಿ ಹೇಳಬಹುದು. ವರ್ಗಗಳು a ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಹತ್ತಿರ ಹತ್ತಿರ ಬರುವ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಮೊದಲು x_0 ಎಂಬ ಯಾವುದಾದರೊಂದು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಬೇಕು. $x_0^2 < a$ ಆದರೆ $a < \left(\frac{a}{x_0}\right)^2$ ಒಂದೂ $x_0^2 > a$ ಆದರೆ $\left(\frac{a}{x_0}\right)^2 < a$ ಎಂದೂ ಆಗುವುದು. ಅಂದರೆ a ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆಯು x_0 ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಮತ್ತು $\frac{a}{x_0}$ ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗಗಳ ಎಡೆಯಲ್ಲಾಗಿದೆ. ಆಗ ಅವುಗಳ ನೇರ ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿರುವ $\frac{1}{2}\left(x_0 + \frac{a}{x_0}\right)$ ಎಂಬ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗವು ಈ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗಿಂತ a ಗೆ ಹತ್ತಿರ ಹತ್ತಿರ ಬರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದೆ. ಇದನ್ನು ಕ್ರಮಾಗತವಾಗಿ ಉಪಯೋಗಿಸಿದರೆ ವರ್ಗಗಳು a ಗೆ ಹತ್ತಿರ ಹತ್ತಿರ ಬರುವ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಲಭಿಸುವುದು ಅಂದರೆ

ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆ x_0 ದಿಂದ ಆರಂಭಿಸಿ

$$x_n = \frac{1}{2}\left(x_{n-1} + \frac{a}{x_{n-1}}\right)$$

ಎಂದು ಅನುಕ್ರಮವಾಗಿ ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ $x_0, x_1, x_2, \ldots,$ ಎಂಬೀ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ವರ್ಗಗಳು a ಯ ಹತ್ತಿರ ಹತ್ತಿರ ಬರುವುದು.

ಇದರಂತೆ ವರ್ಗಗಳು 2 ರ ಹತ್ತಿರ ಹತ್ತಿರ ಬರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು $x_0 = 1$ ಎಂದು ತೆಗೆದು ಮುಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಈ ರೀತಿಯಾಗಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

$$\frac{1}{2}(1 + (2 \times 1)) = \frac{3}{2} \qquad \left(\frac{3}{2}\right)^2 = 2\frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{3}{2} + \left(2 \times \frac{2}{3}\right)\right) = \frac{17}{12} \qquad \left(\frac{17}{12}\right)^2 = 2\frac{1}{144}$$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{17}{12} + \left(2 \times \frac{12}{17}\right)\right) = \frac{577}{408} \qquad \left(\frac{577}{408}\right)^2 = 2\frac{1}{166464}$$

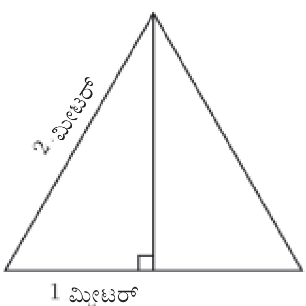
ಹೆರೋನಿನ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ವರ್ಗ a^2 ನ ಹತ್ತಿರವಿರುವ ಒಂದು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆ $\frac{p}{q}$ ಲಭಿಸಿದರೆ ಇನ್ನೂ ಹತ್ತಿರವಿರುವ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವುದು $\frac{p}{q}$ ಮತ್ತು $a \div \frac{p}{q} = \frac{aq}{p}$ ನ ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿರುವ $\frac{1}{2}\left(\frac{p}{q} + \frac{aq}{p}\right)$ ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆನ್ನಾಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ. ಅದರ ಬದಲಾಗಿ ಇವುಗಳ ಅಂಶ ಮತ್ತು ಛೇದವು ಬೇರೆ ಬೇರೆಯಾಗಿ ಕೂಡಿಸಿ ಸಿಗುವ $\frac{p+aq}{q+p}$ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಬಹುದು. (**ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು** ಎಂಬ ಅಧ್ಯಾಯದ **ದೊಡ್ಡದೂ ಚಿಕ್ಕದೂ** ಎಂಬ ಭಾಗ)

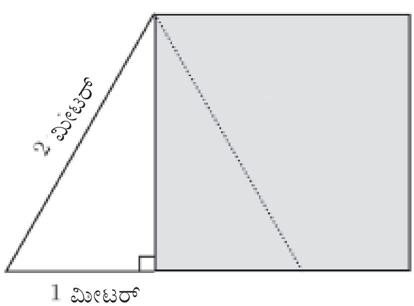
ಇದರಂತೆ ವರ್ಗಗಳು 2 ರ ಹತ್ತಿರ ಹತ್ತಿರ ಬರುವ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಈ ರೀತಿ ಬರೆಯಬಹುದು.

$\frac{p}{q}$	$\frac{q}{p}$	$\frac{2q}{p}$	$\frac{p+2q}{q+p}$	$\left(\frac{p+2q}{q+p}\right)^2$
$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{2}{1}$	$\frac{3}{2}$	$2+\frac{1}{4}$
$\frac{3}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{7}{5}$	$2-\frac{1}{25}$
$\frac{7}{5}$	$\frac{5}{7}$	$\frac{10}{7}$	$\frac{17}{12}$	$2+\frac{1}{144}$
$\frac{17}{12}$	$\frac{12}{17}$	$\frac{24}{17}$	$\frac{41}{29}$	$2-\frac{1}{841}$

ಕ್ರಿ.ಶ. ಹದಿನೈದನೆಯ ಶತಮಾನದಲ್ಲಿ ಫ್ರಾನ್ಸಿನ ನಿಕೋಲಾಸ್ ಕೆಯವರು ಈ ವಿಧಾನವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದರು. ಈ ಭಾಗದ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿರುವ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳ ಮೊದಲ ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿ, ಅತಿ ಕೆಳಗಿರುವ ತ್ರಿಕೋನದ ಕರ್ಣವು ಭುಜವಾಗಿರುವ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ 2 ಚದರ ಮೀಟರು ಎಂದೂ, ನಂತರದ ತ್ರಿಕೋನದ ಕರ್ಣ ಭುಜವಾಗಿರುವ ಚೌಕಾದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ 3 ಚದರ ಮೀಟರು ಎಂದೂ ಪಾಠಭಾಗದಲ್ಲಿ ನೋಡಿದೆವು. ಮೂರನೇ ತ್ರಿಕೋನದ ಕರ್ಣವು ಭುಜವಾಗಿರುವ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು $3+1^2=4$ ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರು ಎಂದೂ, ಕೊನೆಯ ತ್ರಿಕೋನದ ಕರ್ಣಳು ಭುಜವಾಗಿರುವ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು $4+1^2=5$ ಚದರ ಮೀಟರು ಎಂದೂ ಕಾಣಬಹುದು. ಕರ್ಣದ ಉದ್ದವು $\sqrt{5}$ ಮೀಟರು ಆಗಿದೆ.

ಎರಡನೆಯ ಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿ ತ್ರಿಕೋನದ ಉನ್ನತಿಯು ಕೆಳಗಿನ ಭುಜವನ್ನು ಸಮಭಾಗಮಾಡುವುದರಿಂದ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಈ ರೀತಿಯಾಗಿ ಬರೆಯಬಹುದು.
ಎರಡನೇ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿನ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು $2^2 - 1^2 = 3$ ಚದರ ಮೀಟರು ಎಂದೂ ಭುಜದ ಉದ್ದ $\sqrt{3}$ ಎಂದೂ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು. ಇದುವೇ ಮೊದಲ ತ್ರಿಕೋನದ ಉನ್ನತಿಯಾಗಿದೆ. ಈ ಚಿತ್ರ

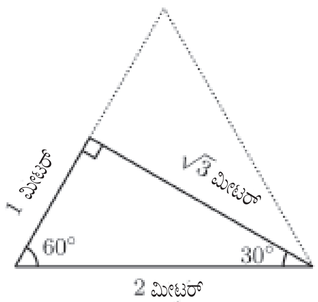




ಸಮಭುಜ ತ್ರಿಕೋನದ್ದೇ ಇನ್ನೊಂದು ಉನ್ನತಿಯನ್ನು ಎಳೆದರೆ ಲಭಿಸುವ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನವಾಗಿದೆ ಮುಂದಿನ ಚಿತ್ರ. ಮೊದಲು ನೋಡಿದಂತೆ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದವನ್ನು ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಬರೆಯಬಹುದು.

ಮೂರನೆಯ ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿ $7 = 4^2 - 3^2$ ಎಂದು ಬರೆದರೆ $\sqrt{7}$ ಸೆಂಟಿಮೀಟರು ಉದ್ದವಿರುವ ಗೆರೆಯನ್ನು

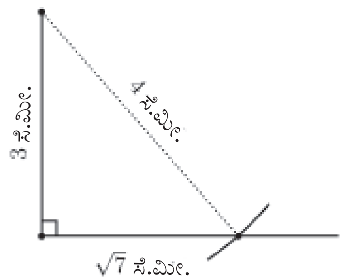
ಎಳೆಯಬೇಕು. ಮೊದಲು ಅಡ್ಡಕ್ಕೆ ಒಂದು ಗೆರೆಯನ್ನು ಎಳೆದು ಅದರ ಒಂದು ತುದಿಯಿಂದ ಲಂಬವನ್ನು ಎಳೆಯಬೇಕು. ಲಂಬದಲ್ಲಿ 3 ಸೆಂಟಿಮೀಟರನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ ಒಂದು ಬಿಂದು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿ 4 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು



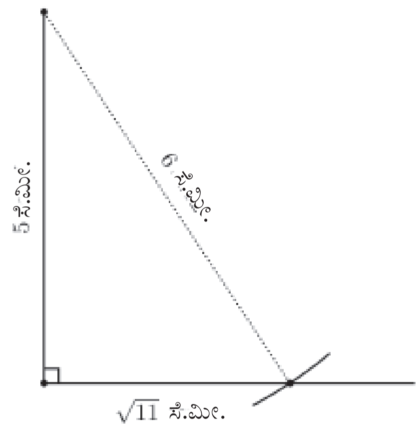
ತ್ರಿಜ್ಯದಲ್ಲಿ ವೃತ್ತಭಾಗವನ್ನು ರಚಿಸಿ, ಅಡ್ಡಕ್ಕಿರುವ ಗೆರೆಯನ್ನು ಖಂಡಿಸುವ ಬಿಂದುವನ್ನು ಗುರುತಿಸಬೇಕು.

ಇದೇ ರೀತಿ, $11 = 6^2 - 5^2$ ಎಂದು ಬರೆದರೆ, $\sqrt{11}$ ಸೆಂಟಿಮೀಟರು ಉದ್ದವಿರುವ ಗೆರೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಬಹುದು.

ನಾಲ್ಕನೆಯ ಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿ, $13 = 7^2 - 6^2$ ನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಮೂರನೆಯ ಲೆಕ್ಕದಂತೆ $\sqrt{13}$ ಸೆಂಟಿಮೀಟರು



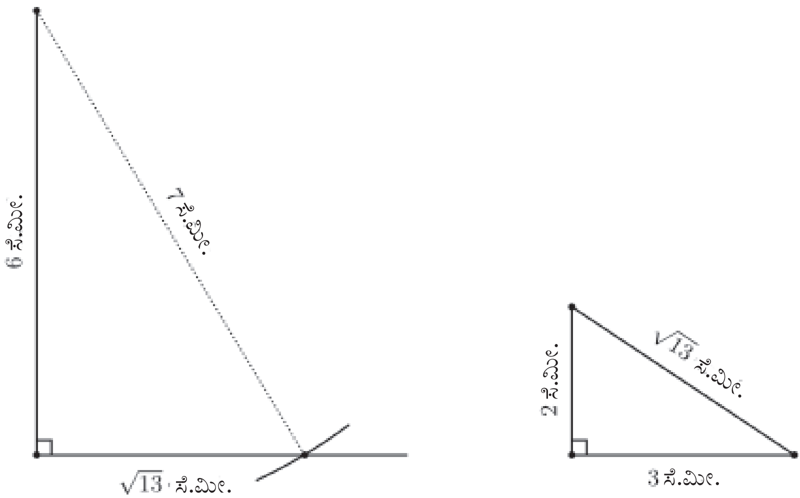
ಉದ್ದವಿರುವ ಗೆರೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಬಹುದು. $13 = 2^2 + 3^2$ ಎಂಬುದನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಇನ್ನೊಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲೂ ಮಾಡಬಹುದು.



ಐದನೆಯ ಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿ

$$\sqrt{2} = 1.4142 \ldots \qquad \sqrt{3} = 1.7320 \ldots$$

ಎಂಬುದರಿಂದ



$$\sqrt{2} < 1.5 < 1.7 < \sqrt{3}$$

ಎಂದೂ ಕಾಣಬಹುದು. ಆಗ $1.5 = 1\frac{1}{2}$, $1.6 = 1\frac{3}{5}$, $1.7 = 1\frac{7}{10}$ ಎಂಬೀ ಮೂರು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು $\sqrt{2}$ ಕ್ಕಿಂತ ದೊಡ್ಡದು ಮತ್ತು $\sqrt{3}$ ಕ್ಕಿಂತ ಚಿಕ್ಕದೂ ಆಗಿದೆಯೆಂದು ಕಾಣಬಹುದು. ಇನ್ನು ಬೇಕಾಗಿದ್ದರೆ

$$\sqrt{2} < 1.42 < 1.73 < \sqrt{3}$$

ಎಂಬುದುರಿಂದ $1\frac{42}{100}$ ರಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿ $\frac{1}{100}$ ರಂತೆ ಕೂಡಿಸಿ, $1\frac{73}{100}$ ವರೆಗೆ 32 ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು $\sqrt{2}$ ದೊಡ್ಡದು ಮತ್ತು ಕ್ಕಿಂತ $\sqrt{3}$ ಕ್ಕಿಂತ ಚಿಕ್ಕದಾಗುವುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

ಕೂಡಿಸುವುದೂ ಕಳೆಯುವುದೂ

ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸಲು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುವುದೆಂದು ಹೇಳಿದೆವಲ್ಲವೇ, ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಹಲವು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಸಂಯೋಜಿಸುವಾಗ ಲಭಿಸುವ ಹೊಸ ಅಳತೆಗಳ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರಗಳು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಕ್ರಿಯೆಗಳಾಗಿ ಮಾರ್ಪಡುವುದು.

ಉದಾಹರಣೆಗಾಗಿ $\frac{1}{3}$ ಮೀಟರು ಮತ್ತು $\frac{1}{2}$ ಮೀಟರು ಉದ್ದವಿರುವ ದಾರಗಳನ್ನು ಎರಡೂ ತುದಿಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿಟ್ಟಾಗ ಒಟ್ಟು ಉದ್ದ $\frac{5}{6}$ ಮೀಟರು ಆಗಿರುವುದರಿಂದ $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{5}{6}$ ಎಂದು ಗಣನೆಮಾಡುವುದು.

ಇದರಲ್ಲಿ $\frac{1}{3}$ ಮೀಟರು ಎಂಬುದು ಎರಡು $\frac{1}{6}$ ಮೀಟರು ಸೇರಿರುವುದೂ ಮತ್ತು $\frac{1}{2}$ ಎಂಬುದು ಮೂರು $\frac{1}{3}$ ಮೀಟರು ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ಒಟ್ಟು ಉದ್ದವು ಐದು $\frac{1}{6}$ ಮೀಟರಾಯಿತು ಎಂಬ ತಿಳುವಳಿಕೆಯಿಂದ ಲೆಕ್ಕಮಾಡಲಿರುವ ವಿಧಾನವು ತಿಳಿಯುವುದು.

$$\frac{1}{3}+\frac{1}{2}=\frac{2}{6}+\frac{3}{6}=\frac{5}{6}$$

ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಒಂದು ಅಳತೆಯಿಂದ ಇನ್ನೊಂದು ಅಳತೆಯನ್ನು ಕಳೆದರೆ ಬಾಕಿ ಉಳಿಯುವುದನ್ನು ಒಂದು ಸಣ್ಣ ಅಳತೆಗೆ ಎಷ್ಟನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದರೆ ಒಂದು ದೊಡ್ಡ ಅಳತೆಯು ಲಭಿಸುವುದು ಎಂಬೀ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಂದ ಅವುಗಳ ಪ್ರಾಯೋಗಿಕವಾದ ಪರಿಹಾರಗಳಿಂದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವ್ಯವಕಲನ ಎಂಬ ಕ್ರಿಯೆ ಮತ್ತು ಕ್ರಿಯಾ ವಿಧಾನಗಳು ರೂಪುಗೊಳ್ಳುವುವು.

ಇಂತಹ ಹಿನ್ನಲೆಯಲ್ಲಿ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿ ಬರೆಯಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲದ ಅಳತೆಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಪಟ್ಟ ಕೆಲವು ಸಮಸ್ಯೆಗಳ ಮೂಲಕ ಇಂತಹ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಂಕಲನ, ವ್ಯವಕಲನ ಎಂಬೀ ಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ಈ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ವಿವರಿಸಲಾಗಿದೆ. ಈ ಭಾಗದ ಉದಾಹರಣೆಗಳಲ್ಲಿ ಮತ್ತು ಮುಂದಿನ ಎಲ್ಲಾ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಲ್ಲಿ ಅಳತೆಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಪಟ್ಟ ಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ಮಾಡುವುದೆಂದು ಗಮನಿಸಬೇಕು. ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವಿಶೇಷತೆಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ಸಾಮಾನ್ಯವಾದ ಕ್ರಿಯಾ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಮಂಡಿಸಲು ಮಾತ್ರವೇ ಕೇವಲ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ಮಾಡುವುದು ಉತ್ತಮ. (ಉದಾಹರಣೆಗಾಗಿ, ಮುಂದಿನ ಭಾಗದ ಕೊನೆಯ ಪ್ರಶ್ನೆಯೂ ಕೊನೆಯ ಭಾಗದ ಮೂರರಿಂದ ಐದರ ವರೆಗಿರುವ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ನೋಡಿರಿ)

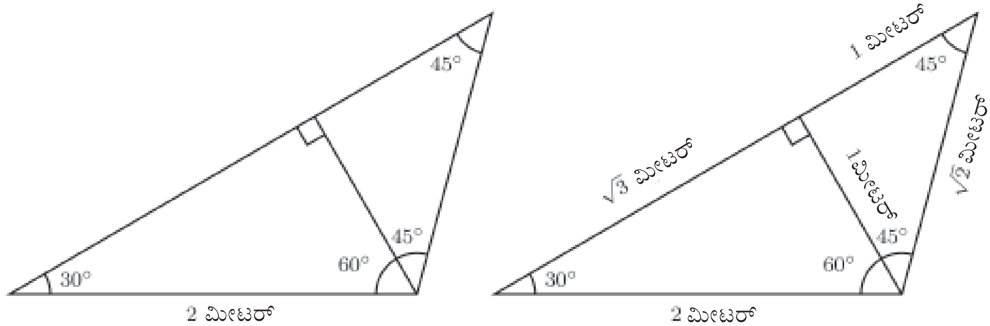
ಈ ಭಾಗದ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿರುವ ಲೆಕ್ಕಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದನೆಯದರಲ್ಲಿ ಲಂಬ ಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ಮೂರನೆಯ ಭುಜದ ಉದ್ದದ ವರ್ಗವು

$$\left(1\frac{1}{2}\right)^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2=\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\right)=2\times 1=2$$

ಆದುದರಿಂದ ಈ ಭುಜದ ಉದ್ದವು $\sqrt{2}$ ಮೀಟರು ಆಗಿದೆಯೆಂದು ಗಣನೆ ಮಾಡಬಹುದು. ಬಳಿಕ ಸುತ್ತಳತೆ $2+\sqrt{2}$ ಮೀಟರು ಎಂದೂ ಎರಡನೆಯ ಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿ ಸಮಭುಜ ತ್ರಿಕೋನದ ಅರ್ಧವಾದ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ಲಂಬ ಭುಜಗಳು 1 ಮೀಟರು ಮತ್ತು $\sqrt{3}$ ಮೀಟರು ಆಗಿದೆಯೆಂದು ಹಿಂದಿನ ಭಾಗದ ಎರಡನೇ ಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿ ನೋಡಿದೆವು. ಆಗ ಅದರ ಸುತ್ತಳತೆಯು $3+\sqrt{3}$ ಮೀಟರು ಎಂದೂ

ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು. ಎಲ್ಲಾ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಸುತ್ತಳತೆಯು 6 ಮೀಟರಾಗಿರುವುದರಿಂದ, ಸುತ್ತಳತೆಯು $6-(3+\sqrt{3})=3-\sqrt{3}$ ಕಡಿಮೆಯಾಗುವುದು ಎಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

ಮೂರನೆಯ ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿ ತ್ರಿಕೋನದ 105^0 ಶಿರದಿಂದ ಎದುರು ಭುಜಕ್ಕೆ ಲಂಬವನ್ನು ಎಳೆದು ಅದನ್ನು ಕೆಳಗಿರುವ ಮೊದಲ ಚಿತ್ರದಂತೆ ಎರಡು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನಗಳಾಗಿ ಮಾಡಬೇಕು. ಬಳಿಕ ದೊಡ್ಡ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದವನ್ನು ಮತ್ತು ಅದರಿಂದ ಸಣ್ಣ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದವನ್ನು ಎರಡನೆಯ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿರುವಂತೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.



ಆದುದರಿಂದ ಸುತ್ತಳತೆ $3+\sqrt{3}+\sqrt{2}$ ಮೀಟರು ಎಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

ನಾಲ್ಕನೆಯ ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ ಈ ರೀತಿಯಾಗಿ ಕ್ರಮವಾಗಿ ಬರೆಯಬಹುದು.

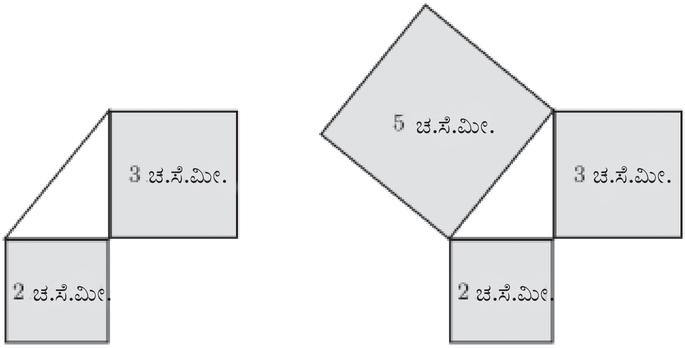
1ನೇ ತ್ರಿಕೋನ $1, 1, \sqrt{2}$

2ನೇ ತ್ರಿಕೋನ $1, \sqrt{2}, \sqrt{3}$

3ನೇ ತ್ರಿಕೋನ $1, \sqrt{3}, \sqrt{4}$

ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ 10 ನೇ ತ್ರಿಕೋನದ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ $1, \sqrt{10}, \sqrt{11}$ ಮೀಟರು ಎಂದು ಸಿಗುವುದು. ಅದರ ಸುತ್ತಳತೆ $1+\sqrt{10}+\sqrt{11}$ ಮೀಟರು ಎಂದೂ ಸಿಗುವುದು. ಇದೇ ರೀತಿ 9 ನೇ ತ್ರಿಕೋನದ ಸುತ್ತಳತೆ $1+\sqrt{9}+\sqrt{10}$ ಮೀಟರು, ಸುತ್ತಳತೆಯಲ್ಲಿನ ಹೆಚ್ಚಳ $\sqrt{11}-\sqrt{9}$ ಮೀಟರು. ಬೀಜಗಣಿತ ಭಾಷೆಯಲ್ಲಿ n+1 ತ್ರಿಕೋನದ ಮತ್ತು n-ನೇ ತ್ರಿಕೋನದ ಸುತ್ತಳತೆಗಳೊಳಗಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸವು $\sqrt{n+1}-\sqrt{n-1}$ ಆಗಿದೆ ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು.

ಕೊನೆಯ ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿ, ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ $\sqrt{2}$ ಸೆಂಟಿಮೀಟರು, $\sqrt{3}$ ಸೆಂಟಿಮೀಟರು ಎಂದು ಹೇಳುವುದರ ಅರ್ಥವು, ಅವುಗಳನ್ನು ಭುಜಗಳಾಗಿ ರಚಿಸುವ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು 2 ಚದರ ಮೀಟರು, 3 ಚದರ ಮೀಟರು ಎಂದಾಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ, ಆಗ ಪೈಥಗೋರಸನ ಸಿದ್ಧಾಂತದ ಪ್ರಕಾರ ಕರ್ಣವು ಭುಜವಾಗಿರುವ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 5 ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರು ಆಗಿದೆ.



ಆಗ ಹೊಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯುವ ರೀತಿಯಂತೆ ಕರ್ಣದ ಉದ್ದ $\sqrt{5}$ ಸೆಂಟಿಮೀಟರು. ಇಲ್ಲಿ ಲಂಬಭುಜಗಳ ಉದ್ದ $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ಕರ್ಣವು ವರ್ಗವು $2 + 3 = 5$. ಆಗ ಕರ್ಣದ ಉದ್ದವು $\sqrt{5}$ ಎಂದು ಹೇಳುವುದರಲ್ಲಿ ಸ್ವಲ್ಪ ತೊಂದರೆಯಿದೆ. ಭಿನ್ನಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲದ $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ ರಂತಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗ ಎಂದು ಹೇಳುವುದರ ಅರ್ಥವು ಬೇಕಾದರೆ ಇಂತಹ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಾಕಾರವಾಗಿದೆಯೆಂದು ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಬೇಕು. ಅದರ ಬಳಿಕವೇ ಉದ್ದಗಳು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲದ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನಗಳಲ್ಲಿ ಪೈಥಗೋರಸ್‌ನ ಸಿದ್ಧಾಂತವನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಉದ್ದಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಹೇಳಲು ಸಾಧ್ಯ. ಆದರೆ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಈ ಸಿದ್ಧಾಂತವನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಯಾವಾಗಲೂ ಹೇಳಬಹುದು. (ಏಳನೆಯ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಈ ತತ್ವವನ್ನು ಮಂಡಿಸಿರುವುದು ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಪಟ್ಟಿದೆ)

ಇನ್ನು ಈ ತ್ರಿಕೋನದಲ್ಲಿ ಲಂಬ ಭುಜಗಳ ಮೊತ್ತವು ಕರ್ಣಗಳ ಉದ್ದಕ್ಕಿಂತ $(\sqrt{2}+\sqrt{3}) - \sqrt{5} \approx 0.9$ ಸೆಂಟಿಮೀಟರು ಹೆಚ್ಚಾಗಿದೆಯೆಂದು ತಿಳಿಯಹುದು.

ಈ ತ್ರಿಕೋನದ ಚಿತ್ರದಿಂದಲೇ $(\sqrt{2}+\sqrt{3}) > \sqrt{5}$ ಎಂದು ಕಾಣಬಹುದು. ಆಗ

$$\sqrt{2}+\sqrt{3} \neq \sqrt{2+3}$$

ಎಂದು ತಿಳಿಯಬಹುದು. ಮುಂದಿನ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ಇಂತಹ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ನಿರ್ವಚಿಸಿದರೆ

$$\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{2 \times 3}$$

ಎಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

ಗುಣಾಕಾರ

ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾದರೂ ಸಂಕಲನ ಎಂಬ ಗಣಿತ ಕ್ರಿಯೆಯ ಆಧಾರವು ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಸೂಚಿಸುವ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿಡುವುದರ ಒಟ್ಟು ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಭೌತಿಕ ಕ್ರಿಯೆಯಾಗಿದೆಯೆಂಬುದನ್ನು ನೋಡಿದ್ದೀರಲ್ಲವೇ. ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಾಕಾರ ಎಂಬ ಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಈ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ವಿವರಿಸಲಾಗಿದೆ.

ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮತ್ತು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಾಕಾರ ಎಂಬ ಕ್ರಿಯೆಯು ರೂಪುಗೊಳ್ಳುವುದು ಅಳತೆಗಳ ಮಡಿ ಮತ್ತು ಭಾಗವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಭೌತಿಕ ಸಮಸ್ಯೆಗಳಿಂದಾಗಿದೆ ಎಂದು ಆರನೆಯ ತರಗತಿಯ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಎಂಬ **ಅಧ್ಯಾಯದಲ್ಲಿ** ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಲಾಗಿದೆ. ಉದಾಹರಣೆಗಾಗಿ

2 ಮೀಟರಿನ 5 ಮಡಿ 10 ಮೀಟರು $\quad 2 \times 5 = 10$

$\frac{1}{2}$ ಮೀಟರಿನ 5 ಮಡಿ $2\frac{1}{2}$ ಮೀಟರು $\quad \frac{1}{2} \times 5 = 2\frac{1}{2}$

2 ಮೀಟರಿನ $\frac{3}{4}$ ಮಡಿ $1\frac{1}{2}$ ಮೀಟರು $\quad 2 \times \frac{3}{4} = 1\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$ ಮೀಟರಿನ $\frac{3}{4}$ ಮಡಿ $\frac{3}{8}$ ಮೀಟರು $\quad \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$

ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ $\sqrt{2}$ ಮೀಟರಿನ 4 ಮಡಿಯನ್ನು $\sqrt{2} \times 4$ ಮೀಟರು ಎಂದೂ $\sqrt{2}$ ಮೀಟರಿನ $\frac{1}{2}$ ಭಾಗವನ್ನು $\sqrt{2} \times \frac{1}{2}$ ಮೀಟರು ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದೆಂದೂ ಇದನ್ನು ಸಾಧಾರಣವಾಗಿ $4\sqrt{2}$, $\frac{1}{2}\sqrt{2}$ ಎಂಬುದಾಗಿ ಬರೆಯುದೆಂಬುದೆಂದು ಹೇಳಿಕೊಂಡು ಈ ಭಾಗವನ್ನು ಪ್ರಾರಂಭಿಸುವುದು. ಅದಕ್ಕೆ ಮೊದಲಾಗಿ ಮೇಲೆ ಹೇಳಿದ ಉದಾಹರಣೆಗಳಿಂದ ಆರನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಗುಣಾಕಾರದಲ್ಲಿ ನೋಡಿದ ವಿಷಯಗಳನ್ನು ನೆನಪಿಸಬೇಕು.

ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ $1, \sqrt{3}$ ಆದರೂ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು $1 \times \sqrt{3} = \sqrt{3}$ ಆಗಿದೆಯೆಂದು ತೋರಿಸುವುದಕ್ಕಿಂತ ಮೊದಲು ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೂ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೂ ಆಗಿರುವ ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿದೆಯೆಂದು ಐದನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲೂ, ಆರನೆಯ ತರಗತಿಯಲ್ಲೂ ಕಲಿತಿರುವುದನ್ನು ನೆನಪಿಸಬೇಕು. ಬಳಿಕ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ $\sqrt{3}$, $\sqrt{2}$ ಆಗಿರುವ ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು $\sqrt{3} \times \sqrt{2}$ ಎಂದು ಬರೆಯುವುದೆಂದು ಹೇಳಬೇಕು.

ಭಿನ್ನರಾಶಿಯಲ್ಲದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನೆಲ್ಲಾ ಉದ್ದಗಳಾಗಿ ಈ ಪಾಠ ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ (ಚರಿತ್ರೆಯಲ್ಲಿಯೂ) ಪ್ರತ್ಯಕ್ಷವಾಗುವುದು. ಆಗ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದಗಳು ಇಂತಹ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾದ ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳಾಗಿ ಇವುಗಳ ಗುಣಾಕಾರವನ್ನು ನಿರ್ವಹಿಸುವುದು ಉತ್ತಮವಾಗಿದೆ. ಗುಣಿಸುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಸರಿ ಸುಮಾರು ಸಮಾನವಾದ

ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿ ಗುಣಲಬ್ಧಕ್ಕೆ ಸರಿಸುಮಾರು ಸಮಾನವಾದ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕು. ಇದರ ವಿಲೋಮವಾಗಿ ಸರಿಸುಮಾರು ಸಮಾನ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸುವ ಅಂಕ ಗಣಿತದ ಮೂಲಕ ಅಭಿನ್ನಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಾಕಾರವನ್ನು ನಿರ್ವಹಿಸುವುದು ಮತ್ತು ಮುಂದೆ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವಾಗಿ ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನವನ್ನು ನೀಡಬಹುದಾಗಿದೆ. ಹೇಗಾದರೂ ಅಭಿನ್ನಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಾಕಾರ ಎಂಬ ಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ನಿರ್ವಹಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ.

ಇಲ್ಲಿ $\sqrt{3}\times\sqrt{2}$ ಎಂಬ ಗುಣಲಬ್ಧಕ್ಕೂ $\sqrt{6}$ ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆಗೂ ಒಂದೇ ದಶಮಾಂಶ ರೂಪವಿರುವುದರಿಂದ ಅವು ಸಮಾನವಾಗಿರುವುದೆಂದು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳುವುದು. ಇದರ ಹಂತಗಳನ್ನು ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಚುಟುಕಾಗಿ ಹೇಳಬಹುದು. ಮೊದಲು ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ಆಶಯಗಳಿಂದ $\sqrt{3}\times\sqrt{2}$ ರ ದಶಮಾಂಶ ರೂಪವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು.

(i) ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ($\sqrt{3}$, $\sqrt{2}$) ಆಗಿರುವ ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು $\sqrt{3}\times\sqrt{2}$ ಆಗಿದೆ ಎಂದು ನಿರ್ವಚಿಸುವುದು.

(ii) ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ (1.7, 1.4), (1.73, 1.41), (1.732, 1.414)... ಆಗಿರುವ ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು, ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ($\sqrt{3}$, $\sqrt{2}$) ಆಗಿರುವ ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಕ್ಕೆ ಹತ್ತಿರ ಹತ್ತಿರವಿರುವುದು.

(iii) 1.7×1.4, 1.73×1.41, 1.732×1.414... ಎಂಬೀ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳು $\sqrt{3}\times\sqrt{2}$ ಎಂಬ ಗುಣಲಬ್ಧಕ್ಕೆ ಹತ್ತಿರ ಹತ್ತಿರ ಬರುವುದು.

(iv) $\sqrt{3}\times\sqrt{2} = 2.449...$

ಮುಂದಿನದ್ದಾಗಿ ಸಂಖ್ಯಾ ಶ್ರೇಣಿಯ ಮೂಲಕ $\sqrt{6}$ ರ ದಶಮಾಂಶ ರೂಪವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು.

(i) 1.7, 1.73, 1.732 ಎಂಬೀ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಗಳು 3 ಕ್ಕೆ ಮತ್ತು 1.4, 1.44, 1.414 ಎಂಬೀ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಗಳು 2ರ ಹತ್ತಿರ ಹತ್ತಿರ ಬರುವುದು.

(ii) ಈ ವರ್ಗಗಳ ಗುಣಲಬ್ದಗಳು 6 ರ ಹತ್ತಿರ ಹತ್ತಿರ ಬರುವುದು.

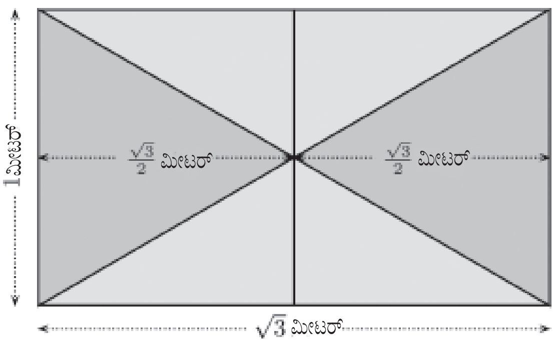
(iii) ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮತ್ತು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಗುಣಲಬ್ದವು ಗುಣಲಬ್ದದ ವರ್ಗವಾಗಿದೆ.

(iv) $(1.7\times1.4)^2$, $(1.73\times1.41)^2$, $(1.732\times1.414)^2$... ಎಂಬೀ ವರ್ಗಗಳು 6 ರ ಹತ್ತಿರ ಹತ್ತಿರ ಬರುವುದು.

(v) 2.4, 2.44, 2.449 ಎಂಬೀ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಗಳು 6 ರ ಹತ್ತಿರ ಹತ್ತಿರ ಬರುವುದು.

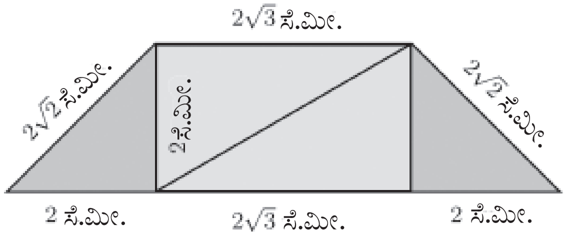
(vi) ವರ್ಗಮೂಲಗಳ ದಶಮಾಂಶ ರೂಪದ ನಿರ್ವಚನದ ಪ್ರಕಾರ $\sqrt{6} = 2.449...$ ಆಗಿದೆ.

ಈ ಭಾಗದ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿರುವ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳ ಮೊದಲ ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿ ಮೊದಲು ಮಾಡಿದ ಕೆಲವು ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ನೆನಪಿಸಿದರೆ ಆಯತದ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದವನ್ನು ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.



ಆಗ ಸುತ್ತಳತೆಯು $2(\sqrt{3}+1)$ ಮೀಟರು, ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು $\sqrt{3}$ ಚದರ ಮೀಟರು.

ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಎರಡನೆಯ ಪ್ರಶ್ನೆಯ ಸಮಲಂಬದ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯೋಣ.



ಆಗ ಸುತ್ತಳತೆಯು $4(1+\sqrt{2}+\sqrt{3})$ ಸೆಂಟಿಮೀಟರು

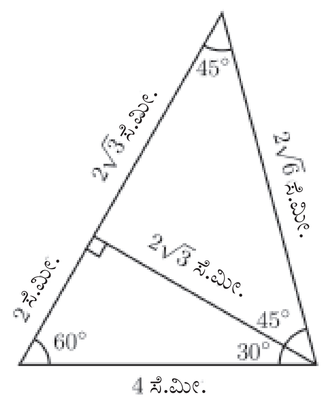
$\frac{1}{2} \times 2 \times 4(1+\sqrt{3}) = 4(1+\sqrt{3})$ ಚದರ ಸೆಂಟಿಮೀಟರು ಎಂದು ತಿಳಿಯಬಹುದು.

ಮೂರನೆಯ ಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿ 75^0 ಕೋನದಿಂದ ಎದುರು ಭುಜಕ್ಕೆ ಲಂಬವನ್ನು ಎಳೆದರೆ ಉದ್ದವನ್ನು ಈ ರೀತಿಯಾಗಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

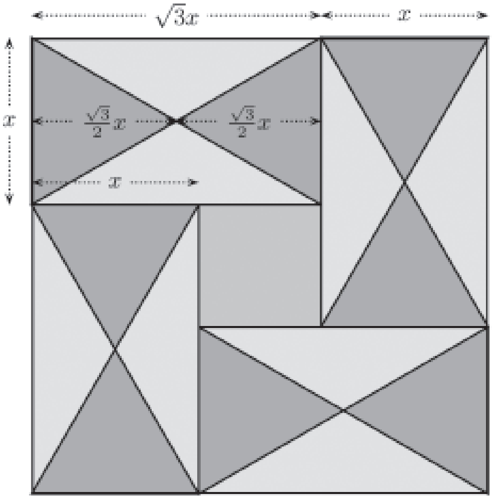
ಇದರಿಂದ ಸುತ್ತಳತೆ $6+2(\sqrt{3}+\sqrt{6})$ ಸೆಂಟಿಮೀಟರು ಎಂದು ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು

$\frac{1}{2} \times 2(1+\sqrt{3}) \times 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3}(1+\sqrt{3})$ ಚೆ.ಸೆ.ಮೀ

ಎಂದು ಸಿಗುವುದು.



ನಾಲ್ಕನೆಯ ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿ ಸಮಭುಜತ್ರಿಕೋನಗಳ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ x ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ, ಕೆಳಗೆ ಕಾಣುವಂತೆ ಉದ್ದಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.



ಇದರಿಂದ ದೊಡ್ಡ ಚೌಕದ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ $(\sqrt{3}+1)\,x$ ಮತ್ತು ಸಣ್ಣ ಚೌಕದ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ $(\sqrt{3}-1)\,x$ ಎಂದೂ ಸಿಗುವುದು. ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯು $\sqrt{3}+1;\ \sqrt{3}-1$.

ಐದನೆಯ ಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿ ಒಂದನೆಯ ಲೆಕ್ಕದ ಗುಣಲಬ್ಧ 4, ನಾಲ್ಕನೆಯ ಲೆಕ್ಕದ ಗುಣಲಬ್ಧ 1 ಎರಡನೆಯ ಮತ್ತು ಮೂರನೆಯ ಪ್ರಶ್ನೆಯ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಯೋ, ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಯೂ ಅಲ್ಲ ಎಂಬುದನ್ನು ಮನಸ್ಸಿನಲ್ಲಿಯೇ ಲೆಕ್ಕಹಾಕಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

$\sqrt{7\frac{1}{2}} \times \sqrt{3\frac{1}{3}} = \sqrt{\frac{15}{2}\times\frac{10}{3}} = \sqrt{25} = 5$ ಐದನೆಯ ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿ ಎಂದೂ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

ಭಾಗಾಕಾರ

ಅಳತೆಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಮೂರು ರೀತಿಯ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು ಅವುಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಭಾಗಾಕಾರ ಎಂಬ ಗಣಿತಕ್ರಿಯೆಯತ್ತ ಮುನ್ನಡೆಸುವುದು.

(1) ಒಂದು ಅಳತೆಯನ್ನು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಅಳತೆಗಳಿರುವ ಸಮಭಾಗಗಳನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಬೇಕು.

(2) ಒಂದು ಅಳತೆಯ ಎಷ್ಟು ಮಡಿ ಅಥವಾ ಭಾಗವು ಇನ್ನೊಂದು ಅಳತೆಯಾಗಿರುವುದು.

(3) ಒಂದು ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಮತ್ತು ಒಂದು ಭುಜದ ಉದ್ದವನ್ನು ತಿಳಿದರೆ ಇನ್ನೊಂದು ಭುಜದ ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕು.

ಅಳತೆಗಳು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೊ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೊ ಆದರೆ ಇವುಗಳೆಲ್ಲಾ ಗುಣಾಕಾರದ ವಿಲೋಮ ಕ್ರಿಯೆಯಾಗಿ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಬೇಕು.

ಭೌತಿಕ ಸಮಸ್ಯೆ	ಗಣಿತ ಸಮಸ್ಯೆ
6 ಮೀಟರು ಉದ್ದವಿರುವ ದಾರವನ್ನು 4 ಸಮಭಾಗಗಳನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಿದರೆ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ತುಂಡಿನ ಉದ್ದವು ಎಷ್ಟು ಮೀಟರಾಗಿದೆ?	4 ನ್ನು ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿದರೆ 6 ಲಭಿಸುವುದು?
6 ಮೀಟರು ಉದ್ದವಿರುವ ದಾರವನ್ನು $1\frac{1}{2}$ ಮೀಟರು ಉದ್ದವಿರುವ ಎಷ್ಟು ತುಂಡುಗಳನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಬಹುದು?	$1\frac{1}{2}$ ಗೆ ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿದರೆ 6 ಲಭಿಸುವುದು?
$1\frac{1}{2}$ ಲೀಟರು ನೀರಿನಿಂದ ಒಂದು ಪಾತ್ರೆಯ $\frac{3}{4}$ ಭಾಗವನ್ನು ತುಂಬಿಸಲಾಯಿತು. ಪಾತ್ರೆಯಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಲೀಟರು ನೀರು ತುಂಬಬಹುದು?	ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು $\frac{3}{4}$ ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದರೆ $1\frac{1}{2}$ ಲಭಿಸುವುದು.
ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $\frac{1}{2}$ ಚದರ ಮೀಟರು ಮತ್ತು ಒಂದು ಭುಜದ ಉದ್ದ $\frac{3}{4}$ ಮೀಟರು ಆಗಿರುವ ಆಯತದ ಇನ್ನೊಂದು ಭುಜದ ಉದ್ದ ಎಷ್ಟು ಮೀಟರಾಗಿದೆ?	$\frac{3}{4}$ ನ್ನು ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿದರೆ $\frac{1}{2}$ ಲಭಿಸುವುದು?

ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿರುವ ವಿಶ್ಲೇಷಣೆಗಳು ಮತ್ತು ಲೆಕ್ಕಾಚಾರಗಳನ್ನು ಆರನೇ ತರಗತಿಯ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಎಂಬ ಅಧ್ಯಾಯದಲ್ಲಿ ಮಾಡಲಾಗಿದೆ. ಈ ರೀತಿ ಗುಣಾಕಾರದ ವಿಲೋಮ ಕ್ರಿಯೆ ಮಾಡುವುದನ್ನು ಭಾಗಾಕಾರವೆಂಬುದನ್ನು ಇಲ್ಲಿ ವಿವರಿಸಲಾಗಿದೆ. ಉದಾಹರಣೆಗಾಗಿ,

$\frac{3}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{2}$ ಅಂದರೆ, $\frac{3}{4}$ ನ್ನು $\frac{2}{3}$ ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದರೆ

ಎಂಬುದನ್ನು

$\frac{1}{2} \div \frac{3}{4} = \frac{2}{3}$ ಅಂದರೆ, $\frac{1}{2}$ ನ್ನು $\frac{3}{4}$ ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದರೆ $\frac{2}{3}$

ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದು.

ಅಳತೆಗಳೆಲ್ಲವೂ ಅಭಿನ್ನಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾದರೆ ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಸಮಭಾಗಗಳನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಬಹುದಲ್ಲವೇ. ಮಡಿ ಮತ್ತು ಭಾಗವನ್ನು ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡಲು ಭಾಗಾಕಾರವನ್ನು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. ಆದರೆ ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಮತ್ತು ಒಂದು ಭುಜದ ಉದ್ದವನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಇನ್ನೊಂದು ಭುಜದ ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದಾಗಿ ಮಂಡಿಸಬಹುದು. ಆದುದರಿಂದ ಪಾಠಭಾಗದಲ್ಲಿನ ಸಂಖ್ಯಾಪರವಾದ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನದ ಮೊದಲು ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿರುವ ಕೆಲವು ಲೆಕ್ಕಗಳಾಗಬಹುದು. ಉದಾಹರಣೆಗಾಗಿ,

> ಒಂದು ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $\sqrt{10}$ ಚದರಮೀಟರು ಮತ್ತು ಒಂದು ಭುಜದ ಉದ್ದ $\sqrt{2}$ ಮೀಟರಾಗಿದೆ. ಇನ್ನೊಂದು ಭುಜದ ಉದ್ದ ಎಷ್ಟು ಮೀಟರಾಗಿದೆ?

ಎಂಬ ಪ್ರಶ್ನೆಯ ಗಣಿತ ಕ್ರಿಯಾರೂಪವನ್ನು ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಬರೆಯಬಹುದು. ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು $\sqrt{2}$ ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದರೆ $\sqrt{10}$ ಲಭಿಸುವುದು?

ಬಳಿಕ, ಮೊದಲ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ನೋಡಿದ,

$$\sqrt{2} \times \sqrt{5} = \sqrt{10}$$

ಎಂಬ ಗುಣಾಕಾರ ಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಭಾಗಾಕಾರವಾಗಿ ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಬರೆಯಬಹುದೆಂದು ಹೇಳಬಹುದು.

$$\sqrt{10} \div \sqrt{2} = \sqrt{5}$$

ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಭಾಗಾಕಾರ ಎಂಬುದಾಗಿ ಆರನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಹೇಳಿರುವುದನ್ನು ನೆನಪಿಸಬಹುದು. ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿನ ಉದಾಹರಣೆಗಳ ಬಳಿಕ ಪಾಠಭಾಗದಲ್ಲಿನ ವಿವರಣೆಗಳನ್ನು ಚರ್ಚಿಸಬಹುದು.

ಈ ಭಾಗದ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿರುವ ಪ್ರಶ್ನೆಯ ಮೊದಲ ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿ ತ್ರಿಕೋನದ ಭುಜದ ಉದ್ದದ ಅರ್ಧವನ್ನು $\sqrt{3}$ ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿರುವುದಾಗಿದೆ 4 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು, ಆಗ $\sqrt{3}$ ಎಂಬುದು ಭುಜದ ಉದ್ದವನ್ನು 4 ಸೆಂಟಿಮೀಟರಿನಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದುದರ ಎರಡು ಮಡಿ, ಅಂದರೆ $\frac{8}{\sqrt{3}}$ ಸೆಂಟಿಮೀಟರು, ಇನ್ನು

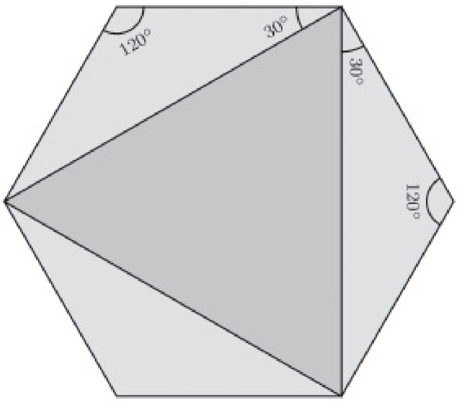
$$\frac{8}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{64}{3}} = \sqrt{\frac{64 \times 3}{9}} = \frac{\sqrt{64 \times 3}}{\sqrt{9}} = \frac{8\sqrt{3}}{3}$$

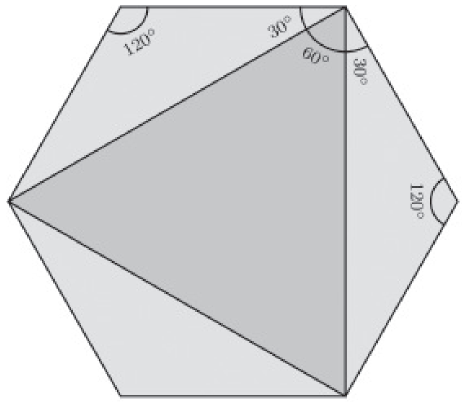
ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು. $\sqrt{3} \approx 1.732$ ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ

$$\frac{8\sqrt{3}}{3} \approx \frac{13.856}{3} \approx 4.618$$

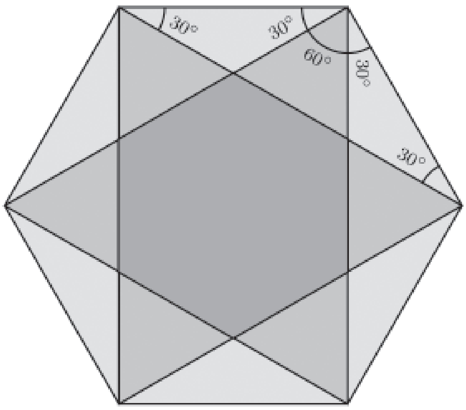
ಆಗ ತ್ರಿಕೋನದ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ ಸರಿಸುಮಾರು 4 ಸೆಂಟಿಮೀಟರು 6 ಮಿಲಿಮೀಟರು ಎರಡನೆಯ ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿ ಷಡ್ಭುಜದೊಳಗಿರುವ ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ಮಾತ್ರ ರಚಿಸಿದರೆ,

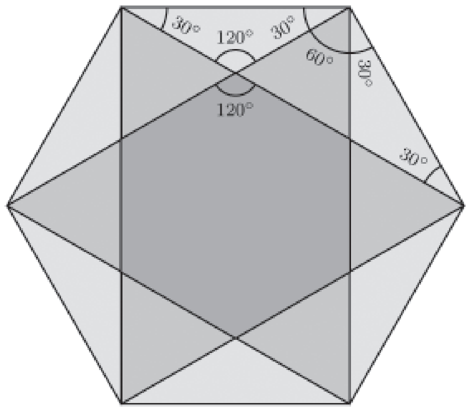
ಕೆಲವು ಕೋನಗಳನ್ನು ಕೆಳಗೆ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.





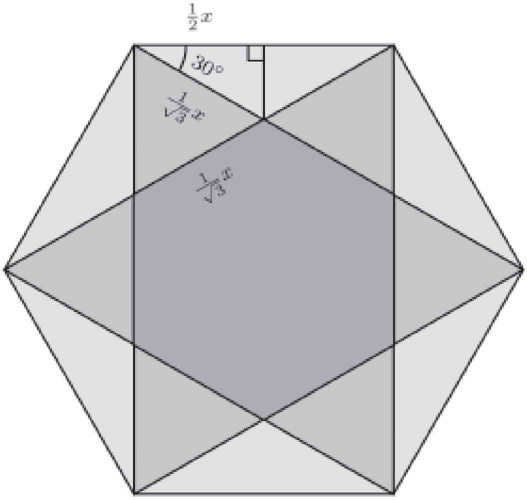
ಎರಡನೇ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಿದರೆ ಇನ್ನು ಕೆಲವು ಕೋನಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.



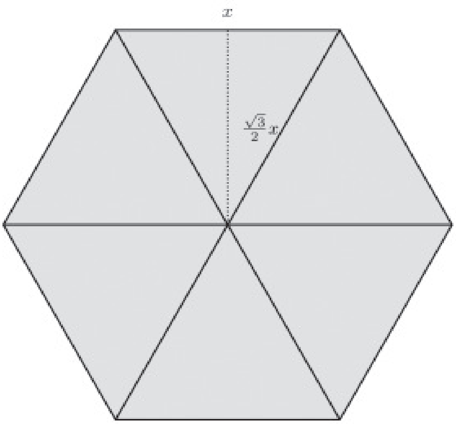


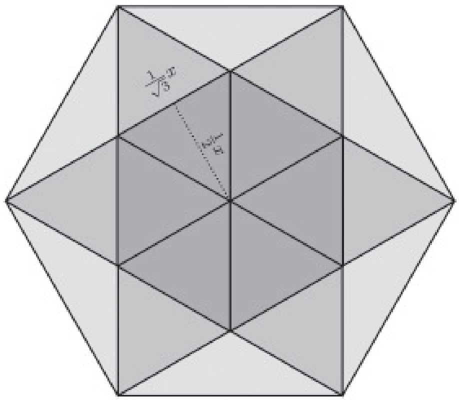
ಹೀಗೆ ಸಣ್ಣ ಷಡ್ಭುಜದ ಕೋನಗಳೆಲ್ಲವೂ ಸಮಾನವಾಗಿದೆಯೆಂದು ಕಂಡುಬರುವುದು. ಬಳಿಕ ಅದರ ಭುಜಗಳಲ್ಲಿರುವ ತ್ರಿಕೋನಗಳೆಲ್ಲವೂ ಸಮಾನವಾಗಿದೆಯೆಂದೂ ಆದುದರಿಂದ ಭುಜಗಳೆಲ್ಲವೂ ಸಮಾನವಾಗಿದೆಯೆಂದು ಕಾಣಬಹುದು.

ಈ ಲೆಕ್ಕದ ಎರಡನೇ ಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿ ದೊಡ್ಡ ಷಡ್ಭುಜದ ಭುಜದ ಉದ್ದ x ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ ಸಣ್ಣ ಷಡ್ಭುಜದ ಉದ್ದ ಕೆಳಗಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿರುವಂತೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.



ಮೂರನೆಯ ಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಈ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ನೋಡಿರಿ:





ದೊಡ್ಡ ಷಡ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$$6 \times \frac{1}{2} \times x \times \frac{\sqrt{3}}{2}x = \frac{3\sqrt{3}}{2}x^2$$

ಸಣ್ಣ ಷಡ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$$6 \times \frac{1}{\sqrt{3}} \times x \times \frac{1}{2}x = \frac{\sqrt{3}}{2}x^2$$

ಅಂದರೆ ಸಣ್ಣ ಷಡ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ದೊಡ್ಡ ಷಡ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಮೂರನೇ ಒಂದು ಭಾಗವಾಗಿದೆ.

ಮೂರನೆಯ ಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿ ಗಮನಿಸಬೇಕಾದ ವಿಷಯವೇನೆಂದರೆ ಎಂಟನೆಯ ತರಗತಿಯ ಸರ್ವಸಮವಾಕ್ಯಗಳನ್ನು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮತ್ತು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಮಾತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಸಾಧಿಸಿರುವುದಾಗಿದೆ. ಅವುಗಳೆಲ್ಲವನ್ನೂ ಅಭಿನ್ನಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದಲೂ ಸಾಧಿಸಬಹುದು. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಲೆಕ್ಕವು ಅದಕ್ಕೂ ಉದಾಹರಣೆಯಾಗಿದೆ.

ಪಾಠ ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ $\sqrt{3}\times\sqrt{2}$ ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ರೀತಿಯಲ್ಲಿಯೇ ಈ ಗುಣಾಕಾರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

(1) $(1.4-1)(1.4+1)$, $(1.41-1)$, $(1.41+1)$, $(1.414-1)(1.414+1)$ ಎಂಬೀ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳು $(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)$ ಎಂಬ ಗುಣಲಬ್ಧದ ಹತ್ತಿರ ಹತ್ತಿರ ಬರುವುದು.

(i) ಮೊದಲ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳನ್ನು ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

$$(1.4-1)(1.4+1) = (1.4)^2-1)$$
$$(1.41-1)(1.41+1) = (1.41)^2-1)$$
$$(1.414-1)(1.414+1) = (1.414)^2-1)$$

(ii) 1.42^2, 1.41^2, 1.414^2, ... ಎಂಬೀ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 2 ರ ಹತ್ತಿರ ಹತ್ತಿರ ಬರುವುದು.

(iii) ಮೇಲೆ ಬರೆದ ವರ್ಗವ್ಯತ್ಯಾಸಗಳು $2-1=1$ ಹತ್ತಿರ ಹತ್ತಿರ ಬರುವುದು.

(2) $(1.4-1)(1.4+1)$, $(1.41-1)$, $(1.41+1)$, $(1.414-1)(1.414+1)$ ಎಂಬೀ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳು 1 ರ ಹತ್ತಿರ ಹತ್ತಿರ ಬರುವುದು.

ಇದರಲ್ಲಿನ (1), (2) ಎಂಬೀ ನಿಗಮನಗಳಿಂದ $(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)$ ಎಂದು ತಿಳಿಯಬಹುದು. ಇದನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ

$$\frac{1}{\sqrt{2}-1} = \sqrt{2}+1 \approx 1.41+1 = 2.41$$

ಎಂದೂ, ಮುಂದಿನ ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿ

$$\frac{1}{\sqrt{2}+1} = \sqrt{2}-11 \approx 1.41-1 = 0.41$$

ಎಂದೂ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.
ಐದನೆಯ ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿನ, ಮೊದಲ ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿ

$$\sqrt{2\frac{2}{3}} = \sqrt{\frac{8}{3}} = \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{4}\times\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = 2\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{\frac{2}{3}}$$

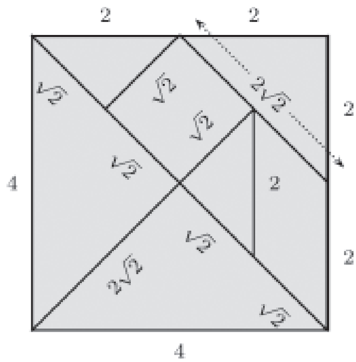
ಎಂದೂ ಆಗುವುದು. ಇಲ್ಲಿ $2\frac{2}{3}$ ಎಂದು ಬರೆದರೆ $2+\frac{2}{3}$ ರ ಮೊತ್ತವೂ $2\sqrt{\frac{2}{3}}$ ಎಂದು ಬರೆದರೆ 2 $\times\sqrt{\frac{2}{3}}$ ಎಂಬ ಗುಣಲಬ್ಧವೂ ಆಗಿದೆಯೆಂದು ಗಮನಿಸಬೇಕು. ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಎರಡನೆಯ ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿ

$$\sqrt{3\frac{3}{8}} = \sqrt{\frac{27}{8}} = \frac{\sqrt{27}}{\sqrt{8}} = \frac{\sqrt{9}\times\sqrt{3}}{\sqrt{8}} = 3\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{8}} = 3\sqrt{\frac{3}{8}}$$

ಹೀಗೆ ಬರುವ ಮುಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು $4\frac{4}{15}, 5\frac{5}{24}$ ಆಗಿದೆಯೆಂದು ಮಕ್ಕಳು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುತ್ತಾರೋ ಎಂದು ಗಮನಿಸಬೇಕು. ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಹೇಳಿದರೆ

$$\sqrt{x+\frac{x}{x^2-1}} = \sqrt{\frac{x^3}{x^2-1}} = \sqrt{\frac{x^3}{x^2-1}} = \frac{\sqrt{x^2}\times\sqrt{x}}{\sqrt{x^2-1}} = x\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x^2-1}} = x\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x^2-1}}$$

ಆರನೆಯ ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿ ಚೌಕದ ಕರ್ಣದ ಉದ್ದವು ಭುಜದ ಉದ್ದದ $\sqrt{2}$ ಮಡಿಯಾಗಿದೆಯೆಂಬುದನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಉಳಿದ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಕೆಳಗೆ ಕಾಣುವಂತೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು:



5 ವೃತ್ತಗಳು

ಪೀಠಿಕೆ

ಪ್ರಕೃತಿಯಲ್ಲಿನ ಅತಿ ಸುಂದರವಾದ ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ರೂಪವಾಗಿದೆ ವೃತ್ತ. ಚಕ್ರದ ರೂಪಕಲ್ಪನೆಯು ವಿಜ್ಞಾನದ ಅತಿ ದೊಡ್ಡದೂ ಹಾಗೂ ಶ್ರೇಷ್ಠವೂ ಆದ ಸಂಶೋಧನೆಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದಾಗಿರುವುದಾಗಿದೆ. ಚಕ್ರವು ವೃತ್ತಾಕೃತಿಯಲ್ಲಿರುವುದು. ಎಲ್ಲಾ ವೈಜ್ಞಾನಿಕ ಸಂಶೋಧನೆಗಳಲ್ಲಿಯೂ ವೃತ್ತದ ಸಂಶೋಧನೆಯು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಘಟಕವಾಗಿದೆ. ಪ್ರಕೃತಿಯಲ್ಲಿರುವ ಹೆಚ್ಚಿನ ಎಲ್ಲಾ ವಸ್ತುಗಳೂ ವೃತ್ತಾಕೃತಿಯಲ್ಲಾಗಿದೆ. ಐದು ಮತ್ತು ಆರನೆಯ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ವೃತ್ತವನ್ನು ಪರಿಚಯಿಸಿ ಮತ್ತು ಅದನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ವಿಭಿನ್ನ ರೂಪಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿರುವುದಾದರೂ, ವೃತ್ತದ ಕುರಿತಾದ ಆಳವಾದ ಕಲಿಕೆ ಆರಂಭಿಸುವುದು ಒಂಭತ್ತನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಾಗಿದೆ ಇದಕ್ಕೆ ಕಾರಣವೇನೆಂದರೆ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಪಟ್ಟ ಅಳತೆಗಳ ಕುರಿತು ಕಲಿಯಲು ಅಭಿನ್ನಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಕುರಿತಾದ ಕಲಿಕೆ, ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಸಮಾನತೆ ಎಂಬೀ ಆಶಯಗಳು ಅತ್ಯಗತ್ಯವಾಗಿರುವುದರಿಂದಾಗಿದೆ. ಜ್ಯಾಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಪಟ್ಟ ಸಿದ್ಧಾಂತಗಳನ್ನು ಈ ಅಧ್ಯಾಯದಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಪಾದಿಸಲಾಗಿದೆ. ವೃತ್ತದ ಕುರಿತಾಗಿ ಹೆಚ್ಚು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಲು ಬಳಿಕ 10 ನೇ ತರಗತಿಯ ವೃತ್ತಗಳು ಸ್ಪರ್ಶರೇಖೆಗಳು, ತ್ರಿಕೋನ ಮಿತಿ ಎಂಬೀ ಅಧ್ಯಾಯಗಳಲ್ಲಿನ ಆಶಯಗಳನ್ನು ಹೆಚ್ಚು ಅರ್ಥವತ್ತಾಗಿ ತಿಳಿಯಲು ಮಗುವಿಗೆ ಸಾಧ್ಯವಾಗುವುದು. ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ಚಲನಾತ್ಮಕತೆಗಿರುವ ಸಂದರ್ಭಗಳನ್ನು ಸಾಧ್ಯವಿದ್ದಷ್ಟೂ ಉಪಯೋಗಿಸಬೇಕು. ಈ ಪಾಠಭಾಗದ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳನ್ನು ಮಾಡಲು ಸಾಧ್ಯವಿದ್ದಷ್ಟೂ ಜಿಯೋಜಿಬ್ರಾ ಮತ್ತು ಇದರ ಕಲಿಕೋಪರಣಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಬಹುದಾಗಿದೆ.

ಯೂನಿಟ್ ಫ್ರೇಂ (ವೃತ್ತಗಳು)

ಆಶಯಗಳು	ಕಲಿಕಾ ಭೋದನ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ	ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳು
• ವೃತ್ತದ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸುವ ರೇಖೆಯ ಲಂಬ ಸಮಭಾಜಕವು, ವೃತ್ತ ಕೇಂದ್ರದ ಮೂಲಕ ಹಾದು ಹೋಗುವುದು. • ವೃತ್ತ ಕೇಂದ್ರದಿಂದಿರುವ ಲಂಬವು ಜ್ಯಾವನ್ನು ಸಮಭಾಗ ಮಾಡುವುದು.	• ಬಳೆಯನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಒಂದು ವೃತ್ತವನ್ನೆಳೆದು, ಅದರ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳಿಂದ ಸಮಾನ ದೂರದಲ್ಲಿ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ, ಈ ಬಿಂದು ಜೋಡಿಸಿ ಎಳೆಯುವ ರೇಖೆಯ ಪ್ರತ್ಯೇಕತೆಗಳನ್ನು ಚರ್ಚೆ ಮಾಡುವುದು. • ವೃತ್ತದ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸುವ ರೇಖೆಯ ಲಂಬ ಸಮಭಾಜಕವು ವೃತ್ತ ಕೇಂದ್ರದ ಮೂಲಕ ಹಾದುಹೋಗುವುದು ಎಂದು ತಿಳಿಯಲಿರುವ ಚಟುವಟಿಕೆ. • ಬಳೆ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ರಚಿಸಿರುವ ವೃತ್ತದ ಕೇಂದ್ರ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲಿರುವ ಚಟುವಟಿಕೆ. • ವೃತ್ತಭಾಗದ ಎರಡು ಜ್ಯಾಗಳನ್ನು ಎಳೆದು ವೃತ್ತ ಕೇಂದ್ರವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಪೂರ್ಣ ವೃತ್ತವನ್ನು ರಚಿಸುವರು. • ಜ್ಯಾದ ಅಗ್ರಬಿಂದುಗಳನ್ನು ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರವನ್ನು ಜೋಡಿಸಿ ಸಮಪಾರ್ಶ್ವ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಿ, ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರದಿಂದ ಜ್ಯಾಕ್ಕಿರುವ ಲಂಬವು ಜ್ಯಾವನ್ನು ಸಮಭಾಗ ಮಾಡುವುದು ಎಂದು ಸಮರ್ಥಿಸುವರು.	• ವೃತ್ತ ಭಾಗದಿಂದ ಪೂರ್ಣವೃತ್ತ ವನ್ನೆಳೆಯಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುವುದು.

ಯೂನಿಟ್ ಫ್ರೇಂ (ವೃತ್ತಗಳು)

ಆಶಯಗಳು	ಕಲಿಕಾ ಭೋದನ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ	ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳು
• ವೃತ್ತ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ ಸಮಾನದೂರದಲ್ಲಿರುವ ಜ್ಯಾಗಳು ಸಮಾನ ಉದ್ದವುಳ್ಳವುಗಳಾಗಿವೆ. • ವೃತ್ತದ ಯಾವುದೇ ಜ್ಯಾದ ಅರ್ಧದ ವರ್ಗವು ತ್ರಿಜ್ಯ ಹಾಗೂ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ ಜ್ಯಾಕ್ಕಿರುವ ಲಂಬದೂರದ ವರ್ಗಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸವಾಗಿದೆ.	• ಒಂದು ವೃತ್ತದ ಅತೀ ಉದ್ದದ ಜ್ಯಾವು ವ್ಯಾಸವಾಗಿದೆ ಎಂದು ತಿಳಿಯಲಿರುವ ಚಿತ್ರಗಳು. • ಕೇಂದ್ರದಿಂದ ದೂರ ಸರಿದಂತೆ ಜ್ಯಾದ ಉದ್ದವು ಕಡಿಮೆಯಾಗುವುದು ಎಂದು ತಿಳಿಯಲಿರುವ ಚಿತ್ರಗಳು. • ವೃತ್ತ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ ಸಮಾನ ದೂರದಲ್ಲಿರುವ ಜ್ಯಾಗಳು ಸಮಾನ ಉದ್ದವುಳ್ಳವುಗಳಾಗಿವೆ ಎಂದು ಚಿತ್ರದ ಮೂಲಕ ತೋರಿಸುವುದು. • ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರದಿಂದ ಸಮಾನ ದೂರದಲ್ಲಿರುವ ಜ್ಯಾಗಳ ಉದ್ದಗಳು ಸಮಾನವೆಂದು ಸಮರ್ಥಿಸುವರು. • ಒಂದು ವೃತ್ತದ ಸಮಾನ ಉದ್ದವಿರುವ ಜ್ಯಾಗಳು ಸಂಗಮಿಸುವ ಬಿಂದುವನ್ನು (ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಅಥವಾ ವೃತ್ತದ ಹೊರಗೆ) ವೃತ್ತ ಕೇಂದ್ರದೊಂದಿಗೆ ಜೋಡಿಸುವ ರೇಖೆಯು, ಜ್ಯಾಗಳ ಎಡೆಯಲ್ಲಿರುವ ಕೋನವನ್ನು ಸಮಭಾಗ ಮಾಡುವುದು. • ವೃತ್ತ ಕೇಂದ್ರದಿಂದಿರುವ ದೂರವು ಜ್ಯಾದ ಉದ್ದವನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸುವುದು ಎಂದು ತಿಳಿಯಲಿರುವ ಚಿತ್ರಗಳು.	• ವೃತ್ತದ ಒಂದು ಜ್ಯಾ ಮತ್ತು ಕೇಂದ್ರದಿಂದ ಇರುವ ಲಂಬಗಳೊಳಗಿನ ಸಂಬಂಧ ವನ್ನು ಹಲವು ರೀತಿಗಳಲ್ಲಿ ವಿವರಿಸುವರು.

ಯೂನಿಟ್ ಫ್ರೇಂ (ವೃತ್ತಗಳು)

ಆಶಯಗಳು	ಕಲಿಕಾ ಭೋದನ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ	ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳು
• ಎರಡು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಬಿಂದುಗಳ ಮೂಲಕ ರಚಿಸುವ ವೃತ್ತಗಳ ಕೇಂದ್ರಗಳೆಲ್ಲಾ ಒಂದೇ ರೇಖೆಯಲ್ಲಾಗಿರುವುದು. • ಯಾವುದೇ ತ್ರಿಕೋನದ ಮೂರು ಭುಜಗಳ ಲಂಬ ಸಮಭಾಜಕಗಳು ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಸಂಗಮಿಸುತ್ತವೆ.	• ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯವೂ, ಕೇಂದ್ರದಿಂದ ಜ್ಯಾಕ್ಕಿರುವ ಲಂಬ ದೂರವೂ, ಜ್ಯಾದ ಅರ್ಧವೂ ಸೇರಿಸಿ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನುಂಟುಮಾಡಿ ಜ್ಯಾದ ಉದ್ದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಚಟುವಟಿಕೆ. • ಒಂದು ವೃತ್ತಭಾಗವು ನಿರ್ಧರಿಸುವ ಜ್ಯಾದ ಉದ್ದವೂ ಈ ವೃತ್ತಭಾಗದಿಂದ ಜ್ಯಾಕ್ಕಿರುವ ಗರಿಷ್ಟ ದೂರವೂ ಸಿಕ್ಕಿದಾಗ ಪೂರ್ಣವೃತ್ತವನ್ನೆಳೆಯುವ ರೀತಿ. • ಕಾಗದಲ್ಲಿ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ, ಈ ಬಿಂದುಗಳ ಮೂಲಕ ಅನೇಕ ವೃತ್ತಗಳನ್ನೆಳೆಯುವುದು. ಈ ವೃತ್ತಗಳ ಕೇಂದ್ರಗಳ ಪ್ರತ್ಯೇಕತೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವರು. • ಈ ವೃತ್ತಗಳ ಕೇಂದ್ರಗಳು ಒಂದೇ ರೇಖೆಯಲ್ಲಾಗುವ ಕಾರಣವನ್ನು ಸಮರ್ಥಿಸುವರು. • ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳ ಮೂಲಕ ಹಾದು ಹೋಗುವ ವೃತ್ತಗಳ ಪ್ರತ್ಯೇಕತೆಯನ್ನು ಚರ್ಚಿಸುವರು. • ಒಂದೇ ರೇಖೆಯಲಿಲ್ಲದ ಮೂರು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ ಒಂದು ಮತ್ತು ಎರಡನೇ ಬಿಂದುಗಳ ಮೂಲಕ ವೃತ್ತವನ್ನೆಳೆಯುವುದು ನಂತರ ಎರಡು ಮತ್ತು ಮೂರನೇ ಬಿಂದುಗಳ ಮೂಲಕ ವೃತ್ತವನ್ನೆಳುವುದು. • ಮೂರು ಬಿಂದುಗಳ ಮೂಲಕವೂ ಹಾದುಹೋಗುವ ವೃತ್ತದ ಕೇಂದ್ರವನ್ನು ತೀರ್ಮಾನಿಸುವುದು. • ಬೇರೆ ಬೇರೆ ರೀತಿಯ ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನೆಳೆದು ಮೂರು ಶಿರಗಳ ಮೂಲಕವೂ ಹಾದು ಹೋಗುವ ವೃತ್ತಗಳನ್ನೆಳೆಯುವುದು.	• ಸಮಾನ ಜ್ಯಾಗಳೊಳಗಿರುವ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಕೇಂದ್ರದಿಂದ ಇರುವ ದೂರವನ್ನು ಪಯೋಗಿಸಿಯೂ ಅವುಗಳು ಸೇರುವ ಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲ ಕವಿರುವ ವ್ಯಾಸದೊಂದಿಗೆ ಇರುವ ಕೋನಗಳನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ವಿವರಿಸುವರು. • ಜ್ಯಾಗಳ ಉದ್ದವೂ, ಕೇಂದ್ರದಿಂದಿರುವ ಅಂತರಗಳ ನಡುವೆಯಿರುವ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು.

ಆಶಯ ವಿಕಾಸ

ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಬಿಂದು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿರುವ ವೃತ್ತವನ್ನೆಳೆಯಲು ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ. ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ವೃತ್ತವನ್ನೆಳೆಯುವ ಮೂಲಕ ವೃತ್ತ ಏನೆಂದೂ ಅದರ ಅಳತೆಗಳ ಕುರಿತೂ ಇರುವ ಚರ್ಚೆಯು ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಆರಂಭಿಸುವರು. ಆದರೆ ಕೇಂದ್ರ ತಿಳಿಯದ ಒಂದು ವೃತ್ತದ ಕೇಂದ್ರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲಿರುವ ಚರ್ಚೆಯ ಮೂಲಕ ಜ್ಯಾ ಎಂಬ ಆಶಯವನ್ನು ಮಂಡಿಸುವುದೂ ಜ್ಯಾದ ಪ್ರತ್ಯೇಕತೆಗಳನ್ನು ಚರ್ಚಿಸುವುದೂ ಈ ಪಾಠಭಾಗದಲ್ಲಿ ಮೊದಲು ಮಾಡಬೇಕಾದುದಾಗಿದೆ. ಇದರ ಮೂಲಕ ವೃತ್ತಭಾಗದಿಂದ ಪೂರ್ಣವೃತ್ತವನ್ನು ರಚಿಸಲಿರುವ ನೈಪುಣ್ಯವನ್ನು ಮಕ್ಕಳು ಗಳಿಸಬೇಕು. ನಂತರವಿರುವ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ಸಮಾನ ಜ್ಯಾಗಳು ತಮ್ಮೊಳಗಿರುವ ಸಂಬಂಧ, ಕೇಂದ್ರದಿಂದಿರುವ ದೂರವನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿಯೂ ಅವುಗಳು ಸಂಧಿಸುವ ಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕವಿರುವ ವ್ಯಾಸವು ಉಂಟುಮಾಡುವ ಕೋನಗಳನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿಯೂ ವಿವರಿಸುವರು. ಜ್ಯಾಗ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಕೇಂದ್ರದಿಂದಿರುವ ದೂರಗಳೊಳಗಿರುವ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವರು. ಮುಂದೆ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ ಹಾದುಹೋಗುವ ವೃತ್ತಗಳು, ಎರಡು ಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ ಹಾದು ಹೋಗುವ ವೃತ್ತಗಳು, ಮೂರು ಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ ಹಾದು ಹೋಗುವ ವೃತ್ತಗಳು ಎಂಬಿವುಗಳನ್ನು ರಚಿಸಲಿರುವ ಸಾಮರ್ಥ್ಯವನ್ನು ಗಳಿಸುವರು.

ಪಾಠಭಾಗಗಳು

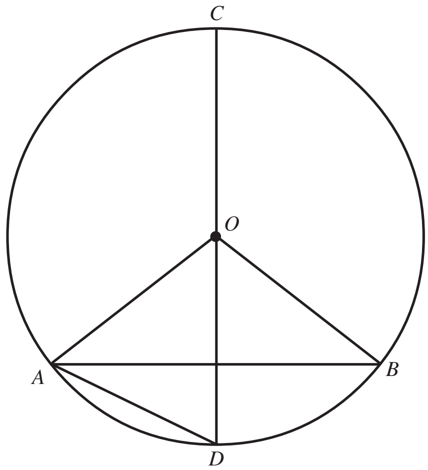
ವೃತ್ತಗಳೂ ಗೆರೆಗಳು

ಈ ಪಾಠಭಾಗ ಪ್ರಾರಂಭಿಸುವಾಗಲೇ ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ವೃತ್ತವನ್ನು ರಚಿಸಿ ಅದರ ಪ್ರತ್ಯೇಕತೆಗಳ ಕುರಿತು ಬರೆಯಲು ಹೇಳಿದರೆ, ವೃತ್ತ, ತ್ರಿಜ್ಯ, ವ್ಯಾಸ, ವೃತ್ತದಲ್ಲಿರುವ ಬಿಂದು, ಒಳಗಿರುವ ಬಿಂದು, ಹೊರಗಿರುವ ಬಿಂದು ಮೊದಲಾದ ಆಶಯಗಳನ್ನು ಮಕ್ಕಳು ಗಳಿಸಿರುವರೆಂದು ತಿಳಿಯಬಹುದು.

ನಂತರ ಪಾಠಭಾಗದ ವೃತ್ತಾಕೃತಿಯಲ್ಲಿರುವ ಒಂದು ಆಕೃತಿಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ರಚಿಸಿರುವ ವೃತ್ತದ ಕೇಂದ್ರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲಿರುವ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ಮಾಡಿಸಬಹುದು. ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸುವ ರೇಖೆಯ ಲಂಬ ಸಮಭಾಜಕದಲ್ಲಿರುವ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬಿಂದುವೂ ಈ ಬಿಂದುಗಳಿಂದ ಸಮಾನ ದೂರದಲ್ಲಿರುವುದು ಎಂಬುದನ್ನು 8 ನೇ ತರಗತಿಯ ಸಮಾನ ತ್ರಿಕೋನಗಳು ಎಂಬ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ವಿವರಿಸಿರುವುದನ್ನು ನೆನಪಿಸಬೇಕು. ಆಗ ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರವು ಈ ಲಂಬ ಸಮಭಾಜಕದಲ್ಲಿ ಇರುವುದೆಂದು ತಿಳಿಯಬಹುದು. ಈ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸುವ ರೇಖೆಯು ವೃತ್ತದ ಜ್ಯಾ ಆಗಿರುವುದೆಂದೂ, ಜ್ಯಾದ ಲಂಬ ಸಮಭಾಜಕದಲ್ಲಿ ವೃತ್ತದ ಕೇಂದ್ರವಿರುವುದೆಂದೂ ಇದರಿಂದ ತಿಳಿಯಬಹುದು. ನಂತರ ಇಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ರೀತಿಯ ವರ್ಕ್‌ಶೀಟ್ ಮಾಡಿ ಜ್ಯಾದ ಕುರಿತು ಇರುವ ಜ್ಞಾನ ಹೆಚ್ಚಿಸಲಿರುವ ಒಂದು ವರ್ಕ್‌ಶೀಟ್ ಚಟುವಟಿಕೆ ಮಾಡಿಸಬೇಕು.

ವೃತ್ತ, ವ್ಯಾಸ, ಜ್ಯಾ ಎಂಬಿವುಗಳನ್ನೊಳಗೊಂಡ ಸೆಮಿನಾರನ್ನು ತಯಾರಿಸಿ ಮಂಡಿಸಲು ಮಕ್ಕಳ ಗುಂಪುಗಳಿಗೆ ನಿರ್ದೇಶಿಸಬೇಕು. 8 ನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಕಲಿತಿರುವ ಸಮಪಾರ್ಶ್ವ ತ್ರಿಕೋನದ ಪ್ರತ್ಯೇಕತೆಗಳನ್ನು ನೆನಪಿಸಿಕೊಂಡು ಅವುಗಳು ವೃತ್ತಗಳ ತತ್ವವಾಗಿ ಬದಲಾಗುವ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ಮಾಡಿಸಬೇಕು. ಅದಕ್ಕಾಗಿ ಸಮಪಾರ್ಶ್ವ ತ್ರಿಕೋನಗಳಲೆಲ್ಲಾ ಸಮಾನ ಭುಜಗಳು ಸಂಧಿಸುವ ಬಿಂದುವು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿಯೂ ಸಮಾನ ಭುಜದ ಉದ್ದ ತ್ರಿಜ್ಯವಾಗಿಯೂ ರಚಿಸುವ ವೃತ್ತದ ಜ್ಯಾವು ತ್ರಿಕೋನದ ಮೂರನೇ ಭುಜವೆಂದೂ, ಇನ್ನೊಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲಾದರೆ ಒಂದು ವೃತ್ತದ ಒಂದು ಜ್ಯಾ ಮತ್ತು ಜ್ಯಾದ ಅಗ್ರಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿರುವ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳೂ ಸೇರಿರುವ ತ್ರಿಕೋನವು ಯಾವಾಗಲೂ ಸಮಪಾರ್ಶ್ವ ತ್ರಿಕೋನವಾಗಿದೆಯೆಂದು ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಮನದಟ್ಟು ಮಾಡಬೇಕು. ನಂತರ ಜ್ಯಾವು ದಾರವೂ ಎಂಬ ಸೈಡ್ ಬೋಕ್ಸಿನಲ್ಲಿರುವ ಚಿತ್ರದ ಕುರಿತು ಚರ್ಚಿಸಿ ಜ್ಯಾ ಎಂಬ ಹೆಸರಿನ ತಿರುಳನ್ನು ಮಗುವಿಗೆ ಮನದಟ್ಟಾಗಿಸಬೇಕು.

ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿರುವಂತೆ ಒಂದು ಸಮಭುಜ ತ್ರಿಕೋನ ABC ಯನ್ನು ಒಂದು ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ರಚಿಸಿ ಪ್ರದರ್ಶಿಸಿರಿ. ನಂತರ ಅದರ ಕೋನದ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲಿರುವ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಮಾಡಬಹುದು. ಇದರಿಂದ ತ್ರಿಕೋನ AOD ಯು ಸಮಭುಜ ತ್ರಿಕೋನವಾಗಿದೆಯೆಂದೂ AB ಯು OD ಯ ಲಂಬ ಸಮಭಾಜಕವಾಗಿದೆಯೆಂದೂ ಚರ್ಚೆಯ ಮೂಲಕ ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಬೇಕು. ನಂತರ ಮಕ್ಕಳು ಒಂದು ವೃತ್ತವನ್ನು ಅದರ ತ್ರಿಜ್ಯವನ್ನು ತ್ರಿಜ್ಯದ ಲಂಬ ಸಮಭಾಜಕವಾಗಿರುವ ಜ್ಯಾವನ್ನು ರಚಿಸಲಿ. ತ್ರಿಜ್ಯವನ್ನು ಮುಂದುವರಿಸಿ ವ್ಯಾಸವನ್ನಾಗಿಸಿದ ಬಿಂದುವನ್ನು ಜ್ಯಾದ ಅಗ್ರಬಿಂದುಗಳನ್ನೂ ಜೋಡಿಸಲಿ. ಈಗ ಸಿಕ್ಕಿರುವ ತ್ರಿಕೋನವು ಸಮಭುಜ ತ್ರಿಕೋನವಾಗಿದೆಯೋ ಎಂದು ತಿಳಿಯಲು ಇಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ವರ್ಕ್‌ಶೀಟ್ ಮಾಡಿಸಬಹುದು.

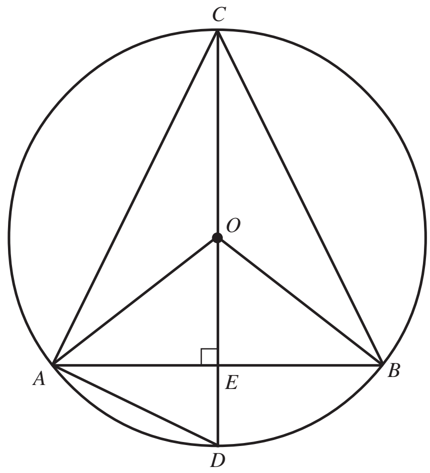


ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ AB ಯು O ಕೇಂದ್ರವಾಗಿರುವ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯವಾಗಿರುವ OD ಯ ಲಂಬ ಸಮಭಾಜಕವಾಗಿದೆ. OD ಯನ್ನು ಮುಂದುವರಿಸಿ C ವರೆಗೆ ತಲುಪಿಸಲಾಗಿದೆ. AC, BC ಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಲಾಗಿದೆ.

ನಂತರ ಚಿತ್ರಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿರುವ ಕೆಲವು ಹೇಳಿಕೆಗಳನ್ನು ನೀಡಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದಕ್ಕೂ ಯೋಗ್ಯವಾದ ಕಾರಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದು ಬರೆಯಲು ಹೇಳಬೇಕು.

- $OA = OD$
- $OE = ED$

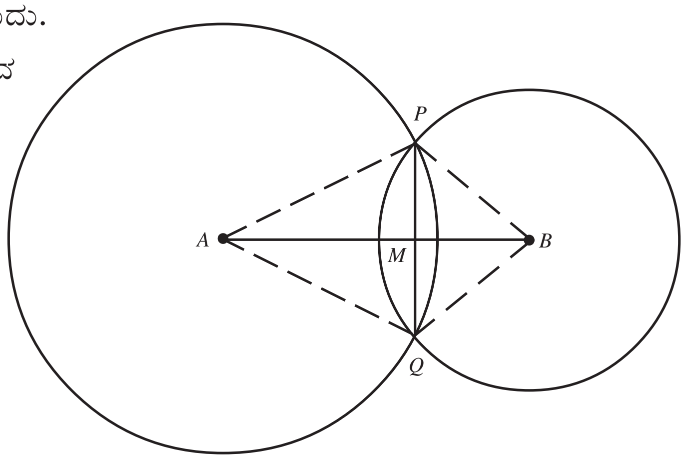
- $AD = AO$
- ΔAOD ಸಮಭುಜ ತ್ರಿಕೋನ
- $\angle AOE = \angle OAD = \angle D =$ ___________
- $\angle AOE =$ ___________
- $\angle COA =$ ___________
- $OA = OC = OB$
- $\angle OAC = \angle OCA =$ ___________
- $\angle EOB =$ ___________
- $\angle AOB =$ ___________
- $\angle COB =$ ___________
- $AC =$ ___________



- ಆದುದರಿಂದ ΔABC ಗೆ ಸೂಕ್ತವಾದ ಹೆಸರೇನು?

ಮೇಲಿನ ವರ್ಕ್‌ಶೀಟ್ ಮಾಡುವುದರ ಮೂಲಕ ಪಾಠಪುಸ್ತಕದ 82 ನೇ ಪುಟದಲ್ಲಿರುವ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ಮಕ್ಕಳು ಸ್ವತಃ ಮಾಡಬಹುದು.

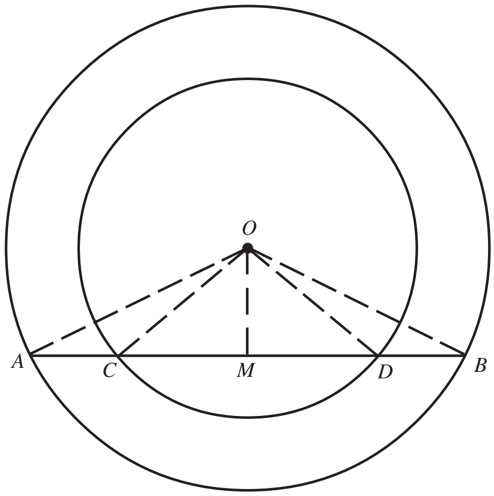
ಒಂದನೇ ಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತ್ರಿಕೋನ PAB ಮತ್ತು ತ್ರಿಕೋನ QAB ಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ. ಆಗ ತ್ರಿಕೋನ PAM ಮತ್ತು ತ್ರಿಕೋನ QAM ಗಳೂ ಸಮಾನವಾಗುವುವು. ಆಗ PQ ವಿನ ಲಂಬ ಸಮಭಾಜಕವು AM ಅಥವಾ AB ಆಗುವುದು. ಹೀಗಿರುವ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ನೇರವಾಗಿ ಸಾಧಿಸುವ ಬದಲು ಸಣ್ಣ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಹಾಕಿಕೊಂಡು ಸಾಧಿಸುವ ಕಡೆಗೆ ಹೋಗಬೇಕು.

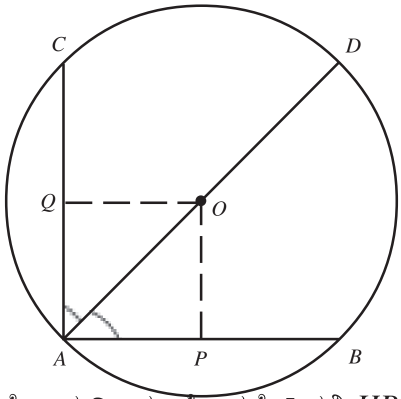


ಎರಡನೇ ಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿ OCD, OAB ಎಂಬೀ ಸಮಪಾರ್ಶ್ವ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಲಂಬ ಸಮಭಾಜಕವು OM ಆಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ.

ಆದರೆ

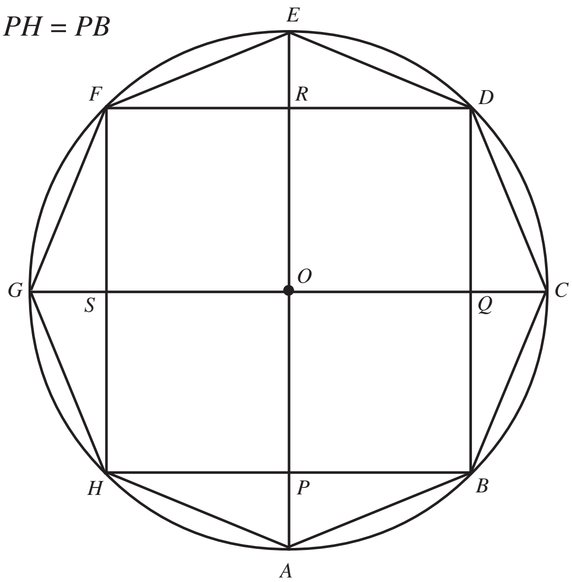
$$AM = BM$$
$$CM = DM$$
$$AM - CM = BM - DM$$
$$AC = BD$$





ಪ್ರಶ್ನೆ 3 ರಲ್ಲಿ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ AD ವ್ಯಾಸವೂ $\angle OAB = \angle OAC$ ಎಂದೂ ಕೊಟ್ಟಿರುವರು. ಲಂಬ OP ಯೂಂ OQ ವೂಂ OP ಯನ್ನು OQ ವನ್ನು ಎಳೆದರೆ ತ್ರಿಕೋನ OPA ಯೂ ತ್ರಿಕೋನ OQA ಯೂ ಸಮಾನವಾಗಿದೆ ಎಂದು ತಿಳಿಯಬಹುದು. ಆದುದರಿಂದ AC ಯೂ AB ಯೂ ಸಮಾನವಾಗುವುದಲ್ಲವೇ. ಪ್ರಶ್ನೆ 4 : ಪ್ರತ್ಯೇಕವಾಗಿ ವಿವರಿಸಬೇಕಾದುದಿಲ್ಲವಲ್ಲವೇ. ಪ್ರಶ್ನೆ 5 ರಲ್ಲಿ HB ಎಂಬ ಜ್ಯಾಕ್ಕಿರುವ ಲಂಬವು OA ಆಗಿದೆ.

$$PH = PB$$

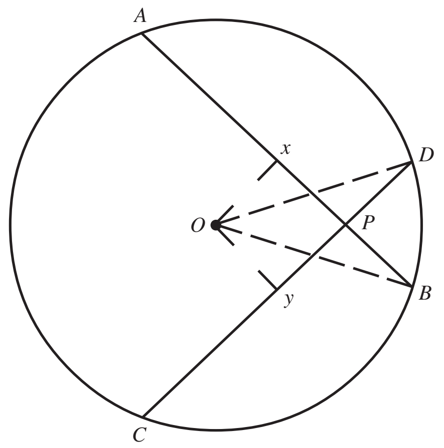


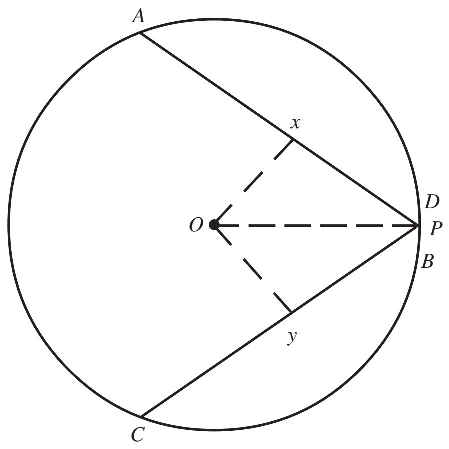
ΔAHP, ΔABP ಎಂಬಿವುಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿದೆ. ಆದುದರಿಂದ, $AH = AB$. ಹೀಗೆಯೇ ಅಷ್ಟಭುಜದ ಇತರ ಭುಜಗಳೂ ಸಮಾನವೆಂದು ತಿಳಿಯಬಹುದು.

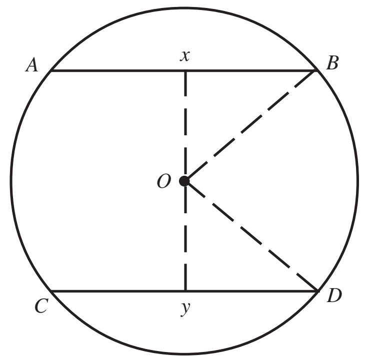
ಸಮಾನ ಜ್ಯಾಗಳು

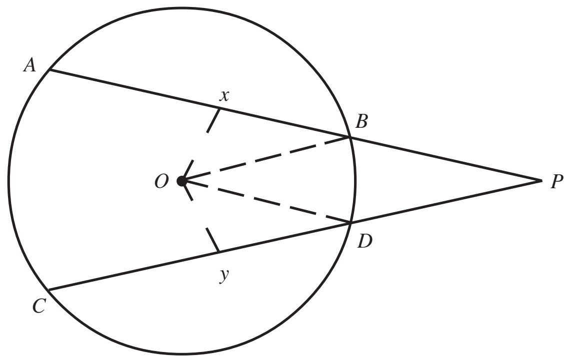
ಪಾಠ ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿರುವ ಜಿಯೋಜಿಬ್ರದ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳನ್ನು ತೋರಿಸಿ ಹೊಸ ಪ್ಯಾಟರ್ನುಗಳನ್ನು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಲೂ ಅವುಗಳನ್ನು ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ರಚಿಸಲೂ ನಿರ್ದೇಶಿಸಬೇಕು.

ಒಂದು ವೃತ್ತದ ಸಮಾನ ಜ್ಯಾಗಳನ್ನೆಳೆದು ಸಿಗುವ ಪ್ಯಾಟರ್ನ್‌ಗಳ ಪ್ರತ್ಯೇಕತೆಗಳು ಏನೆಲ್ಲಾ ಎಂದು ಚರ್ಚಿಸಲಿ.



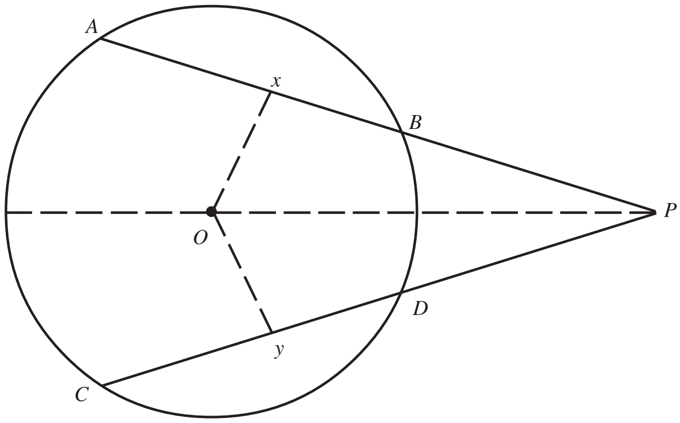


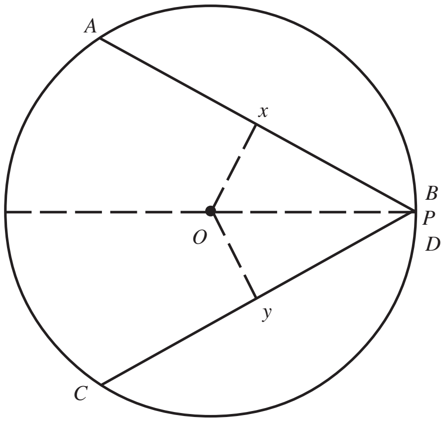


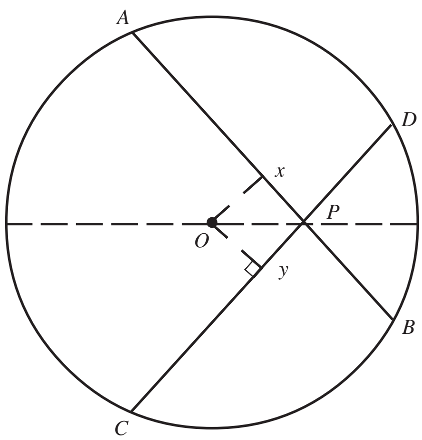


ಸಮಾನ ಜ್ಯಾಗಳು ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿರುವಂತೆ ನಾಲ್ಕು ರೀತಿಗಳಲ್ಲಾಗಬಹುದು. ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರದಿಂದ ಸಮಾನ ದೂರದಲ್ಲಿರುವವೆಂದು ತಕ್ಷಣ ಸಾಧಿಸಬಹುದಲ್ಲವೆ. ಅಥವಾ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ ಸಮಾನ ದೂರದಲ್ಲಿರುವ ಜ್ಯಾಗಳು ಸಮಾನವೆಂದು ಪಾಠಪುಸ್ತಕದ್ಲಲಿ ವಿವರಿಸಿರುವರು. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತ್ರಿಕೋನ OBX ಮತ್ತು ತ್ರಿಕೋನ ODY ಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿದರೆ OX, OY ಎಂಬಿವುಗಳು ಜ್ಯಾಗಳಿಗಿರುವ ಲಂಬ ದೂರವಾಗಿದೆ. ಆದುದರಿಂದ ಇವುಗಳು AB, CD ಜ್ಯಾಗಳ ಸಮಭಾಜಕಗಳಾಗಿವೆ. ಆದುದರಿಂದ ಎರಡೂ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಎರಡು ಭುಜಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿರುವುದರಿಂದ ಮೂರನೇ ಭುಜವೂ ಸಮಾನವಾಗಿರುವುದು. ಹಾಗಾಗಿ ಎರಡು ಜ್ಯಾಗಳಿಗಿರುವ ದೂರಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿರುವುವು.

ಎರಡು ಸಮಾನ ಜ್ಯಾಗಳು ಸಮಾನಾಂತರವಲ್ಲದಿದ್ದರೆ ಜ್ಯಾಗಳ ಎಡೆಯಲ್ಲಿರುವ ಕೋನ ಸಮಭಾಜಕದಲ್ಲಿ ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರವಿರುವುದು.







ಮೇಲಿನ ಮೂರು ಚಿತ್ರಗಳಲ್ಲಿ AB, CD ಜ್ಯಾಗಳು ವೃತ್ತದೊಳಗೆ, ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ವೃತ್ತದ ಹೊರಗೆ ಎಂಬೀ ರೀತಿಯ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಸಂಗಮಿಸುವುದು $'O'$ ವೃತ್ತ ಕೇಂದ್ರವಾದರೆ ತ್ರಿಕೋನ XOP ಮತ್ತು ತ್ರಿಕೋನ YOP ಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿದಾಗ ಜ್ಯಾಗಳು ಸಮಾನವಾದುದರಿಂದ $XO = YO$. ಮಾತ್ರವಲ್ಲದೆ OP ಯು ಎರಡೂ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯವಾದ ಭುಜವಾಗಿರುವುದರಿಂದ ಈ ಎರಡೂ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಮೂರನೇ ಭುಜಗಳೂ ಕೋನಗಳೂ ಸಮಾನವಾಗಿವೆಯಲ್ಲವೆ. ಆಗ $\angle XPO = \angle YPO$. ಅಂದರೆ $\angle XPY$ ಯ ಸಮಭಾಜಕ OP ಯಾಗಿದೆ. ಅದು ವೃತ್ತದ ವ್ಯಾಸದ ಭಾಗವಾಗಿದೆ. ಇದರಿಂದ ಸಮಾನ ಜ್ಯಾಗಳು ಸಂಧಿಸುವ ಕೋನದ ಸಮಭಾಜಕವು ವೃತ್ತದ ವ್ಯಾಸವಾಗಿರುವುದು. 86 ನೇ ಪುಟದ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳನ್ನು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ಆಶಯಗಳನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಮಾಡಬಹುದಲ್ಲವೆ. ಹೀಗಿರುವ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳನ್ನು ಮಾಡುವಾಗ ಒಂದು ರಫ್ ಚಿತ್ರ ರಚಿಸುವುದಕ್ಕೂ ಸಾಧನೆಗೆ ಅಗತ್ಯವಾದ ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ರೂಪೀಕರಿಸುವುದಕ್ಕೂ ಬೇಕಾದ ಸಾಮರ್ಥ್ಯವನ್ನು ಮಕ್ಕಳು ಗಳಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ.

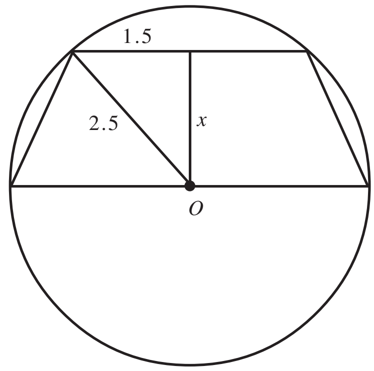
ಜ್ಯಾಗಳ ಉದ್ದ

ಈ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ಪೈಥಾಗೋರಸ್ ಸಿದ್ಧಾಂತವನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ, ಕೇಂದ್ರದಿಂದ ಜ್ಯಾಕ್ಕಿರುವ ದೂರ, ಜ್ಯಾದ ಉದ್ದ ಎಂಬಿವುಗಳ ಪರಸ್ಪರ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಚರ್ಚಿಸುತ್ತೇವೆ. ಸೈಡ್ ಬಾಕ್ಸ್‌ನಲ್ಲಿರುವ ತಾವರೆ ಲೆಕ್ಕದ ರೀತಿಯಲ್ಲಿರುವ ಚರಿತ್ರೆಗಳಿಂದಿರುವ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಸಂಗ್ರಹಿಸಲು ಅವಕಾಶವನ್ನೊದಗಿಸಬೇಕು ಪುಟ 87,88 ರ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳನ್ನು ಮಾಡುವಾಗ ರಫ್ ಚಿತ್ರ ರಚಿಸುವುದು ಪ್ರಯೋಜನಕಾರಿಯಾಗುವುದು.

ಪ್ರಶ್ನೆ 1 ರಲ್ಲಿ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ ಒಂದು ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ದೂರದಲ್ಲಿರುವ ಜ್ಯಾದ ಉದ್ದ 6 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿದೆ. ಆದುದರಿಂದ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದಲ್ಲವೇ. ಆಗ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ 2 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ದೂರದಲ್ಲಿರುವ ಜ್ಯಾದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು. ಇಲ್ಲಿ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ ಜ್ಯಾಕ್ಕಿರುವ ದೂರ ಹೆಚ್ಚಾದಂತೆ ಜ್ಯಾದ ಉದ್ದ ಕಡಿಮೆಯಾಗುವುದು ಎಂದೂ ತಿಳಿಯಬಹುದು. ಜ್ಯಾಕ್ಕಿರುವ ದೂರವು ಇಮ್ಮಡಿಯಾದಾಗ ಜ್ಯಾದ ಉದ್ದವು ಅರ್ಧವಾಗುವುದಿಲ್ಲ ಎಂಬ ಚರ್ಚೆಯೂ ನಡೆಯಬೇಕು.

ಪ್ರಶ್ನೆ 2 ರಲ್ಲಿ ಜ್ಯಾಗಳು ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರದ ಎರಡು ಭಾಗದಲ್ಲೂ ಇರುವುದಾದರೆ ಎರಡೂ ಜ್ಯಾಗಳಿಗಿರುವ ದೂರ ಗೊತ್ತಾದರೆ ಜ್ಯಾಗಳೊಳಗಿನ ಅಂತರ ಸಿಗುವುದು. ಜ್ಯಾಗಳು ಕೇಂದ್ರದ ಒಂದೇ ಭಾಗದಲ್ಲಾದರೆ ಜ್ಯಾಗಳಿಗೆ ಕೇಂದ್ರದಿಂದಿರುವ ದೂರಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದರೆ ಮಾಡಿದಾಗ ಜ್ಯಾಗಳೊಳಗಿನ

ಅಂತರ ಸಿಗುವುದು.



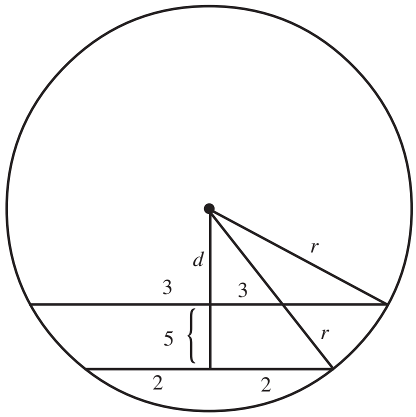
ಪ್ರಶ್ನೆ 3 ರಲ್ಲಿ

$$x^2 + (1.5)^2 = (2.5)^2$$
$$x^2 = 4$$
$$x = 2$$

ದೂರವು 2 ಸೆ.ಮೀ.

ಸಮಪಾರ್ಶ್ವ ಸಮಲಂಬದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಸಮಾನಾಂತರ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದಗಳ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಅವುಗಳೊಳಗಿರುವ ದೂರದಿಂದ ಗುಣಿಸಿರುವುದಾಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ. ದೂರ ಗೊತ್ತಾದರೆ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದಲ್ಲವೇ.

ನಾಲ್ಕನೇ ಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿ, ಜ್ಯಾಗಳನ್ನು ಎರಡು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಎಳೆಯಬಹುದು. ಚಿತ್ರ 1 ರಲ್ಲಿರುವಂತೆ ಆದರೆ



$$r^2 = 3^2 + d^2$$

$$r^2 = 2^2 + (d + 5)^2$$

$$\therefore 9 + d^2 = 4 + d^2 + 25 + 10d$$

$$9 - 4 - 25 = 10d$$

$$d = \frac{-20}{10}$$

$$= -2$$

ದೂರವು ಎಂದಿಗೂ ಋಣ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಲಾರದು. ಆಗ 4 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, 6 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಜ್ಯಾಗಳು ಕೇಂದ್ರದ ಒಂದೇ ಭಾಗದಲ್ಲೂ ಅವುಗಳ ಅಂತರವು 5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರೂ ಆಗಿರುವ ವೃತ್ತವಿಲ್ಲ. ಜ್ಯಾಗಳನ್ನೆಳೆದಿರುವುದು 2 ನೇ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿರುವಂತೆ ಆದರೆ,

$$2^2 + d^2 = 3^2 + (5 - d)^2$$

$$4 + d^2 = 9 + 25 + d^2 - 10d$$

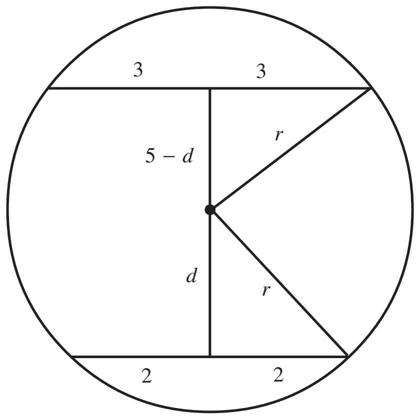
$$10d = 30$$

ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ $r = \sqrt{9 + 2^2}$

$$= \sqrt{9 + 4}$$

$$= \sqrt{13}$$

ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ $= \sqrt{13}$ ಸೆ.ಮೀ



ಬಿಂದುಗಳೂ ವೃತ್ತಗಳೂ

ನೋಟುಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಬಿಂದುವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ ಅದರ ಮೂಲಕ ಹಾದು ಹೋಗುವ ವೃತ್ತಗಳನ್ನೆಳೆಯಲು ಹೇಳುವ. ಆಗ ಅದರ ಮೂಲಕ ಹಾದುಹೋಗುವ ಅನೇಕ ವೃತ್ತಗಳನ್ನೆಳೆಯಲು ಸಾಧ್ಯವಿದೆ ಎಂದು ಮಗುವಿಗೆ ಮನದಟ್ಟಾಗುವುದು.

ಆದರೆ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳ ಮೂಲಕ ಹಾದುಹೋಗುವ ಎಷ್ಟು ವೃತ್ತಗಳನ್ನೆಳೆಯಬಹುದು ಎಂಬ ಚರ್ಚೆಯಿಂದ ಆ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸುವ ರೇಖೆಯು ಎಲ್ಲಾ ವೃತ್ತಗಳ ಜ್ಯಾ ಆಗಿರಬೇಕೆಂದೂ ಜ್ಯಾದ

ಲಂಬಸಮಭಾಜಕದಲ್ಲಿ ವೃತ್ತದ ಕೇಂದ್ರ ಎಂಬುದರಿಂದ ಈ ರೇಖೆಯ ಲಂಬ ಸಮಭಾಜಕದಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲಾ ವೃತ್ತಗಳ ಕೇಂದ್ರವಿರುವುದೆಂದೂ ಮನದಟ್ಟಾಗಬೇಕು. 89 ನೇ ಪುಟದ ಜಿಯೋಜಿಬ್ರ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ಇದರೊಂದಿಗೆ ನೀಡಬಹುದು.

ನಂತರ 3 ಬಿಂದುಗಳ ಮೂಲಕ ಹಾದುಹೋಗುವ ಎಷ್ಟು ವೃತ್ತಗಳನ್ನೆಳೆಯಬಹುದೆಂಬ ಚರ್ಚೆಯನ್ನು ನಡೆಸಬಹುದು. ಮೂರು ಬಿಂದುಗಳು ಒಂದೇ ರೇಖೆಯಲ್ಲಾದರೆ ವೃತ್ತವನ್ನೆಳೆಯಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ ಎಂದು ತಿಳಿಯಲು ಕಷ್ಟಕರವಲ್ಲ ಅಲ್ಲವೆ.

ಮೂರು ಬಿಂದುಗಳು ಒಂದೇ ರೇಖೆಯಲ್ಲಿಲ್ಲದಿದ್ದರೆ ಇದರ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು, ಅವುಗಳ ಮೂಲಕ ಹಾದುಹೋಗುವ ವೃತ್ತಗಳ ಕೇಂದ್ರವು ಆ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸುವ ರೇಖೆಯ ಲಂಬ ಸಮಭಾಜಕದಲ್ಲಾಗಿದೆ. ಹಾಗೆಯೇ ಇತರ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ತೆಗೆದಾಗ ಅವುಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸುವ ರೇಖೆಯ ಲಂಬ ಸಮಭಾಜಕದಲ್ಲಿ ಆ ಬಿಂದುಗಳ ಮೂಲಕ ಹಾದುಹೋಗುವ ವೃತ್ತಗಳ ಕೇಂದ್ರಗಳು ಇರುತ್ತವೆ ಮೂರು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಒಟ್ಟಾಗಿ ಪರಿಗಣಿಸಿದರೆ ಈ ಮೊದಲು ಎಳೆದ ಲಂಬ ಸಮಭಾಜಕಗಳು ಸಂಗಮಿಸುವ ಬಿಂದುವು ವೃತ್ತದ ಕೇಂದ್ರವಾಗಿರುವುದು. ಇಂತಹ ಮೂರು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿದರೆ ಅವುಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿದಾಗ ಸಿಗುವ ತ್ರಿಕೋನದ ಎಲ್ಲಾ ಶಿರಗಳ ಮೂಲಕ ಹಾದು ಹೋಗುವ ಒಂದೇ ಒಂದು ವೃತ್ತ ಮಾತ್ರ ಎಳೆಯಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುವುದು. ಒಂದೇ ರೇಖೆಯಲ್ಲಿಲ್ಲದ ಮೂರು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿದರೆ ತ್ರಿಕೋನ ಸಿಗುವುದು. ಆದುದರಿಂದ ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನಕ್ಕೆ ಯಾವಾಗಲೂ ಪರಿವೃತ್ತವನ್ನೆಳೆಯಲು ಸಾಧ್ಯವಿದೆ.

ನಂತರ 4 ಬಿಂದುಗಳ ಮೂಲಕ ಹಾದುಹೋಗುವ ವೃತ್ತವನ್ನೆಳೆಯಬಹುದೇ ಎಂದು ಚರ್ಚೆ ಮಾಡುವ. ಈ ಚರ್ಚೆಯ ಕ್ರೋಡೀಕರಣವು 10 ನೇ ತರಗತಿಯ **ಚಕ್ರೀಯ ಚತುರ್ಭುಜ** ಎಂಬ ಪಾಠಭಾಗದಲ್ಲಿ ಕಲಿಯಲಿರುವುದು ಎಂಬ ಸೂಚನೆಯನ್ನು ಅಧ್ಯಾಪಿಕೆ ನೀಡಬೇಕು.

ಎಲ್ಲಾ ಸಮಬಹುಭುಜಗಳಿಗೂ ಪರಿವೃತ್ತವನ್ನೆಳೆಯಲು ಸಾಧ್ಯವಿದೆ ಎಂಬ ಚಿಂತನೆಯನ್ನು ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ನೀಡಬೇಕು. ನಂತರ ಪಾಠದ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿರುವ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳನ್ನು ಮೂಡಿಸಬೇಕು. ಪ್ರಶ್ನೆ 1 ರಲ್ಲಿ ಕೋನಗಳು 90^0 ಗಿಂತ ಕಡಿಮೆಯಾಗಿರುವ ತ್ರಿಕೋನಗಳಲ್ಲಿ ಪರಿವೃತ್ತ ಕೇಂದ್ರವು ತ್ರಿಕೋನದ ಹೊರಗೆ ಎಂದು ಮಗುವು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಲಿ.

ಪ್ರಶ್ನೆ 2 ರಲ್ಲಿ ಸಮಪಾರ್ಶ್ವ ತ್ರಿಕೋನ ABC ಯಲ್ಲಿ BC ಯ ಎಂಬ ಸಮಭಾಜಕ AD ಯಲ್ಲಿ ಪರಿವೃತ್ತಕೇಂದ್ರ O ಆಗಿರುವುದು. O ದಿಂದ ಮೂರು ಶಿರಗಳಿಗೆ 5 ಸೆ.ಮೀ. ದೂರವಾಗಿದೆ. ಸಮಪಾರ್ಶ್ವ ತ್ರಿಕೋನವಾಗಿರುವುದರಿಂದ BC ಯ ಲಂಬ ಸಮಭಾಜಕದಲ್ಲಿ A ಇರುವುದು. ಆದುದರಿಂದ ತ್ರಿಕೋನ ADB ಯೂ ತ್ರಿಕೋನ BDO ವೂ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನಗಳಾಗಿವೆ.

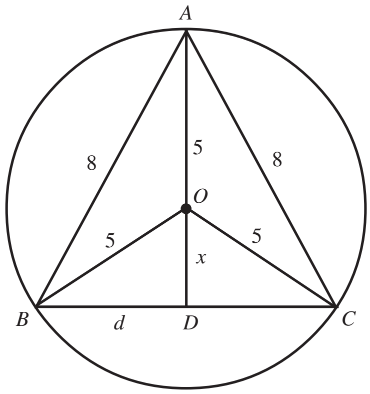
ಆದುದರಿಂದ

$$BD^2 + OD^2 = 5^2 \quad ....\ 1$$

$$BD^2 + (OD + OA)^2 = AB^2 \quad ....\ 2$$

$$BD^2 + OD^2 + OA^2 + 2 \times OD \times OA = 8^2 \quad ....\ 3$$

(1), (3) ಎಂಬಿವುಗಳಿಂದ



$$5^2 + 5^2 + 2 \times OD \times 5 = 64$$

$$50 + 10 \times OD = 64$$

$$10 \times OD = 64 - 50$$

$$OD = \frac{14}{10}$$

$$= 1.4$$

$$OD^2 + BD^2 = 5^2$$

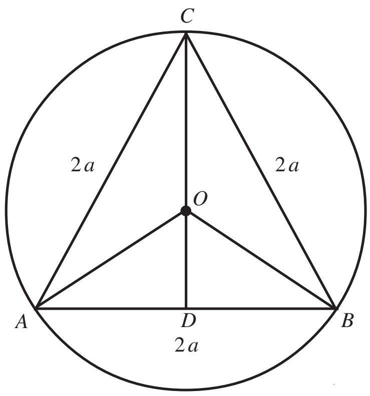
$$1.4^2 + BD^2 = 25$$

$$BD = \sqrt{25 - 1.96}$$

$$= \sqrt{23.04}$$

ಆದುದರಿಂದ,

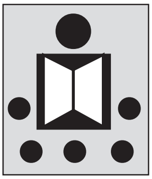
ಮೂರನೇ ರೇಖೆಯ ಉದ್ದ $= 2 \times \sqrt{23.04}$



3 ನೇ ಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿ : ABC ಯ ಸಮಭುಜ ತ್ರಿಕೋನವಾಗಿರುವುದರಿಂದ, ADC, AOD ಎಂಬಿವುಗಳ ಕೋನಗಳು 30^o, 60^o, 90^o ಆಗಿರುವುದು. ಯಾಕೆಂದರೆ CD, OA ಎಂಬೀ ಕೋನಗಳು ಸಮಭಾಜಕಗಳಾಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ. ಆಗ ಹೊಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಎಂಬ ಪಾಠದಲ್ಲಿ 64 ನೇ ಪುಟದಲ್ಲಿರುವ ಎರಡನೇ ಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿರುವಂತೆ 90^0 ಕೋನದ ಎದುರಿರುವ ಭುಜದ ಅರ್ಧವು 30^0 ಕೋನದ ಎದುರಿರುವ ಭುಜವಾಗಿದೆ. ಆದುದರಿಂದ .$OA = r$ ಆದರೆ, $OD = \frac{r}{2}$ ಆಗಿರುವುದು. ಆಗ ಪೈತಾಗೋರಸ್ ಸಿದ್ಧಾಂತದ ಪ್ರಕಾರ $AD = \sqrt{\left(r^2 - \left(\frac{r}{2}\right)^2\right)} = \sqrt{3}\ \frac{r}{2}$. ಇದು ಭುಜದ ಉದ್ದದ ಅರ್ಧವಾಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ.

6 ಸಮಾನಾಂತರ ಗೆರೆಗಳು

ಮುನ್ನುಡಿ



ಸಮಾನಾಂತರ ಗೆರೆಗಳನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿರುವ ಒಂದು ತತ್ವವನ್ನು ಹೇಳುವುದು ಹೇಗೆಂದು ಒಂದನೇ ಪಾಠದಲ್ಲಿ ತಿಳಿದೆವು. ತ್ರಿಕೋನಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಕುರಿತು ಇರುವ ತತ್ವಗಳನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಸಮಾನಾಂತರ ರೇಖೆಗಳಕುರಿತು ಇರುವ ಒಂದು ಪ್ರಧಾನ ತತ್ವವನ್ನು ರೂಪೀಕರಿಸುವುದು ಈ ಪಾಠಭಾಗದ ಮೂಲಕ ಮಾಡುತ್ತೇವೆ. ಈ ತತ್ವದ ಕೆಲವು ಪ್ರಯೋಗಗಳನ್ನು ವಿವರಿಸಲಾಗಿದೆ. ಪಾಠದ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ, ಸಮಾನಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ಕುರಿತು ಇರುವ ಈ ತತ್ವವು ಮತ್ತೊಮ್ಮೆ ತ್ರಿಕೋನ ತಂತ್ರದೆಡೆಗೆ ತಲುಪಿಸುವುದು. ಇದುವೇ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಸಾದೃಶ್ಯ ಎಂಬ ಪಾಠದಲ್ಲಿ ತ್ರಿಕೋನಗಳೊಳಗಿರುವ ಹೊಸತೊಂದು ಸಂಬಂಧವನ್ನು ನಿರ್ವಚಿಸಲು ಸಹಾಯಮಾಡುವುದು.

ಯೂನಿಟ್ ಫ್ರೇಂ (ಸಮಾನಾಂತರ ಗೆರೆಗಳು)

ಆಶಯಗಳು	ಕಲಿಕಾ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ	ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳು
• ಮೂರು ಅಥವಾ ಅದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಸಮಾನಾಂತರ ಗೆರೆಗಳು ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಗೆರೆಗಳನ್ನು ಒಂದೇ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿ ಭೇದಿಸುತ್ತದೆ. • ವಿವಿಧ ಅಂತರಗಳಲ್ಲಿ ಸಮಾನಾಂತರ ಗೆರೆಗಳನ್ನು ಎಳೆದು ಸ್ಕೇಲನ್ನು ಹಲವು ರೀತಿಗಳಲ್ಲಿ ಇರಿಸಿ ಗೆರೆಗಳ ಎಡೆಯಲ್ಲಿರುವ ಭಾಗಗಳ ವಿಶೇಷತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಚಟುವಟಿಕೆ.	• ಸ್ಕೇಲಿಗೆ ಬದಲು ಗೆರೆಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ, ಸಮಾನಾಂತರ ಗೆರೆಗಳ ಎಡೆಯಲ್ಲಿರುವ ಉದ್ದಗಳ ವಿಶೇಷತೆಯನ್ನು ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕುವರು. • ಸಮಾನಾಂತರ ಗೆರೆಗಳ ಎಡೆಯ ಗೆರೆಯ ಭಾಗಗಳು ಒಂದೇ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಾಗಿರುವುದೆಂದು ಯುಕ್ತಿ ಸಹಿತ ಸಮರ್ಥಿಸುವರು. • ಮೂರು ಅಥವಾ ಅದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಸಮಾನಾಂತರ ಗೆರೆಗಳು ಒಂದು ಗೆರೆಯನ್ನು ಸಮಾನಭಾಗಗಳಾಗಿ ಭೇದಿಸುವುದಾದರೆ ಯಾವುದೇ ಗೆರೆಯನ್ನು ಸಮಾನ ಭಾಗಗಳಾಗಿಯೇ ಭೇದಿಸುವುದು. • ಒಂದೇ ಅಂತರದಲ್ಲಿ ಮೂರು ಸಮಾನಾಂತರ ಗೆರೆಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ, ಈ ಗೆರೆಗಳನ್ನು ಭೇದಿಸುವ ಮತ್ತೊಂದು ಗೆರೆಯನ್ನು ರಚಿಸಿ, ಅದರ ಗೆರೆಗಳೆಡೆಯ ಭಾಗಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿವೆ ಎಂದು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳುವ ಚಟುವಟಿಕೆ. • ಒಂದು ಗೆರೆಯನ್ನು ಮೂರು ಸಮಾನ ಭಾಗಗಳಾಗಿ ವಿಭಜಿಸುವ ಚಟುವಟಿಕೆ. • ಒಂದು ಆಯತದ ಭುಜಗಳ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿ ಸುತ್ತಳತೆ ವ್ಯತ್ಯಸ್ತವಾಗಿರುವ ಇನ್ನೊಂದು ಆಯತದ ರಚನೆ.	• ಸಮಾನಾಂತರ ಗೆರೆಗಳು ಇತರ ಗೆರೆಗಳನ್ನು ಸಮಾನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿ ಭೇದಿಸುವುದೆಂದು ತಿಳಿಯುವುದು. • ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯನ್ನು ಬದಲಿಸದೆ ಆಯತದ ಭುಜಗಳನ್ನು ಹೆಚ್ಚಿಸಿಯೂ, ಕಡಿಮೆ ಮಾಡಿಯೂ ರಚಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುವುದು. • ಸಮಾನಾಂತರ ಗೆರೆಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಯಾವುದೇ ಗೆರೆಯನ್ನು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿ ಭೇದಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುವುದು.

ಯೂನಿಟ್ ಫ್ರೇಂ (ಸಮಾನಾಂತರ ಗೆರೆಗಳು)

ಆಶಯಗಳು	ಕಲಿಕಾ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ	ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳು
• ಯಾವುದೇ ತ್ರಿಕೋನದಲ್ಲಿಯೂ, ಒಂದು ಭುಜಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿ ಎಳೆಯುವ ಗೆರೆಯು ಉಳಿದ ಎರಡು ಭುಜಗಳನ್ನು ಸಮಾನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುವುದು.	• ಒಂದು ಆಯತದ ಸುತ್ತಳತೆಗಿಂತ, ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಉದ್ದ ಹೆಚ್ಚು ಸುತ್ತಳೆಯಿರುವ ಮತ್ತು ಭುಜಗಳ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ ಮೊದಲ ಆಯತದ ಭುಜಗಳ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಗೆ ಸಮಾನವಾಗಿರುವ ಆಯತದ ರಚನೆ. • ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಸುತ್ತಳತೆಯಿರುವ ಹಾಗೂ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದವು ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿರುವ ತ್ರಿಕೋನದ ರಚನೆ. • ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನದ ಒಂದು ಭುಜಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿ ಇತರ ಎರಡು ಭುಜಗಳನ್ನು ಛೇದಿಸಿ ಮುಂದುವರಿಯುವ ಒಂದು ಸಮಾನಾಂತರ ಗೆರೆಯನ್ನು ವಿರುದ್ಧ ಶಿರದ ಮೂಲಕ ಮತ್ತೊಂದು ಸಮಾನಾಂತರ ಗೆರೆಯನ್ನು ರಚಿಸಿ, ಸಮಾನಾಂತರ ಗೆರೆಗಳ ಎಡೆಯಲ್ಲಿರುವ ತ್ರಿಕೋನದ ಭುಜಗಳ ಭಾಗಗಳು ಒಂದೇ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿರುವುದೆಂದು ತೋರಿಸುವುದು. • ತ್ರಿಕೋನದ ಒಂದು ಭುಜಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾದ ಗೆರೆಯು ಇತರ ಎರಡು ಭುಜಗಳನ್ನು ಒಂದೇ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿ ವಿಭಜಿಸುವುದು ಎಂದು ಯುಕ್ತಿ ಪೂರ್ವಕವಾಗಿ ಸಮರ್ಥಿಸುವುದು.	• ತ್ರಿಕೋನದ ಒಂದು ಭುಜಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿ ಎಳೆಯುವ ಗೆರೆಯು ಇತರ ಎರಡು ಭುಜಗಳನ್ನು ಛೇದಿಸುವ ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ತಿಳಿಯುವುದು.

ಯೂನಿಟ್ ಫ್ರೇಂ (ಸಮಾನಾಂತರ ಗೆರೆಗಳು)

ಆಶಯಗಳು	ಕಲಿಕಾ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ	ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳು
• ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನದ ಒಂದು ಭುಜಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿ ಇನ್ನೊಂದು ಭುಜದ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ ಎಳೆಯುವ ಗೆರೆಯು ಮೂರನೇ ಭುಜದ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ ಹಾದುಹೋಗುವುದು.	• ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ ಒಂದು ಭುಜಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿ ಗೆರೆಗಳನ್ನು ಎಳೆಯುವ ಚಟುವಟಿಕೆ. • ತ್ರಿಕೋನದ ಒಂದು ಭುಜಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿ ಇನ್ನೊಂದು ಭುಜದ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ ಎಳೆಯುವ ಗೆರೆಯು ಮೂರನೇ ಭುಜದ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ ಹಾದು ಹೋಗುವುದರ ಯುಕ್ತಿ ಪೂರ್ವಕವಾದ ವಿವರಣೆ. • ಜ್ಯಾಮಿತೀಯವಾದ ಸಂಧರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಈ ಆಶಯಗಳ ಪ್ರಯೋಗದ ಕುರಿತಾದ ವಿವರಣೆ.	
• ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನದ ಎರಡು ಭುಜಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸುವ ಗೆರೆಯ ಉದ್ದವು ಮೂರನೇ ಭುಜದ ಉದ್ದದ ಅರ್ಧವಾಗಿದೆ.	• ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ ಎರಡು ಭುಜಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿ ಗೆರೆಗಳನ್ನು ಎಳೆದು ಮೂರನೇ ಭುಜದ ಉದ್ದದೊಂದಿಗೆ ಹೋಲಿಸಿ ನೋಡುವ ಚಟುವಟಿಕೆ. • ಮೂರು ಭುಜಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಪರಸ್ಪರ ಜೋಡಿಸಿ ಮೊದಲ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ಸಮಾನವಾದ ನಾಲ್ಕು ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನಾಗಿ ಮಾಡುವ ಚಟುವಟಿಕೆ.	• ತ್ರಿಕೋನದ ಮಧ್ಯಮ ಕೇಂದ್ರ ಎಂಬ ಆಶಯವನ್ನು ತಿಳಿಯುವುದು.
• ಯಾವುದೇ ತ್ರಿಕೋನದ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಶಿರದಿಂದ ವಿರುದ್ಧ ಭುಜಕ್ಕೆ ಎಳೆಯುವ ಲಂಬಗಳು ಒಂದೇ ಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ ಹಾದುಹೋಗುವುದು.	• ತ್ರಿಕೋನದ ಭುಜಗಳ ಲಂಬ ಸಮಭಾಜಕಗಳು ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ ಹಾದು ಹೋಗುವುದೆಂದು ತೋರಿಸುವುದು.	

ಯೂನಿಟ್ ಫ್ರೇಂ (ಸಮಾನಾಂತರ ಗೆರೆಗಳು)

ಆಶಯಗಳು	ಕಲಿಕಾ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ	ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳು
• ತ್ರಿಕೋನದ ಮಧ್ಯಮ ಗೆರೆಗಳು ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ ಹಾದು ಹೋಗುತ್ತದೆ. ಈ ಬಿಂದು ಮಧ್ಯಮ ಗೆರೆಗಳನ್ನು 2:1 ಎಂಬ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿ ವಿಭಜಿಸುತ್ತದೆ.	• ತ್ರಿಕೋನದ ಭುಜಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿ, ನಾಲ್ಕು ಸಮಾನ ತ್ರಿಕೋನಗಳಾಗಿ ವಿಭಜಿಸುವುದು. • ಈ ತ್ರಿಕೋನದ ಶಿರಗಳಿಂದ ವಿರುದ್ಧ ಭುಜಕ್ಕೆ ಲಂಬಗಳನ್ನು ಎಳೆಯುವುದು. • ಈ ಲಂಬಗಳು ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸುವುದೆಂದು ಸಮರ್ಥಿಸುವುದು. • ತ್ರಿಕೋನದ ಎರಡು ಶಿರಗಳ ಮೂಲಕ ಮಧ್ಯಮ ಗೆರೆಗಳನ್ನು ಎಳೆದು, ತ್ರಿಕೋನದೊಳಗೆ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸುವ ಚಟುವಟಿಕೆ. • ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮಭಾಗ ಮಾಡುವವು ಎಂಬ ತತ್ವವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಮಧ್ಯಮ ಗೆರೆಗಳು 2:1 ಎಂಬ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸುತ್ತವೆ ಎಂದು ಸಮರ್ಥಿಸುವುದು.	

ಆಶಯ ಬೆಳವಣಿಗೆ

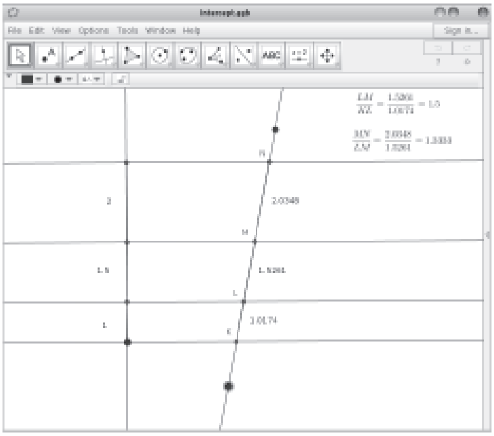
ಈ ಪಾಠದಲ್ಲಿ ಎರಡು ಭಾಗಗಳಿವೆ. ಮೊದಲ ಭಾಗವು ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಂಬ ಪಾಠದಲ್ಲಿ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಕುರಿತು ತಿಳಿದ ವಿಚಾರಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಒಂದು ಗುಂಪು ಸಮಾನಾಂತರ ಗೆರೆಗಳು ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಗೆರೆಗಳನ್ನು ಛೇದಿಸುವುದು ಒಂದೇ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಾಗಿದೆಯೆಂದು ತಿಳಿಸುತ್ತದೆ.

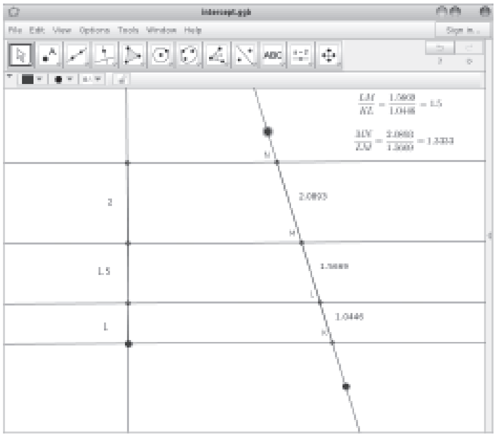
ಎರಡನೇ ಭಾಗವು, ಸಮಾನಾಂತರ ಗೆರೆಗಳ ಕುರಿತಾಗಿರುವ ಈ ತತ್ವವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ತ್ರಿಕೋನದ ಒಂದು ಭುಜಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿ ಎಳೆಯುವ ಗೆರೆಯು ಇತರ ಎರಡು ಭುಜಗಳನ್ನು ಒಂದೇ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತದೆ ಎಂಬ ತತ್ವವನ್ನು ಸಮರ್ಥಿಸುತ್ತದೆ. ತ್ರಿಕೋನದ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಶಿರದಿಂದಲೂ ಎಳೆಯುವ ವಿರುದ್ಧ ಶಿರದ ಲಂಬಗಳೆಲ್ಲಾ ಒಂದೇ ಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ ಹಾದು ಹೋಗುವುದೆಂದೂ ತ್ರಿಕೋನದ ಮಧ್ಯಮ ಗೆರೆಗಳೆಲ್ಲಾ ಒಂದೇ ಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ ಹಾದು ಹೋಗುವುದೆಂದೂ ತಿಳಿಸುತ್ತದೆ.

ಪಾಠಭಾಗಗಳು

ಸಮಾನಾಂತರ ಭಾಗ

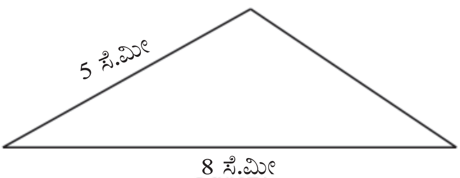
ಸಮಾನಾಂತರ ಗೆರೆಗಳು ಎಂಬ ಆಶಯವನ್ನು ಮಕ್ಕಳು 7 ನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲೇ ಪರಿಚಯಹೊಂದಿರುವರು. ಒಂದೇ ಲಂಬ ದೂರವನ್ನು ಕಾಯ್ದುಕೊಳ್ಳುವ ಒಂದು ಜೋಡಿ ಗೆರೆಗಳು ಅಲ್ಲಿರುವ ವಿಶದೀಕರಣವಾಗಿದೆ. ಎರಡಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಸಮಾನಾಂತರ ಗೆರೆಗಳಾದರೆ ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದೇ ಎರಡಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಸಮಾನಾಂತರ ಗೆರೆಗಳಾದರೆ ಅವುಗಳನ್ನು ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಗೆರೆಗಳೊಳಗಿರುವ ಲಂಬ ದೂರವು ಬದಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ ಎಂಬುದು ಪಾಠಭಾಗದ ಆರಂಭವಾಗಿದೆ. ಸ್ವಲ್ಪ ಓರೆಯಾಗಿ ಅಳತೆಮಾಡಿದರೆ ಏನಾಗುವುದೆಂಬುದು ನಂತರದ ಪ್ರಶ್ನೆಯಾಗಿದೆ. ಇದಕ್ಕೆ ಉತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು, ಮಕ್ಕಳೇ ವ್ಯತ್ಯಸ್ತ ಅಂತರಗಳಲ್ಲಿರುವ ಸಮಾನಾಂತರ ಗೆರೆಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ ಹಲವು ರೀತಿಗಳಲ್ಲಿ ಓರೆಯಾಗಿ ಅಳೆದು ನೋಡಿ, ನಿಷ್ಪತ್ತಿಗಳು ಸಮಾನವೆಂದು ತಿಳಿಯಬೇಕು. ಜಿಯೋಜಿಬ್ರದಲ್ಲಿ ಅನೇಕ ಸಮಾನಾಂತರ ಗೆರೆಗಳನ್ನು ಅವುಗಳ ಅತ್ಯಂತ ಮೇಲೆ ಮತ್ತು ಅತ್ಯಂತ ಕೆಳಗೆ ಇರುವ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸುವ ಗೆರೆಯನ್ನು ಎಳೆದರೆ, ಈ ಬಿಂದುಗಳು ಬದಲಾಗುವುದಕ್ಕನುಸಾರವಾಗಿ ಗೆರೆಯ ಭಾಗಗಳ ಉದ್ದ ಬದಲಾಗುವುದಾದರೂ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯು ಬದಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ ಎಂಬುವುದನ್ನು ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿ ಕಾಣಬಹುದು.

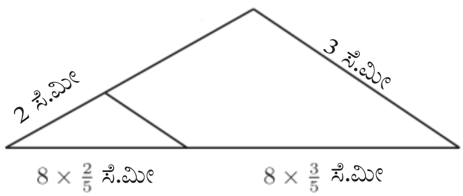




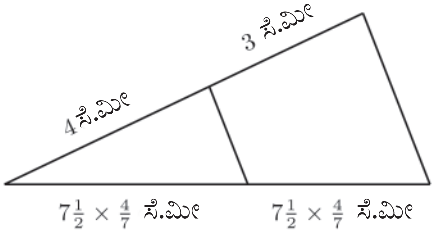
ನಂತರ ಪಾಠಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ತಿಳಿಸಿದಂತಿರುವ ಚರ್ಚೆಗಳ ಮೂಲಕ ಇದನ್ನು ಸಮರ್ಥಿಸಬಹುದು. ಪಾಠಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿರುವ ಸಾಕ್ಷ್ಯವನ್ನು ಬಹಳಷ್ಟು ದೃಶ್ಯಪರವಾಗಿ ಪ್ರಸ್ತುತಪಡಿಸಲಾಗಿದೆ. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿರುವ ಎಲ್ಲ ಬಿಂದುಗಳಿಗೆ ಹೆಸರು ನೀಡಿ ಅವುಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ವಿಚಾರಗಳನ್ನು ಬರೆಯುವಾಗ, ಚಿತ್ರದಲ್ಲೂ, ಅಕ್ಷರಗಳಲ್ಲೂ ಆಗಾಗ ನೋಡಿ ವಾದಗಳಲ್ಲಿ ಗಮನವಿರಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗಲಾರದು ಎಂಬುವುದನ್ನು ಮನಗಂಡು ಬಣ್ಣಗಳನ್ನು ಮಾತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಪಾಠಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ಈ ಸಾಕ್ಷ್ಯವನ್ನು ಬರೆಯಲಾಗಿದೆ. ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಇದನ್ನು ಹಲವು ವಿಧಗಳಲ್ಲಿ ನಿರ್ವಹಿಸಬಹುದು. ಅಧ್ಯಾಪಕರು ಮತ್ತು ಮಕ್ಕಳು ಪಾಠಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿರುವ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿಕೊಂಡು ಚರ್ಚಿಸಬಹುದು. ಅಲ್ಲದಿದ್ದರೆ ಈ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನೆಲ್ಲ ಅಧ್ಯಾಪಕರು ಮೊದಲೇ ದೊಡ್ಡ ಗಾತ್ರದಲ್ಲಿ ರಚಿಸಿ ಬಣ್ಣ ಕೊಟ್ಟು ಒಂದೊಂದಾಗಿ ಪ್ರದರ್ಶಿಸುವ ಮೂಲಕ ಈ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ನಡೆಸಬಹುದು. ಇಂಪ್ರೆಸ್ (Libre offfice impress) ಅಲ್ಲದಿದ್ದರೆ ಜಿಯೋಜಿಬ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಂಪ್ಯೂಟರಿನ ಮೂಲಕವೂ ಪ್ರಸ್ತುತ ಪಡಿಸಬಹುದು. ಇದಾವುದನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸದೆ ಕರಿಹಲಗೆಯಲ್ಲಿ ಮಾಡುವುದಾದರೆ ವಿವಿಧ ಬಣ್ಣಗಳಲ್ಲಿರುವ ಚೋಕುಗಳನ್ನಾದರೂ ಉಪಯೋಗಿಸಬೇಕು.

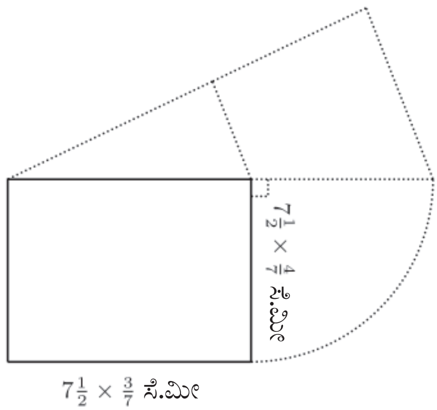
ಪಾಠಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿರುವ 7 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಉದ್ದವಿರುವ ಗೆರೆಯನ್ನು ಮೂರು ಸಮಭಾಗಗಳಾಗಿಸುವ ಲೆಕ್ಕದ ಬಳಿಕ, ಆಯತದ ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ಮಾಡುವುದರ ಮೊದಲು ಈ ಭಾಗದ ಕೊನೆಗೆ ನೀಡಿರುವ ಮೊದಲ ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ಮಾಡಬಹುದು. ಅದರಲ್ಲಿ 8 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಉದ್ದವಿರುವ ಗೆರೆಯನ್ನು ಅದರ ಒಂದು ತುದಿಯಿಂದ ಸ್ವಲ್ಪ ಓರೆಯಾಗಿ 5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಉದ್ದವಿರುವ ಒಂದು ಗೆರೆಯನ್ನು ಎಳೆದು ಮತ್ತೊಂದು ತುದಿಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿದ ಬಳಿಕ ಎರಡನೇ ಗೆರೆಯಲ್ಲಿ 2 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಅಂತರದಲ್ಲಿರುವ ಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ ಸಮಾನಾಂತರ ಗೆರೆಯನ್ನು ರಚಿಸಿದರೆ ಸಾಕು.





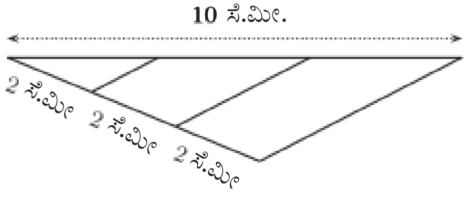
ನಂತರ ಪಾಠಪುಸ್ತಕದ ಹಿಂದಿನ ಆಯತ ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ಮಾಡಬಹುದು. ಇದರಲ್ಲಿ ಆಯತದ ಸುತ್ತಳತೆಯು 15 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದಗಳ ಮೊತ್ತ $7\frac{1}{2}$ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಇಷ್ಟು ಉದ್ದವಿರುವ ಗೆರೆಯನ್ನು 4:3 ಎಂಬ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸಿದರೆ ಆಯತದ ಭುಜಗಳು ಸಿಗುವವು.

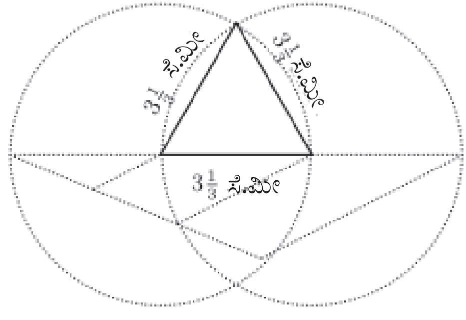




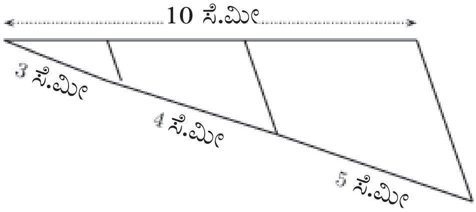
ಭುಜಗಳ ಉದ್ದವನ್ನು ಅಳೆಯದೆ ಆಯತವನ್ನು ಬದಲಾಯಿಸಿ ರಚಿಸುವ ಪಾಠಭಾಗದ ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಮಾಡಲು ಮಕ್ಕಳನ್ನು ಸಣ್ಣ ಗುಂಪುಗಳಾಗಿ ಮಾಡಿ, ಮೊದಲೇ ತಯಾರಿಸಿಟ್ಟಿರುವ ವ್ಯತ್ಯಸ್ತ ಆಯತಗಳನ್ನು ವಿತರಣೆ ಮಾಡಿ, ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿ ಭುಜಗಳ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯನ್ನು ಬದಲಿಸದೆ ಸುತ್ತಳತೆಯನ್ನು ಹೆಚ್ಚಿಸಿಯೂ ಕಡಿಮೆ ಮಾಡಿಯೂ ರಚಿಸಲು ಹೇಳಬಹುದು.

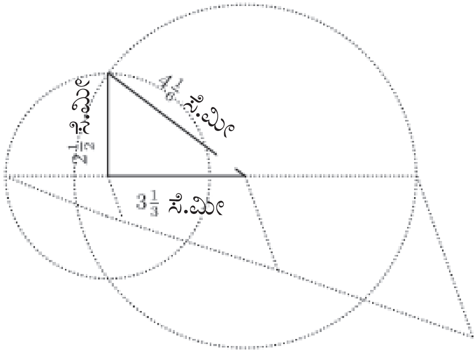
ಈ ಭಾಗದ ಕೊನೆಗಿರುವ ಮೂರನೇ ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿ ಮೊದಲ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಲು 10 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಉದ್ದವಿರುವ ಗೆರೆಯನ್ನು ಎಳೆದು ಮೂರು ಸಮಭಾಗಗಳನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಿದರೆ ಸಾಕು.



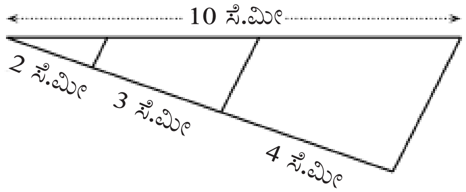


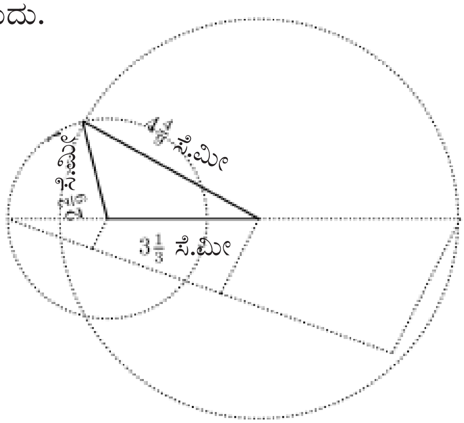
ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಯ ಎರಡನೇ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಲು 10 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಉದ್ದವಿರುವ ಗೆರೆಯನ್ನು 3 : 4 : 5 ಎಂಬ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸಿ ಅದಕ್ಕಾಗಿ ಈ ಗೆರೆಯ ಒಂದು ತುದಿಯಿಂದ $3+4+5=12$ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಉದ್ದವಿರುವ ಗೆರೆಯನ್ನು ಎಳೆದು, ಅದನ್ನು 3,4,5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಉದ್ದವಿರುವ ಭಾಗಗಳಾಗಿಸಿ ಸಮಾನಾಂತರ ಗೆರೆಗಳನು ಎಳೆದರೆ ಸಾಕು.



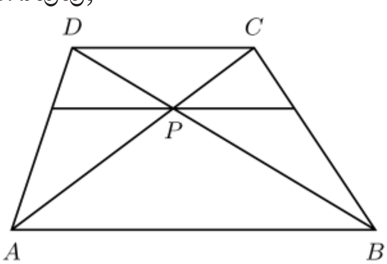


ಇದೊಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನವೆಂದು ತಿಳಿದು, ಅದು ಯಾಕಾಗಿ ಎಂದು ಚಿಂತನೆ ಮಾಡಲೂಬಹುದು. ಇದೇ ಸುತ್ತಳತೆಯಿರುವ ಇತರ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ರಚಿಸುವುದರ ಕುರಿತು ಆಲೋಚಿಸಬಹುದು. ಇದರಂತೆ 10 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಉದ್ದವಿರುವ ಗೆರೆಯನ್ನು 9 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಉದ್ದವಿರುವ ಗೆರೆಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಮೂರನೇ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದು.





ನಾಲ್ಕನೇ ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿ P ಯ ಮೂಲಕ ಒಂದು ಸಮಾನಾಂತರ ಗೆರೆಯನ್ನು ಕೂಡಾ ರಚಿಸಿದರೆ AC, BD ಎಂಬೀ ಗೆರೆಗಳನ್ನು ಛೇದಿಸುವ ಮೂರು ಸಮಾನಾಂತರ ಗೆರೆಗಳಾಗುವುವು;

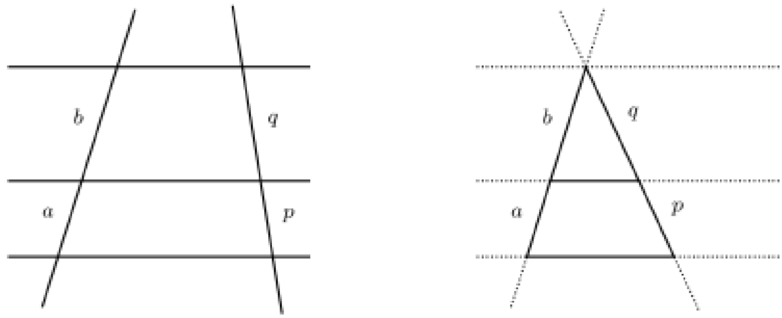


ಆಗ $\frac{PA}{PC}=\frac{PB}{PD}$ ಎಂದರೆ $PA \times PD = PB \times PC$

ಎಂದು ಸಿಗುವುದು.

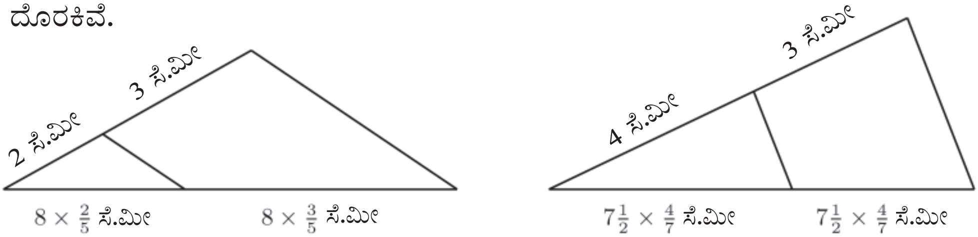
ತ್ರಿಕೋನ ಭಾಗ

ಸಮಾನಾಂತರ ಗೆರೆಗಳು ಅವುಗಳನ್ನು ಛೇದಿಸಿ ಮುಂದುವರಿಯು ಗೆರೆಗಳನ್ನೆಲ್ಲ ಒಂದೇ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿ ವಿಭಜಿಸುತ್ತವೆ ಎಂದು ಮೊದಲ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ಕಂಡುಕೊಂಡದ್ದಾಗಿದೆ. ಮೂರು ಸಮಾನಾಂತರ ಗೆರೆಗಳನ್ನು ಛೇದಿಸಿ ಹಾದು ಹೋಗುವ ಎರಡು ಗೆರೆಗಳು ಮತ್ತು ಸಮಾನಾಂತರ ಗೆರೆಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದರ ಭಾಗವೂ ಸೇರಿ ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನ ಉಂಟಾಗುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ, ಈ ತತ್ವವನ್ನು ಇನ್ನೊಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಬಹುದು. ತ್ರಿಕೋನದ ಒಂದು ಭುಜಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿರುವ ಗೆರೆಯು, ಇತರ ಎರಡು ಭುಜಗಳನ್ನು ಒಂದೇ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತದೆ.



$a : b = p : q$ $\qquad$ $a : b = p : q$

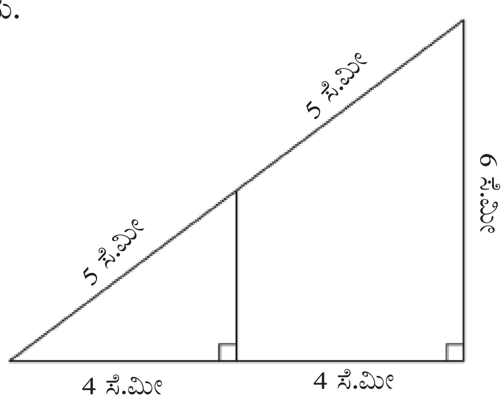
ಹಿಂದೆ ಮಾಡಿದ ಕೆಲವು ಲೆಕ್ಕಗಳಲ್ಲಿ ಇದರಂತಿರುವ ತ್ರಿಕೋನ ಚಿತ್ರವನ್ನು ಕಂಡಿರುತ್ತೇವೆ. ಉದಾಹರಣೆಗಾಗಿ 8 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಉದ್ದವಿರುವ 2 : 3 ಎಂಬ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುವಾಗಲೂ, ಆಯತ ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿ $7\frac{1}{2}$ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಉದ್ದವಿರುವ ಗೆರೆಯನ್ನು 4:3 ಎಂಬ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುವಾಗಲೂ ಇಂತಹ ಚಿತ್ರಗಳು ದೊರಕಿವೆ.



ಇವುಗಳನ್ನು ನೆನಪಿಸಿಕೊಂಡು ಈ ಭಾಗವನ್ನು ಆರಂಭಿಸಬಹುದು. ಇವುಗಳಲ್ಲೆಲ್ಲಾ ತ್ರಿಕೋನದ ಬಲದ ಭುಜಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿ ಎಳೆದ ಗೆರೆಯು, ಮೇಲಿನ ಮತ್ತು ಕೆಳಗಿನ ಭುಜಗಳನ್ನು ಒಂದೇ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿ ವಿಭಜಿಸುವುದು ಎಂದು ಕಂಡುಕೊಂಡರೆ, ಎಲ್ಲಾ ತ್ರಿಕೋನಗಳಿಗೂ ಇದು ಸರಿಯಾಗುವುದೇ ಎಂಬ ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು ಕೇಳಬಹುದು. ನಂತರ ಈ ಚಿತ್ರಗಳಲ್ಲೆಲ್ಲಾ ಇದು ಸರಿಯಾಗುವುದರ ಕಾರಣವನ್ನು ಅನ್ವೇಷಿಸಬಹುದು. ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಎರಡು ಶಿರಗಳ ಮೂಲಕ ಮೂರನೆಯ ಸಮಾನಾಂತರ ಗೆರೆಯನ್ನು ಕಲ್ಪಿಸಿದರೆ, ಮೊದಲ ಭಾಗದ ಸಮಾನಾಂತರ ತತ್ವವು ಈ ತ್ರಿಕೋನ ತತ್ವವಾಗಿ ಬದಲಾಗುವುದನ್ನು ಕಾಣಬಹುದು. (ಮೊದಲ ಭಾಗದಲ್ಲಿ 7 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಗೆರೆಯನ್ನು ಮೂರು ಸಮಭಾಗಗಳಾಗಿಸುವಾಗಲೂ

ಹೀಗೊಂದು ಗೆರೆಯನ್ನು ಕಲ್ಪಿಸಿದುದನ್ನು ನೆನಪಿಸಬಹುದು) ನಂತರ ಪಾಠಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ತಿಳಿಸಿರುವಂತೆ, ಸಾಮಾನ್ಯವಾದ ಸಾಕ್ಷ್ಯವನ್ನು ಪ್ರಸ್ತುತಪಡಿಸಬಹುದು.

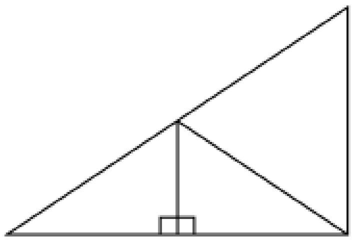
ಈ ತತ್ವವನ್ನು ಅದರ ಒಂದು ಸವಿಶೇಷತೆ ಸಂದರ್ಭವಾಗಿ, ಒಂದು ಭುಜಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿ ಇನ್ನೊಂದು ಭುಜದ ಮಧ್ಯ ಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ ಎಳೆಯುವ ಗೆರೆಯು ಮೂರನೇ ಭುಜವನ್ನು ಸಮಭಾಗ ಮಾಡುವುದು ಎಂಬ ತತ್ವವನ್ನು ಪ್ರಸ್ತುತಪಡಿಸಿದ ಬಳಿಕ, ಪಾಠ ಪುಸ್ತಕದ ವಿಚಾರಗಳನ್ನು ಚರ್ಚೆ ಮಾಡುವುದರ ಮೊದಲು, ಈ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ಕೊನೆಗಿರುವ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಲ್ಲಿನ ಮೊದಲ ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ಮಾಡಬಹುದು. ಇದರಲ್ಲಿ ದೊಡ್ಡ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ಮೂರನೇ ಭುಜವು $\sqrt{10^2-8^2}=6$ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಎಂದು ಬೇಗನೆ ಲೆಕ್ಕಹಾಕಬಹುದು. ನಂತರ ಕರ್ಣದ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಎಳೆಯುವ ಲಂಬವು, ತ್ರಿಕೋನದ ಎಡದ ಭುಜಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿರುವುದರಿಂದ, ಅದು ಕೆಳಗಿನ ಭುಜವನ್ನು ಸಮಭಾಗಮಾಡುವುದೆಂದು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಬಹುದು.

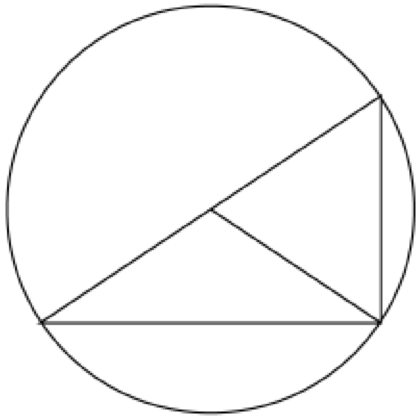


ಇನ್ನು ಸಣ್ಣ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ಮೂರನೇ ಭುಜದ ಉದ್ದ $\sqrt{5^2-4^2}=3$ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಎಂದು ಲೆಕ್ಕಹಾಕಬಹುದು.

ಇದರ ಉದ್ದವು ದೊಡ್ಡ ತ್ರಿಕೋನದ ಮೂರನೇ ಭುಜದ ಉದ್ದದ ಅರ್ಧವಾಗಿದೆ ಎಂದು ಕಾಣಬಹುದು. ಎಂದರೆ ದೊಡ್ಡ ಲಂಬಕೋನದ ಕರ್ಣ ಹಾಗೂ ಒಂದು ಲಂಬ ಭುಜದ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸುವ ಗೆರೆಯ ಉದ್ದವು ಮೂರನೇ ಭುಜದ ಉದ್ದದ ಅರ್ಧವಾಗಿದೆ. ಇದು ಎಲ್ಲಾ ತ್ರಿಕೋನಗಳಿಗೂ ಸರಿಯಾಗುವುದೇ ಎಂಬ ಪ್ರಶ್ನೆಯೊಂದಿಗೆ ಪಾಠಭಾಗಕ್ಕೆ ಮರಳಬಹುದು. ಯಾವುದೇ ತ್ರಿಕೋನದಲ್ಲೂ ಎರಡು ಭುಜಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸುವ ಗೆರೆ ಮೂರನೇ ಭುಜದ ಅರ್ಧವಾಗಿದೆ, ಅಥವಾ ಒಂದು ಭುಜದ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ ಎರಡನೇ ಭುಜಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿ ಎಳೆದ ಗೆರೆಯು ಎರಡನೇ ಭುಜದ ಅರ್ಧವಾಗಿದೆ ಎಂಬ ಸಾಮಾನ್ಯ ತತ್ವವನ್ನು ರೂಪಿಸಬಹುದು. ಅದರ ನಂತರ ಪಾಠದ ಕೊನೆಗಿರುವ ಎರಡನೇ ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ಮಾಡಬಹುದು. ಇದರಲ್ಲಿ ಮೊದಲು ಹೇಳಿರುವುದರ ಸಾಕ್ಷ್ಯವು ಈಗ ಕಂಡುಕೊಂಡ ಸಾಮಾನ್ಯ ತತ್ವದಿಂದ ಸಿಗುವುದು. ಎರಡನೇ ವಿಚಾರವನ್ನು ಸಾಧಿಸಲು ಕರ್ಣದ

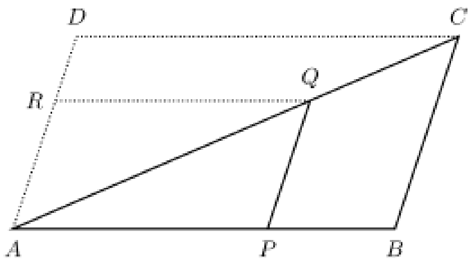
ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಅದರ ಎರಡೂ ತುದಿಗಳಿಗಿರುವ ದೂರ ಸಮಾನವಾಗಿದೆಯೆಂದು ಮೊದಲೇ ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಬಹುದು ಲಂಬ ಮೂಲೆಯಿಂದ ಇರುವ ದೂರವೂ, ಇದುವೇ ಆಗಿದೆಯೆಂದು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಲು ಈ ಬಿಂದುವನ್ನು ಲಂಬಶಿರವನ್ನು ಜೋಡಿಸಬೇಕು.

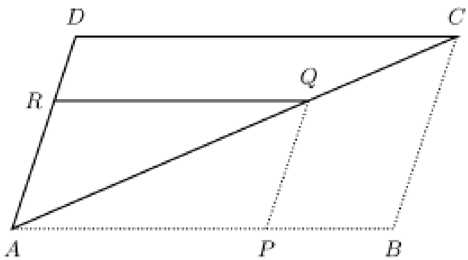




ಈಗ, ದೊಡ್ಡ ತ್ರಿಕೋನದ ಒಳಗಿರುವ ಎರಡು ಸಣ್ಣ ತ್ರಿಕೋನಗಳಲ್ಲಿ, ಒಂದು ಲಂಬ ಭುಜವು ಸಾಮಾನ್ಯ ಭುಜವಾಗಿದೆ. ದೊಡ್ಡ ತ್ರಿಕೋನದ ಕರ್ಣದ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಎಳೆದ ಲಂಬ ಕೆಳಗಿನ ಭುಜವನ್ನು ಸಮಭಾಗ ಮಾಡುವುದರಿಂದ, ಈ ಸಣ್ಣ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಎರಡನೇ ಭುಜಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿವೆ. ಆಗ ಪೈಥಾಗೋರಸನ ಸಿದ್ಧಾಂತಕ್ಕನುಸಾರವಾಗಿ ಕರ್ಣಗಳೂ ಸಮಾನವಾಗಿವೆ. ಆದುದರಿಂದ, ದೊಡ್ಡ ತ್ರಿಕೋನದ ಕರ್ಣದ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಲಂಬ ಶಿರಕ್ಕಿರುವ ದೂರವೂ ಇತರ ಎರಡು ಶಿರಗಳಿಗಿರುವ ದೂರವೂ ಸಮಾನವಾಗಿವೆ. ಇದರಿಂದ, ಕರ್ಣದ ಮಧ್ಯಬಿಂದು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿಯೂ ಮೂರು ಶಿರಗಳಿಗಿರುವ ದೂರವು ತ್ರಿಜ್ಯವಾಗಿರುವ ವೃತ್ತವು ತ್ರಿಕೋನದ ಮೂರು ಶಿರಗಳ ಮೂಲಕ ಹಾದುಹೋಗುವುದೆಂದು ಕಾಣಬಹುದು.

ಮೂರನೇ ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ಮಾಡಲು, ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿರುವ ಎರಡು ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿದರೆ ಸಾಕು.





ಎಡಭಾಗದ ತ್ರಿಕೋನದಿಂದ $\frac{AP}{PB} = \frac{AQ}{QC}$ ಎಂದೂ ಬಲಭಾಗದ ತ್ರಿಕೋನದಿಂದ $\frac{AQ}{QC} = \frac{AR}{RD}$ ಎಂದೂ ಕಾಣಬಹುದು. ಆಗ $\frac{AP}{PB} = \frac{AR}{RD}$ ಎಂದೂ ಲಭಿಸುವುದು.

ಎರಡನೇ ಸಮವಾಕ್ಯವನ್ನು ಸಾಧಿಸಲು ಹೀಗೆ ಚಿಂತನೆ ಮಾಡಬಹುದು. ಇದರಲ್ಲಿರುವ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ಅಂಶಗಳು ಈಗ ದೊರೆತಿರುವ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ಅಂಶಗಳೇ ಆಗಿವೆ. ಛೇದಗಳು PB, RD ಇವುಗಳಿಗೆ ಬದಲು AB, AD ಎಂಬಿವುಗಳಾಗಿವೆ. ಚಿತ್ರದಿಂದ ಛೇದಗಳೊಳಗಿರುವ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

$$PB = AB - AP, \quad RD = AD - AR$$

ಆಗ ಮೊದಲ ಸಮವಾಕ್ಯ ಈ ಕೆಳಗಿನಂತಾಗುವುದು:

$$\frac{AP}{AB - AP} = \frac{AR}{AD - RD}$$

ಈ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳನ್ನು ಸರಳಗೊಳಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. ಆದರೆ ಇವುಗಳ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮಗಳನ್ನು ಎರಡು ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸವಾಗಿ ಬರೆಯಬಹುದು. ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿರುವುದರಿಂದ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮಗಳೂ ಸಮಾನವಾಗಿವೆ.

ಎಂದರೆ,

$$\frac{AB}{AP} - 1 = \frac{AD}{AR} - 1$$

ಇದರಿಂದ $\frac{AB}{AP} = \frac{AD}{AR}$ ಎಂದೂ, ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ $\frac{AP}{AB} = \frac{AR}{AD}$ ಎಂದೂ ಲಭಿಸುವುದು.

ಅಡ್ಡ ಗುಣಾಕಾರವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿಯೂ ಇದನ್ನು ಮಾಡಬಹುದು. $\frac{AP}{AB} = \frac{AR}{AD}$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಲು $AP \times AD = AR \times AB$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿದರೆ ಸಾಕು. ಮೊದಲ ಪ್ರಶ್ನೆಯ ಸಮವಾಕ್ಯದ ಗುಣಾಕಾರ ರೂಪವು

$$AP \times RD = AR \times PB$$

ಇದರಲ್ಲಿ ಎರಡನೇ ಸಮವಾಕ್ಯದಲ್ಲಿ ಅಗತ್ಯವಿಲ್ಲದ RD, PB ಎಂಬಿವುಗಳನ್ನು, ಅದಕ್ಕೆ ಅಗತ್ಯವಿರುವ AB, AD ಎಂಬಿವುಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಬದಲಾಯಿಸಿ ಬರೆದರೆ ಸಮವಾಕ್ಯವು ಈ ಕೆಳಗಿನಂತಾಗುವುದು.

$$AP \times (AD - AR) = AR \times (AB - AP)$$

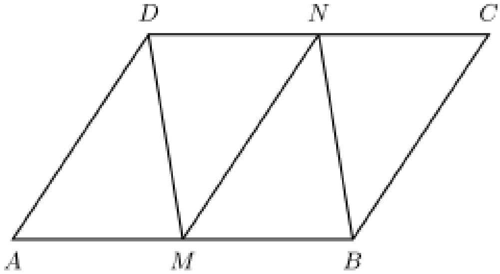
ಇದನ್ನು ಸರಳಗೊಳಿಸಿ ಬರೆದಾಗ :

$$AP \times AD = AR \times AB$$ ಎಂದು ಸಿಗುವುದು.

ಇದನ್ನು ನಮಗೆ ಅಗತ್ಯವಾಗಿರುವ ಭಾಗಾಕಾರ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಬಹುದು :

$$\frac{AP}{AB} = \frac{AR}{AD}$$

ನಾಲ್ಕನೇ ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿ, ಮೊದಲು ಶಿರಗಳನ್ನು ಭುಜಗಳ ಮಧ್ಯ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸುವ ಗೆರೆಗಳು ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿವೆಯೆಂದು ತಿಳಿಸಿ ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಬೇಕು. ಅದಕ್ಕೆ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಬೇಕು.

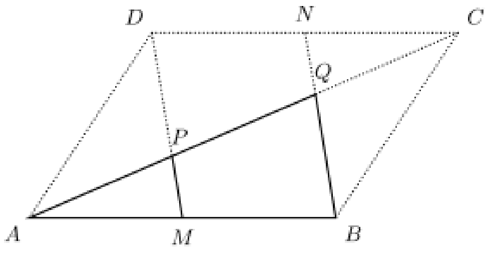


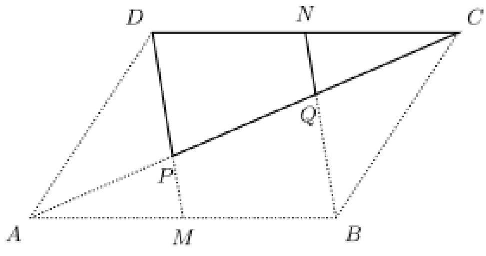
MNB, MND ಎಂಬೀ ಎರಡು ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಒಂದು ಭುಜವು *MN* ಆಗಿದೆ.

$$MB = \frac{1}{2}\ AB = \frac{1}{2}\ CD = ND$$

ಎಂದೂ ಕಾಣಬಹುದು. *MB, ND* ಎಂಬಿವುಗಳು ಸಮಾನಾಂತರವಾದುದರಿಂದ $\angle NMB = \angle MND$ ಎಂದೂ ಸಿಗುವುದು. ಹಾಗಾದರೆ ಈ ಎರಡು ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಎರಡು ಭುಜಗಳೂ ಅವುಗಳನ್ನೊಳಗೊಂಡ ಕೋನವೂ ಸಮಾನವಾಗಿದೆ. ಆದುದರಿಂದ ಇತರ ಕೋನಗಳೂ ಒಂದೇ ರೀತಿಯಾಗಿವೆ. ಹಾಗಾದರೆ $\angle MNB = \angle NMD$ ಎಂದೂ, ಅದರಿಂದ *DM, NB* ಎಂಬಿವುಗಳು ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿವೆಯೆಂದೂ ಕಾಣಬಹುದು (ಇದು ಎಂಟನೇ ತರಗತಿಯ **ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಸಮಾನತೆ** ಎಂಬ ಪಾಠದ ಕೊನೆಗೆ ನೀಡಿರುವ ಲೆಕ್ಕಗಳಲ್ಲಿ ಎರಡನೇ ಲೆಕ್ಕದ ಒಂದು ವಿಶೇಷ ಸಂದರ್ಭವಾಗಿದೆ)

ಇನ್ನು ಈ ಗೆರೆಗಳು *AC* ಎಂಬ ಕರ್ಣವನ್ನು ಮೂರು ಸಮಭಾಗಗಳಾಗಿಸುತ್ತದೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಲು ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿರುವ ಎರಡು ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಬೇಕು.

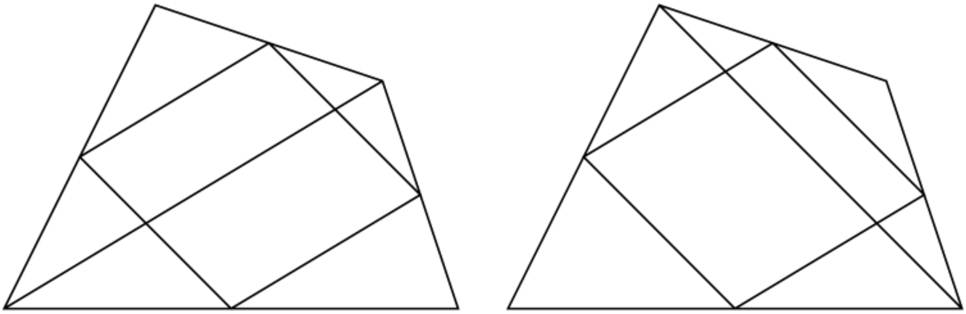




ಎಡಬದಿಯ ಚಿತ್ರದಿಂದ $AP = PQ$ ಎಂದೂ ಬಲಬದಿಯ ಚಿತ್ರದಿಂದ $PQ = QC$ ಎಂದೂ ಲಭಿಸುವುದು. ಹಾಗೆ $AP = PQ = QC$ ಎಂದು ಸಿಗುವುದು.

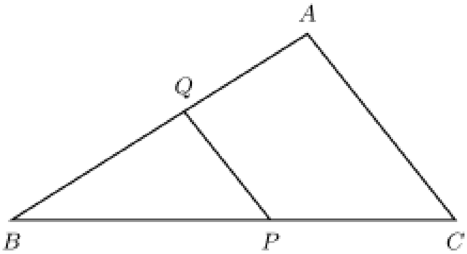
ಐದನೇ ಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿ ಪ್ರಸ್ತಾಪಿಸಿರುವುದನ್ನು ಸಾಧಿಸಲು, ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ಅದರ ಭುಜಗಳ

ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿ ಒಳಗೆ ಮತ್ತೊಂದು ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಬೇಕು. ಚತುರ್ಭುಜದ ಒಂದು ಕರ್ಣವನ್ನು ಕೂಡಾ ಎಳೆದರೆ ಎರಡು ತ್ರಿಕೋನಗಳೂ ಅವುಗಳ ಎರಡು ಭುಜಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸುವ ಗೆರೆಗಳೂ ಸಿಗುವುವು.

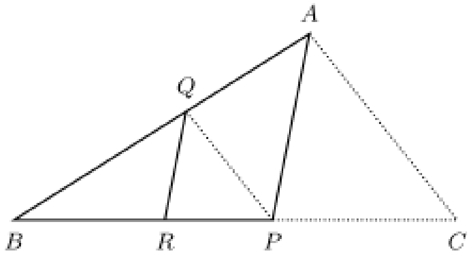


ಪ್ರತಿಯೊಂದು ತ್ರಿಕೋನದಿಂದ, ಒಳಗಿನ ಚತುರ್ಭುಜದ ಒಂದು ಜೊತೆ ವಿರುದ್ಧ ಭುಜಗಳು ಹೊರಗಿನ ಚತುರ್ಭುಜದ ಕರ್ಣದ ಅರ್ಧವಾಗಿದೆಯೆಂದು ತಿಳಿಯುವುದು. ಎರಡು ಜೊತೆ ವಿರುದ್ಧ ಭುಜಗಳೂ ಸಮಾನವಾಗಿರುವುದರಿಂದ ಅದೊಂದು ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿದೆ ಎಂದು ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗುವುದು. (ಎಂಟನೇ ತರಗತಿಯ ' ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಸಮಾನತೆ' ಎಂಬ ಪಾಠಭಾಗದ ಕೊನೆಗಿರುವ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದನೇ ಪ್ರಶ್ನೆ)

ಆರನೇ ಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಹಂತದಲ್ಲೂ ಸಮಾನಾಂತರ ಗೆರೆಗಳು ಸಿಗುವ ಸಮಾನವಾದ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಗಳನ್ನು ಬರೆದರೆ ಸಾಕು.



$$\frac{BP}{PC}=\frac{BQ}{QA}$$



$$\frac{BR}{RP}=\frac{BQ}{QA}$$

ಇವುಗಳಿಂದ $\frac{BP}{PC}=\frac{BR}{RP}$ ಎಂದೂ ಸಿಗುವುದು.

ಈ ಭಾಗದ ಕೊನೆಯ ಪ್ರಶ್ನೆಯು, ಮೊದಲ ಭಾಗದ ನಾಲ್ಕನೇ ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು ಸ್ವಲ್ಪ ಬದಲಿಸಿದುದಾಗಿದೆ. ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನೆಲ್ಲ ಚರ್ಚೆ ಮಾಡಿದ ಬಳಿಕ, ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಲಂಬಗಳ ಕುರಿತೂ ಮಧ್ಯಮಯ ಗೆರೆಗಳ ಕುರಿತೂ ಇರುವ ವಿಚಾರಗಳನ್ನು ಪ್ರಸ್ತುತಪಡಿಸಬಹುದು.

7 ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಸಾದೃಶ್ಯ

ಮುನ್ನುಡಿ

ಒಂದು ಫೋಟೋದ ವಿವಿಧ ಗಾತ್ರಗಳಲ್ಲಿರುವ ಚಿತ್ರಗಳು, ಒಂದೇ ಸ್ಥಳದ ವಿವಿಧ ಗಾತ್ರಗಳಲ್ಲಿರುವ ಭೂಪಟಗಳು, ಒಂದು ಕಟ್ಟಡದ ಅಥವಾ ಯಂತ್ರದ ವಿವಿಧ ಗಾತ್ರಗಳ ಮಾದರಿಗಳು ಎಂಬಿವುಗಳು ವಿವಿಧ ಗಾತ್ರಗಳಲ್ಲಿರುವುದಾದರೂ ಅವುಗಳ ರೂಪವು ಸಮಾನವಾಗಿದೆ. ಹೀಗೆ 'ಒಂದೇ ರೂಪವಿರುವ' ಎಂಬುದಕ್ಕೆ ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿ ಹೇಳುವಾಗ ಸಾದೃಶ್ಯ ಎಂಬ ಆಶಯ ಉಂಟಾಯಿತು. ಗೆರೆಗಳಿಂದ ರಚಿಸಬಹುದಾದ ಬಹುಭುಜಗಳಂತಹ ಆಕೃತಿಗಳ ಸಾದೃಶ್ಯಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಮಾತ್ರ ಯೂಕ್ಲಿಡ್ ಚರ್ಚಿಸಿರುವನು. ಈ ರೀತಿಯ ಆಕೃತಿಯ ಕೋನಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿರುವುದೆಂದೂ, ಸಮಾನವಾದ ಕೋನಗಳ ಭುಜಗಳು ಅನುಪಾತಿಕವಾಗಿರುವುವೂ ಆದ ಸದೃಶ ಆಕೃತಿಗಳು ಎಂದು ಅವನು ವಿವರಿಸಿದ್ದನು. (ಪುಸ್ತಕ VI, ನಿರ್ವಚನ 1) ತ್ರಿಕೋನಗಳಲ್ಲಿ, ಕೋನಗಳು ಸಮಾನವಾದರೆ ಭುಜಗಳು ಅನುಪಾತಿಕವಾಗಿರುವುದೆಂದೂ ಇದರ ವಿಲೋಮ ಸಿದ್ಧಾಂತವನ್ನು ಎಲಿಮೆಂಟ್ಸ್ ಎಂಬ ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ಸಾಧಿಸಿರುವನು. (ಪುಸ್ತಕ VI, ಸಿದ್ಧಾಂತ 4,5). ಸಮಾನ ಅಳತೆಯ ಒಂದು ಕೋನವೂ, ಅವುಗಳ ಭುಜಗಳು ಅನುಪಾತಿಕವೂ ಆಗಿರುವ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಉಳಿದ ಎರಡು ಕೋನಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿರುವುದೆಂದು ಸಾಧಿಸಲಾಗಿದೆ (ಪುಸ್ತಕ VI, ಸಿದ್ಧಾಂತ 6)

ಈ ಮೂರು ಸಿದ್ಧಾಂತಗಳ ಕುರಿತು ಈ ಪಾಠದಲ್ಲಿ ವಿವರಿಸಲಾಗಿದೆ. ಇನ್ನೊಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ ಸಾದೃಶ್ಯ ಎಂಬ ಪದದ ಅರ್ಥವನ್ನು ಬಹಳ ಆಳವಾಗಿ ಪರಿಗಣಿಸದೆ ತ್ರಿಕೋನಗಳಿಗೆ ಮಾತ್ರ ಸೀಮಿತಪಡಿಸಲಾಗಿದೆ. ಈ ಆಶಯದ ಸಾಮಾನ್ಯವಾದ ನಿರ್ವಚನವು ಅಷ್ಟು ಸುಲಭವಾಗಿಲ್ಲದುದರಿಂದ ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ನೀಡಲಾಗಿದೆ. ಒಂದು ಆಕೃತಿಯ ಎಲ್ಲಾ ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಅಳತೆಯಲ್ಲಿ ಬದಲಾಗುವಾಗ ಸದೃಶ ರೂಪವು ದೊರೆಯುವುದು ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದು. (https://en.wikipedia.org/wiki/Similarity_(geometry))

ಯೂನಿಟ್ ಫ್ರೇಂ (ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಸಾದೃಶ್ಯ)

ಆಶಯಗಳು	ಕಲಿಕಾ – ಬೋಧನಾ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ	ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳು
• ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ಕೋನಗಳಿರುವ ತ್ರಿಕೋನಗಳಲ್ಲಿ ಎರಡು ಸಮಾನ ಕೋನಗಳ ಎದುರಿರುವ ಭುಜಗಳ ಎಲ್ಲಾ ಜೋಡಿಗಳು ಒಂದೇ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿರುವುದು.	• ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಿ, ಕೋನಗಳ ಅಳತೆಗಳು ಬದಲಾಗದೆ ಒಂದು ಭುಜವನ್ನು ಅರ್ಧವಾಗಿಸಿ ಇನ್ನೊಂದು ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸುವುದು. ಉಳಿದ ಭುಜಗಳ ಪ್ರತ್ಯೇಕತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು. • ದೊಡ್ಡ ತ್ರಿಕೋನದ ಮೇಲೆ ಸಣ್ಣ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ಹಲವು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಇರಿಸಿ ನೋಡುವುದು. • ದೊಡ್ಡ ತ್ರಿಕೋನದ ಭುಜಗಳಿಗೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿ ಸಣ್ಣ ತ್ರಿಕೋನದ ಭುಜಗಳು ಬರುವಂತೆ ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ಇರಿಸುವುದು. • ಭುಜಗಳು ಅರ್ಧವಾಗುವುದಕ್ಕೆ ಬದಲಾಗಿ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಮಡಿ ಅಥವಾ ಭಾಗವಾಗುವಾಗ ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ ಹೊಂದಿಸಿ ಇರಿಸುವುದು. • ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ಕೋನಗಳಿರುವ ಎರಡು ತ್ರಿಕೋನಗಳಲ್ಲಿ ಅತೀ ಸಣ್ಣ ಭುಜಗಳು, ಎಡೆಯಲ್ಲಿರುವ ಭುಜಗಳು, ಅತೀ ದೊಡ್ಡ ಭುಜಗಳು ಒಂದೇ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿರುವುದೆಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು. • ಜಿಯೋಜೀಬ್ರವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ನಡೆಸುವ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳು. • ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ಕೋನಗಳಿರುವ ತ್ರಿಕೋನಗಳಲ್ಲಿ ಎರಡು ಸಮಾನ ಕೋನಗಳ ಎದುರಿರುವ ಭುಜಗಳ ಎಲ್ಲಾ ಜೋಡಿಗಳೂ ಒಂದೇ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿರುವು ಎಂದು ಯುಕ್ತಿ ಪೂರ್ವಕ ಚಿಂತನೆಗಳಿಂದ ಸಾಧಿಸುವುದು.	• ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ಕೋನಗಳಿರುವ ತ್ರಿಕೋನಗಳಲ್ಲಿ ಭುಜಗಳ ಬದಲಾವಣೆಯು ಒಂದೇ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಾಗಿದೆ ಎಂದು ತಿಳಿಯುವುದು. • ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನದ ಒಂದು ಭುಜ ಮತ್ತು ಅದರ ಎರಡೂ ತುದಿಗಳಲ್ಲಿರುವ ಕೋನಗಳು ತಿಳಿದಿದ್ದರೆ ಅದರ ಎಲ್ಲಾ ಭುಜಗಳನ್ನು ಒಂದೇ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿ ಸಣ್ಣದು ಅಥವಾ ದೊಡ್ಡದಾಗಿಸಿ ಬದಲಾಯಿಸಿ ರಚಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುವುದು.

ಯೂನಿಟ್ ಫ್ರೈಂ (ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಸಾದೃಶ್ಯ)

ಆಶಯಗಳು	ಕಲಿಕಾ – ಬೋಧನಾ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ	ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳು
• ಭುಜಗಳ ಬದಲಾವಣೆಯು ಒಂದೇ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿರುವ ತ್ರಿಕೋನಗಳಿಗೆಲ್ಲಾ ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ಕೋನಗಳಿವೆ..	• ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ಕೋನಗಳಿರುವ ತ್ರಿಕೋನಗಳಲೆಲ್ಲಾ ಭುಜಗಳ ಬದಲಾವಣೆಯ ಪ್ರಮಾಣವು ಒಂದೇ ರೀತಿಯಾಗಿರುವುದು ಎಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು. • ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನದ ಎಲ್ಲಾ ಭುಜಗಳ ಅಳತೆಗಳನ್ನೂ ಒಂದೇ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿ ಸಣ್ಣದಾಗಿಸಿದರೆ ಲಭಿಸುವ ತ್ರಿಕೋನದ ಕೋನಗಳೆಲ್ಲಾ ಮೊದಲ ತ್ರಿಕೋನದ ಕೋನಗಳಿಗೆ ಸಮಾನವಾಗಿರುವುದೆಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳು. • ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನದ ಎಲ್ಲಾ ಭುಜಗಳನ್ನು ಒಂದೇ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿ ದೊಡ್ಡದಾಗಿಸಿದರೆ ಲಭಿಸುವ ತ್ರಿಕೋನದ ಕೋನಗಳೆಲ್ಲಾ ಮೊದಲನೇ ತ್ರಿಕೋನದಕೋನಗಳಿಗೆ ಸಮಾನವಾಗಿರುವುದೆಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು. • ಕೋನಗಳನ್ನು ಬದಲಾಯಿಸದೆ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ದೊಡ್ಡದು ಅಥವಾ ಚಿಕ್ಕದು ಮಾಡಲು ಭುಜಗಳನ್ನು ಒಂದೇ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿ ಬದಲಾಯಿಸಿದರೆ ಸಾಕು ಎಂದು ಸಮರ್ಥಿಸುವುದು. • ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನದ ಎಲ್ಲಾ ಭುಜಗಳನ್ನೂ ಒಂದೇ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿ ಬದಲಾಯಿಸಿ ಹೊಸ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸುವಾಗ ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಬದಲಾಗುವ ಪ್ರಮಾಣವು ಭುಜಗಳು ಬದಲಾಗುವ ಪ್ರಮಾಣದ ವರ್ಗಕ್ಕೆ ಸಮಾನವಾಗಿದೆ ಎಂದು ಸಮರ್ಥಿಸುವುದು.	• ಭುಜಗಳ ಬದಲಾವಣೆಯು ಒಂದೇ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿರುವ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಕೋನಗಳು ಒಂದೇ ರೀತಿಯಾಗಿವೆ ಎಂದು ತಿಳಿಯುವುದು. • ಮೂರು ಭುಜಗಳು ತಿಳಿದಿರುವ ತ್ರಿಕೋನದ ಕೋನಗಳನ್ನು ಬದಲಾಯಿಸದೆ ಸಣ್ಣದು ಅಥವಾ ದೊಡ್ಡದಾಗಿಸಿ ಬದಲಾಯಿಸಿ ರಚಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುವುದು.

ಯೂನಿಟ್ ಫ್ರೇಂ(ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಸಾದೃಶ್ಯ)

ಆಶಯಗಳು	ಕಲಿಕಾ – ಬೋಧನಾ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ	ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳು
ಎರಡು ಭುಜಗಳಲ್ಲಿನ ಬದಲಾವಣೆಯು ಒಂದೇ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿ ಇದ್ದು ಅವುಗಳೊಳಗಿನ ಕೋನವು ಸಮಾನವಾಗಿರುವ ತ್ರಿಕೋನಗಳಲ್ಲಿ ಮೂರನೇ ಭುಜದ ಬದಲಾವಣೆಯೂ ಇದೇ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಾಗಿದೆ.	• ಎರಡು ಭುಜಗಳೂ ಅವುಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನದ ಅಳತೆಯನ್ನೂ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಿದ ನಂತರ, ಕೋನಗಳನ್ನು ಬದಲಾಯಿಸದೆ ಭುಜಗಳನ್ನು ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಭಾಗವಾಗಿಸಿ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸುವುದು. ಮೊದಲನೇ ತ್ರಿಕೋನದ ಮೂರನೇ ಭುಜದ ಅದೇ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಭಾಗವಾಗಿರುವುದು ಸಣ್ಣ ತ್ರಿಕೋನದ ಮೂರನೇ ಭುಜ ಎಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು. • ಭುಜಗಳನ್ನು ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಮಡಿಯಾಗಿಸಿ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಿ ಮೇಲಿನ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ಆವರ್ತಿಸುವುದು. • ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನದ ಭುಜಗಳ ಅಳತೆಯ ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಠ ಮಡಿಯೋ ಭಾಗವೋ ಭುಜವಿರುವ ಇನ್ನೊಂದು ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ಕೋನಗಳ ಅಳತೆಗಳನ್ನುಪಯೋಗಿಸದೆ ರಚಿಸುವುದು. • ಭುಜಗಳ ಬದಲಾವಣೆಯು ಒಂದೇ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿರುವ ಎರಡು ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ಸದೃಶ ತ್ರಿಕೋನಗಳು ಎಂದು ಮಂಡಿಸುವುದು.	• ಎರಡು ಭುಜಗಳ ಬದಲಾವಣೆ ಒಂದೇ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿದ್ದು ಅವುಗಳ ನ್ನೊಳಗೊಂಡ ಕೋನಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿರುವ ತ್ರಿಕೋನಗಳಲ್ಲಿ ಮೂರನೇ ಭುಜದ ಬದಲಾವಣೆಯು ಇದೇ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಾಗಿದೆ ಎಂದು ತಿಳಿಯುವುದು. • ಭುಜಗಳನ್ನು ಅಥವಾ ಕೋನಗಳನ್ನು ಅಳತೆಮಾಡದೆ ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ಬೇಕಾದ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿ ಬದಲಾಯಿಸಿ ರಚಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುವುದು. • ಭುಜಗಳನ್ನು ಅಥವಾ ಕೋನಗಳನ್ನು ಅಳತೆ ಮಾಡದೆ, ಯಾವುದೇ ಬಹುಭುಜವನ್ನು ಬೇಕಾದ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿ ಬದಲಾಯಿಸಿ ರಚಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುವುದು.

ಆಶಯದ ಬೆಳವಣಿಗೆ

ಈ ಪಾಠದಲ್ಲಿ ಮೂರು ಭಾಗಗಳಿವೆ. ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ಕೋನಗಳಿರುವ ತ್ರಿಕೋನಗಳಲ್ಲಿ, ಭುಜಗಳ ಬದಲಾವಣೆಗಳು ಒಂದೇ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಾಗಿರುವುದು ಎಂಬ ತತ್ವವೂ ಇದನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸುವ ಸಂದರ್ಭಗಳನ್ನೂ ಒಂದನೇ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ನೀಡಲಾಗಿದೆ. ಬದಲಾಗಿ, ಭುಜಗಳ ಬದಲಾವಣೆಗಳು ಒಂದೇ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿರುವ ತ್ರಿಕೋನಗಳಲ್ಲೆಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳ ಅಳತೆಗಳು ಒಂದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿರುವುದೆಂಬ ತತ್ವವೂ ಅದರ ಉಪಯೋಗವೂ ಎರಡನೇ ಭಾಗದಲ್ಲಿದೆ. ಎರಡು ಭುಜಗಳ ಬದಲಾವಣೆಯು ಒಂದೇ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿದ್ದು ಅವುಗಳನ್ನೊಳಗೊಂಡ ಕೋನಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿರುವ ತ್ರಿಕೋನಗಳಲ್ಲಿ ಮೂರನೇ ಭುಜದ ಬದಲಾವಣೆ ಇದೇ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಾಗಿದೆ ಎಂಬ ತತ್ವವೂ ಅದರ ಉಪಯೋಗಗಳೂ ಮೂರನೇ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ವಿವರಿಸಲಾಗಿದೆ. ನಂತರ, ಮೇಲೆ ಹೇಳಿದ ಯಾವುದೇ ರೀತಿಯ ಸಂಬಂಧವನ್ನೊಳಗೊಂಡ ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ಸದೃಶ ತ್ರಿಕೋನಗಳು ಎಂದು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಲಾಗಿದೆ.

ಪಾಠ ಭಾಗದ ಮೂಲಕ

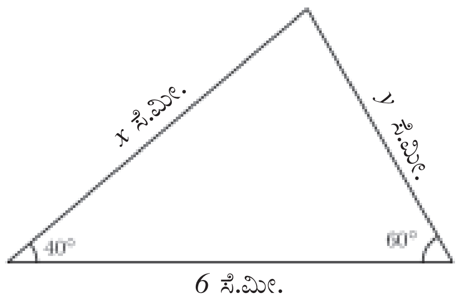
ಕೋನಗಳೂ ಭುಜಗಳೂ

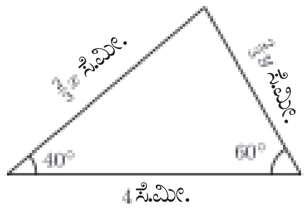
ಭುಜಗಳ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ನೀಡಿರುವ ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನದಲ್ಲಿ ಯಾವುದೇ ಕೋನಗಳು ಬದಲಾಗದೆ, ಭುಜಗಳನ್ನು ಅರ್ಧಮಾಡುವುದು ಹೇಗೆ ಎಂಬ ಪ್ರಶ್ನೆಯ ಮೂಲಕ ಈ ಭಾಗವನ್ನು ಪ್ರಾರಂಭಿಸಬೇಕು. ಪಾಠಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿರುವಂತೆ, ದೊಡ್ಡ ಭುಜವನ್ನು ಅರ್ಧಮಾಡಿದರೆ, ಅದರ ಮೇಲಿರುವ ಎರಡು ಕೋನಗಳೂ ಬದಲಾಗದೆ ಸಣ್ಣ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಿದರೆ ಅದರ ಉಳಿದ ಎರಡು ಭುಜಗಳೂ ದೊಡ್ಡ ತ್ರಿಕೋನದ ಉಳಿದೆರಡು ಭುಜಗಳ ಅರ್ಧವಾಗಿರುವುದು ಎಂದು ಅಳತೆಮಾಡಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು. ನಂತರ ಒಂದು ಭುಜದ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ ಇನ್ನೊಂದು ಭುಜಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾದ ಗೆರೆಯನ್ನು ಎಳೆದರೆ ಸಾಕೆಂದು ಸಾಧಿಸುವ. ಇದರಿಂದ, ತ್ರಿಕೋನದ ಕೋನಗಳೆಲ್ಲಾ ಮೊದಲಿನಷ್ಟೇ ಇರುವಂತೆಯೂ ಒಂದು ಭುಜವನ್ನು ಅರ್ಧದಷ್ಟಾಗಿಸುವುದಾಗಿದೆ ಎಂದು ತಿಳಿದುಬರುವುದು.

ಇನ್ನು ಕೋನಗಳನ್ನು ಬದಲಾಯಿಸದೆ, ಒಂದು ಭುಜವನ್ನು ಅರ್ಧಮಾಡುವುದಕ್ಕೆ ಬದಲಾಗಿ ಮೂರನೇ ಒಂದು ಭಾಗವನ್ನಾಗಿಸಿದರೆ ಉಳಿದ ಎರಡು ಭುಜಗಳು ಮೂರನೇ ಒಂದು ಭಾಗವಾಗಿರುವುದೇ ಎಂಬೀ ರೀತಿಯ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಚರ್ಚಿಸಬೇಕು. ಪಾಠ ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿರುವಂತೆ, ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ಕೋನಗಳಿರುವ ತ್ರಿಕೋನದ ಭುಜಗಳೆಲ್ಲಾ ಬದಲಾಗುವುದು ಒಂದೇ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಾಗಿದೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸುವ. ಹೀಗೆ ಹೇಳುವಾಗ, ಭುಜಗಳ ಸ್ಥಾನವನ್ನು ಗಮನಿಸಬೇಕು. ಪಾಠ ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿರುವ ಮೊದಲನೇ ಉದಾಹರಣೆಯು ಇದನ್ನು ಸ್ಪಷ್ಟಪಡಿಸುತ್ತದೆ. ಇದೇ ರೀತಿಯ ಬೇರೆ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಚರ್ಚಿಸಬೇಕು.

ಒಂದು ಭುಜವೂ ಅದರ ಎರಡೂ ತುದಿಗಳಲ್ಲಿರುವ ಕೋನಗಳೂ ನೀಡಿರುವ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಿ ಅದರ ಕೋನಗಳು ಬದಲಾಗದೆ ಭುಜಗಳೆಲ್ಲಾ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಮಡಿಯೋ ಭಾಗವೋ ಆಗಿ ಬದಲಾಗುವ

ಇನ್ನೊಂದು ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಲು ಈ ತತ್ವವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸುವ. ಉದಾಹರಣೆಗಾಗಿ, ಒಂದು ಭುಜ 6 ಸೆಂಟೀ ಮೀಟರ್, ಅದರ ಮೇಲಿರುವ ಕೋನಗಳು 40^0, 60^0 ಆಗಿರುವ ತ್ರಿಕೋನದ ಎಲ್ಲಾ ಭುಜಗಳನ್ನು $\frac{2}{3}$ ಭಾಗ ಮಾಡಲು, $6 \times \frac{2}{3} = 4$ ಸೆಂಟೀಮೀಟರ್ ಗೆರೆ ಎಳೆದು ಅದರ ಎರಡೂ ಬದಿಗಳಲ್ಲಿ 40^0, 60^0 ಯ ಕೋನಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿದರೆ ಸಾಕು; ಚಿಕ್ಕ ತ್ರಿಕೋನದ ಉಳಿದೆರದು ಭುಜಗಳೂ ದೊಡ್ಡ ತ್ರಿಕೋನದ ಉಳಿದೆರಡು ಭುಜಗಳ $\frac{2}{3}$ ಭಾಗವೇ ಆಗಿರುವುದು.

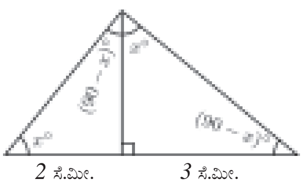


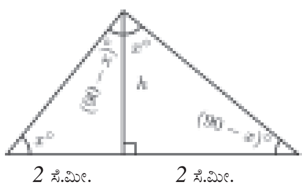


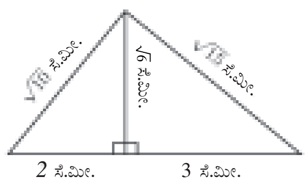
ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿರುವ ಬೇರೆ ಕೆಲವು ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಅರ್ಥೈಸಿಕೊಳ್ಳಬೇಕು.

ಚೌಕವನ್ನು ಮಡಚಿ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ಮಾಡುವ ಉದಾಹರಣೆಯನ್ನು ವಿವರಿಸಲು, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನು ವಿವಿಧ ಗುಂಪುಗಳನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಿ, ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಗುಂಪಿಗೂ ವಿವಿಧ ಗಾತ್ರದ ಚೌಕಗಳನ್ನು ನೀಡಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಸ್ವತಃ ಈ ವಿಷಯವನ್ನು ಅರ್ಥೈಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಅವಕಾಶವನ್ನು ನೀಡಬೇಕು.

ಈ ಭಾಗದ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ನೀಡಿರುವ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದನೆಯದರಲ್ಲಿ ಮೊದಲು ತ್ರಿಕೋನದ ಕೋನಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸುವ.



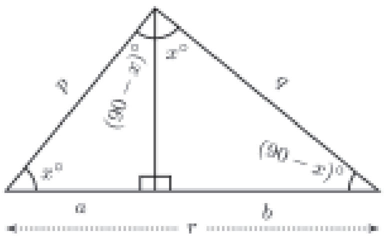




ಉನ್ನತಿಯು h ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಎಂದಾದರೆ, ಸಮಾನ ಅಳತೆಯ ಎದುರಿರುವ ಕೋನಗಳ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯು ಸಮಾನವಾಗಿದೆ ಎಂಬ ತತ್ವವನ್ನನುಸರಿಸಿ, $\frac{h}{2} = \frac{3}{h}$ ಎಂದು ಸಿಗುವುದು. ಇದರಿಂದ $h^2 = 6$ ಎಂದೂ ಸಿಗುವುದು. ಆಗ ಎಡ ಮತ್ತು ಬಲಬದಿಯಲ್ಲಿರುವ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಕರ್ಣಗಳು, $\sqrt{10}$ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, $\sqrt{15}$ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಎಂದೂ ಲೆಕ್ಕಹಾಕಬಹುದು. ಈ ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿ ಉನ್ನತಿಯು ಕರ್ಣವನ್ನು ಭೇದಿಸುವ ಭಾಗಗಳ ಉದ್ದವು 2 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್, 3 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಎಂಬುದರ ಬದಲಾಗಿ a, b ಎಂದಾದರೆ,

$\frac{h}{a} = \frac{b}{h}$ ಎಂದೂ ಇದರಿಂದ, $h^2 = ab$ ಎಂದೂ ಸಿಗುವುದು.

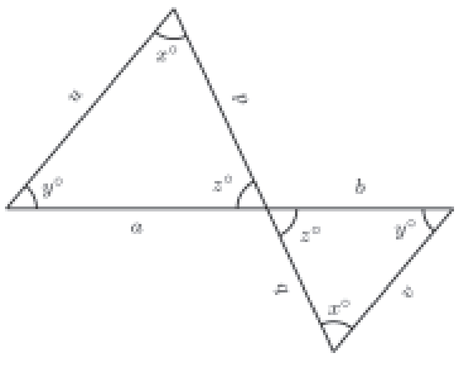
ಈ ರೀತಿಯ ಒಂದು ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಎಡ ಹಾಗೂ ಬಲಭಾಗದಲ್ಲಿರುವ ಸಣ್ಣ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಕೋನಗಳು ದೊಡ್ಡ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ಕೋನಗಳೇ ಆಗಿವೆ. ಆಗ ದೊಡ್ಡ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ಲಂಬ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದಗಳು p, q ಎಂದೂ ಕರ್ಣದ ಉದ್ದ r ಎಂದೂ ಪರಿಗಣಿಸಿದರೆ, ಎಡಭಾಗದ ತ್ರಿಕೋನ ಮತ್ತು ಬಲಭಾಗದ ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ $\frac{a}{p} = \frac{p}{r}$ ಎಂದೂ ಬಲಭಾಗದ ತ್ರಿಕೋನ ಮತ್ತು ದೊಡ್ಡ ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ $\frac{b}{q} = \frac{q}{r}$ ಎಂದೂ ಸಿಗುವುದು.



ಇದರಿಂದ

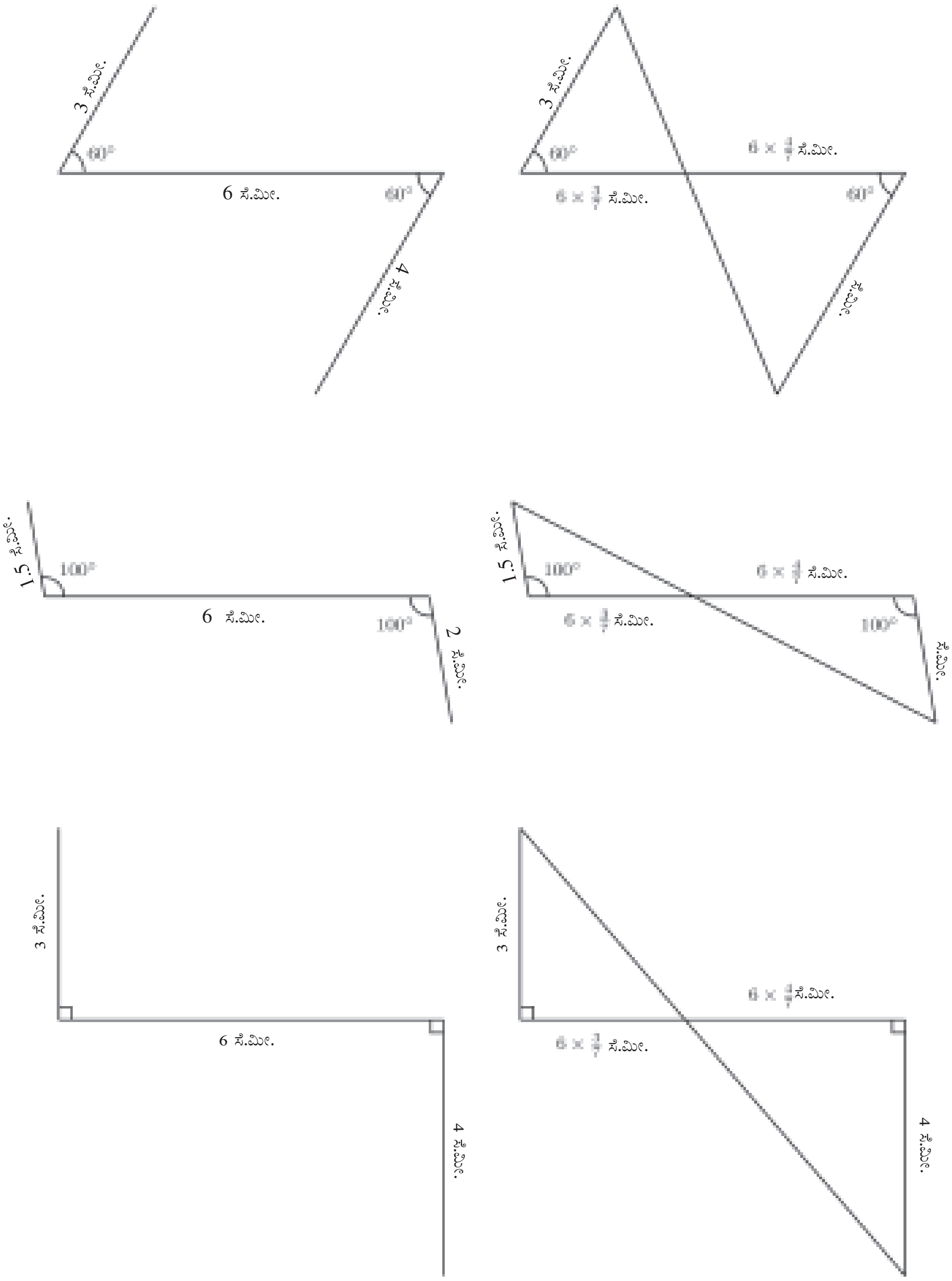
$$p^2 + q^2 = ar + br = (a + b)r = r^2$$

ಎಂದು ಸಿಗುವುದು. ಹೀಗೆ ಇನ್ನೊಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಪೈಥಗೋರಸನ ನಿಯಮವನ್ನು ಸಾಧಿಸಬಹುದು. ಎರಡನೇ ಪ್ರಶ್ನೆಯ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಕೋನಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ಭುಜಗಳ ಉದ್ದವನ್ನು ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಗುರುತಿಸಬಹುದು.



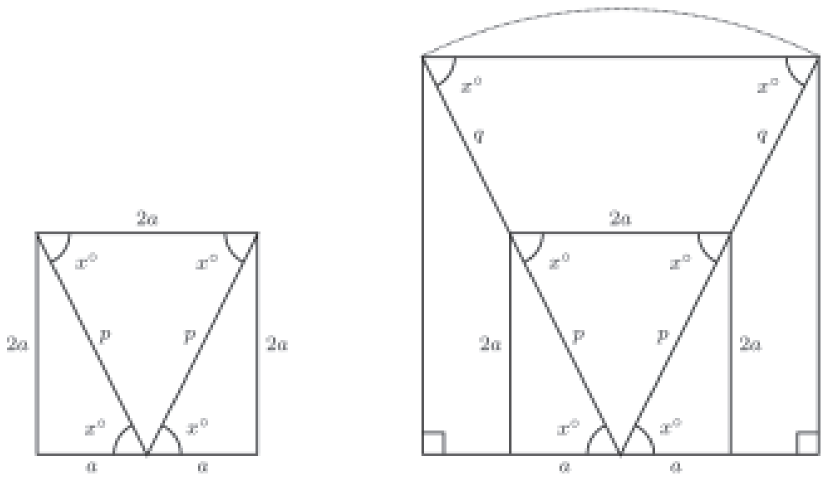
ಇದರಿಂದ $\frac{a}{b} = \frac{p}{q} = \frac{u}{v}$ ಎಂದು ಸಿಗುವುದು. ಇದು ಮೊದಲನೇ ಹಾಗೂ ಎರಡನೇ ಉಪಪ್ರಶ್ನೆಗಳಲ್ಲಿ ಹೇಳಿರುವ ವಿಷಯಗಳ ಬೀಜಗಣಿತ ರೂಪವಾಗಿದೆ. ಇನ್ನು ಮೂರನೆಯ ಉಪಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿ ಹೇಳಿರುವಂತೆ

ಗೆರೆಯನ್ನು ವಿಭಜಿಸಲು 6 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಗೆರೆಯ ಎರಡೂ ಬದಿಗಳಲ್ಲಿ ಉದ್ದಗಳ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 3:4 ಆಗಿರುವ ಗೆರೆಗಳನ್ನು ಒಂದೇ ರೀತಿ ಬಾಗಿರುವ ಸಮಾನ ಕೋನದಲ್ಲಿ ರಚಿಸಿದರೆ ಸಾಕು. ಇದು ಈ ಕೆಳಗಿನ ವಿಭಿನ್ನ ರೀತಿಗಳಲ್ಲಿ ಆಗಬಹುದು.



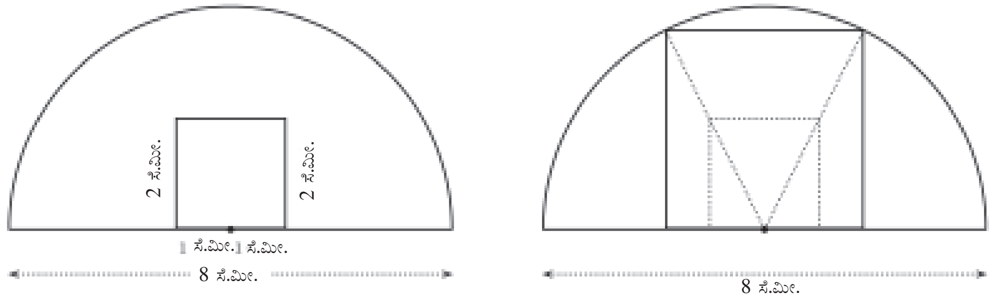
ಬೇರೆ ಬೇರೆ ರೀತಿಗಳಲ್ಲಿ ರಚಿಸಲೂ ಬಹಳ ಸುಲಭವಾದ ರೀತಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲೂ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನು ಪ್ರೋತ್ಸಾಹಿಸಬೇಕು.

ಮೂರನೇ ಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿ, ಚೌಕದ ಕೆಳಗಿನ ಭುಜದ ಮಧ್ಯ ಬಿಂದುವಿನೊಂದಿಗೆ ಎದುರಿನ ಭುಜದ ಎರಡೂ ತುದಿಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿದಾಗ ಎಡ ಮತ್ತು ಬಲಭಾಗದಲ್ಲಿ ಲಭಿಸುವ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಲಂಬ ಭುಜಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿವೆಯೆಂದೂ ಇದರಿಂದ ಕರ್ಣಗಳೂ ಸಮಾನವಾಗಿರುವುದೆಂದೂ, ಹೀಗೆ ಈ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿದೆಯೆಂದು ಮೊದಲು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕು. ಆಗ ಕೆಲವು ಭುಜಗಳ ಉದ್ದಗಳನ್ನು ಹಾಗೂ ಕೋನಗಳನ್ನು ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಗುರುತಿಸುವ.

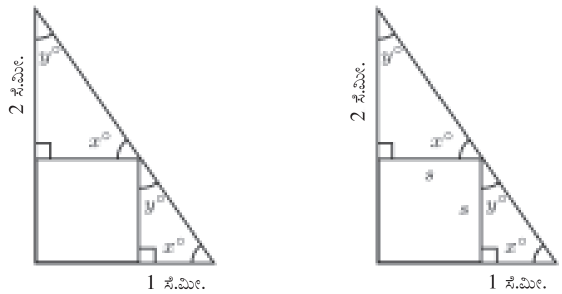


ಇನ್ನು ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಬಾಗಿದ ಭುಜಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದನ್ನು q ವಿನಷ್ಟು ಮುಂದುವರಿಸಿದರೆ, ಚಿತ್ರದ ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿರುವ ಸಣ್ಣ ಹಾಗೂ ದೊಡ್ಡ ಸಮಪಾರ್ಶ್ವ ತ್ರಿಕೋನಗಳಿಗೆ ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ಕೋನಗಳಿರುವುದೆಂದೂ $p : p+q$ ಎಂದೂ ಸಿಗುವುದು. ಆಗ $k = \frac{p+q}{p}$ ಎಂದಾದರೆ, ದೊಡ್ಡ ಚತುರ್ಭುಜದ ಮೇಲಿನ ಭುಜದ ಅಳತೆ 2ka ಎಂದು ಸಿಗುವುದು. ಇದೇ ರೀತಿ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಎಡ ಹಾಗೂ ಬಲಭಾಗದಲ್ಲಿರುವ ಸಣ್ಣ ಹಾಗೂ ದೊಡ್ಡ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಕೋನಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿರುವುದರಿಂದ, ದೊಡ್ಡ ಚತುರ್ಭುಜದ ಉಳಿದ ಮೂರು ಭುಜಗಳ ಉದ್ದಗಳು 2ka ಆಗಿರುವುದು ಎಂದು ಸಿಗುವುದು.

ಇನ್ನು ಇದರ ಎರಡನೇ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ನೀಡಿರುವ ಚೌಕವನ್ನು ಈ ಕೆಳಗೆ ಸೂಚಿಸುವಂತೆ ಎರಡು ಹಂತಗಳಲ್ಲಿ ಎಳೆಯುವ.



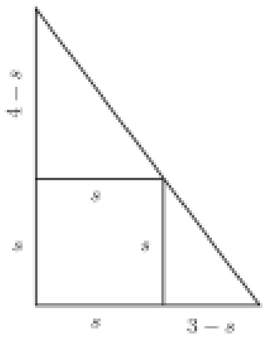
ನಾಲ್ಕನೆಯ ಲೆಕ್ಕದ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿರುವ ಚೌಕದ ಮೇಲಿನ ಭುಜ ಹಾಗೂ ತ್ರಿಕೋನದ ಕೆಳಗಿನ ಭುಜವು ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿರುವುದರಿಂದ ಮೇಲೆ ಹಾಗೂ ಕೆಳಗೆ ಇರುವ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಕೋನಗಳನ್ನು ಹೀಗೆ ಗುರುತಿಸುವ.



ಆಗ ಚೌಕದ ಒಂದು ಭುಜದ ಅಳತೆಯನ್ನು 5 ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ. $\frac{5}{2} = \frac{1}{5}$ ಎಂದೂ ಅದರಿಂದ

$5 = \sqrt{2}$ ಎಂದೂ ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಬಹುದು.

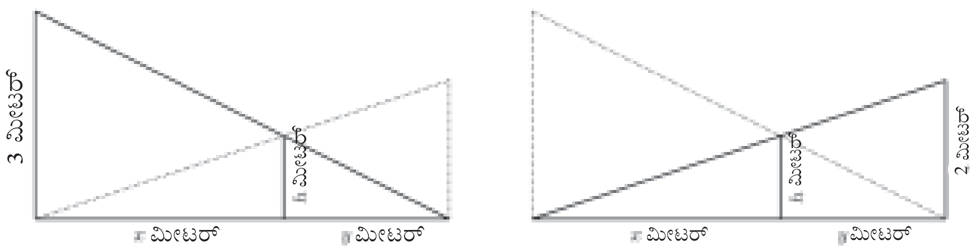
ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಯ ಎರಡನೇ ಭಾಗದ ಚಿತ್ರ ಈ ಕೆಳಗಿನಂತಿದೆ.



ಮೊದಲಿನ ಲೆಕ್ಕದಂತೆ, ಮೇಲಿನ ಹಾಗೂ ಕೆಳಗಿನ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ಕೋನವು ಸಮಾನವಾಗಿರುವುದರಿಂದ ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಒಂದು ಸಮವಾಕ್ಯವು ಲಭಿಸುವುದು.

$$\frac{s}{4-s} = \frac{3-s}{s}$$

ಇದನ್ನು ಸರಳಗೊಳಿಸಿದರೆ, $12 - 7s = 0$ ಎಂದೂ, ಅದರಿಂದ $s = 1\frac{5}{7}$ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಎಂದೂ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು. ಐದನೆಯ ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿ, ಹಗ್ಗಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಛೇದಿಸುವ ಬಿಂದು ನೆಲದಿಂದ h ಮೀಟರ್ ಎತ್ತರದಲ್ಲಿರುವುದೆಂದೂ, ಈ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಇರುವ ಲಂಬದ ಬುಡದಿಂದ ಕೋಲುಗಳ ಬುಡಕ್ಕಿರುವ ದೂರವು x, y ಮೀಟರ್ ಆಗಿದೆ ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ. ಆಗ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಕೋಲು ಹಗ್ಗ ಮತ್ತು ನೆಲ ಸೇರಿದಾಗ ಉಂಟಾಗುವ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನ ಮತ್ತು ಅದರ ಒಳಗಿರುವ ಲಂಬ ಕೋನ ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಎಳೆಯಬಹುದು.



ಎಡಭಾಗದ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ

$$\frac{h}{2} = \frac{x}{x+y}$$

ಎಂದೂ ಬಲಭಾಗದ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ

$$\frac{h}{3} = \frac{y}{x+y}$$

ಎಂದೂ ಸಿಗುವುದು. ಇವುಗಳಿಂದ

$$\frac{h}{2} + \frac{h}{3} = \frac{x+y}{x+y} = 1$$

ಎಂದೂ, ಅದರಿಂದ, $h = \frac{6}{5} = 1.2$ ಮೀಟರ್ ಎಂದೂ ಲೆಕ್ಕಹಾಕಬಹುದು.

ಕೋಲುಗಳ ನಡುವಿನ ಅಂತರವನ್ನು ಬದಲಾಯಿಸಿದರೆ x, y ಎಂಬಿವುಗಳು ಬದಲಾಗುವುದು. ಆದರೆ h = 1.2 ಮೀಟರ್ ಎಂದೇ ಸಿಗುವುದು. ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಕೋಲುಗಳ ಎತ್ತರ a, b ಎಂದಾದರೆ, ಮೇಲಿನ ಸಮವಾಕ್ಯವು

$$\frac{h}{a} + \frac{x}{x+y} \qquad \frac{h}{b} + \frac{y}{x+y}$$

ಎಂದಾಗುವುದು. ಇವುಗಳಿಂದ

$$\frac{h}{a} + \frac{h}{b} = \frac{x+y}{x+y} = 1$$

ಎಂದು ಕಂಡುಬರುವುದು. ಇದನ್ನು ಇನ್ನೂ ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿ ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಬರೆಯಬಹುದು.

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{h}$$

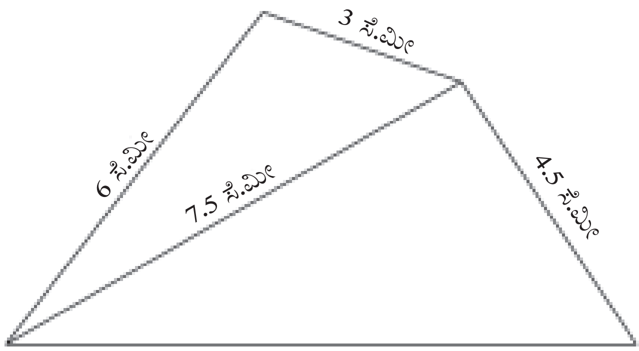
ಭುಜಗಳೂ ಕೋನಗಳು

ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ಕೋನಗಳಿರುವ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದವು ಒಂದೇ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿ ಬದಲಾಗುತ್ತದೆ ಎಂದು ಮೊದಲ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ನೋಡಿದೆವು. ಇದನ್ನೇ ಭುಜಗಳ ಅಳತೆಗಳು ಒಂದೇ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿರುವ ತ್ರಿಕೋನಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ಕೋನಗಳಿರುವುದೆಂದು ಈ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ಸಾಧಿಸಲಿದ್ದೇವೆ. ಒಂದು ಉದಾಹರಣೆಯ ಮೂಲಕ ಈ ನಿಗಮನಕ್ಕೆ ತಲುಪುವ ರೀತಿಯನ್ನು ವಿವರಿಸಿದ ನಂತರ, ಅದೇ ಉದಾಹರಣೆಯನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಸಾಮಾನ್ಯವಾದ ಸಾಧಿಸುವ ರೀತಿಯನ್ನು ಇಲ್ಲಿ ನೀಡಲಾಗಿದೆ. ಮೊದಲ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ಸಾಧಿಸಲಾಗಿರುವ ತತ್ವವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿಕೊಂಡು ಅದರ ವಿಲೋಮ ತತ್ವವಾದ ಇದನ್ನು ಸಾಧಿಸುವುದು ಎಂಬ ವಿಷಯವೂ ಇದರಲ್ಲಿದೆ.

ಸುತ್ತಳತೆ ಮತ್ತು ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಕುರಿತಾಗಿ ಈ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ನೀಡಲಾಗಿರುವ ವಿಷಯವನ್ನು ಚರ್ಚಿಸುವ ಮೊದಲೇ, ಕೊನೆಗೆ ನೀಡಲಾಗಿರುವ ಪ್ರಶ್ನೆಯ ಮೊದಲನೇ ಹಾಗೂ ಎರಡನೇ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಮಾಡುವ. ಮೊದಲ ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ಈ ಮೊದಲೇ ಚರ್ಚಿಸಲಾದ ತತ್ವವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಮಾಡಬಹುದು. (ಇದಕ್ಕಿರುವ ಸೂಚನೆಗಳು ಆ ಭಾಗದ ವಿವರಣೆಯಲ್ಲಿದೆ) ಒಂದು ಭುಜ $6 \times \frac{3}{4} = 4.5$ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಮತ್ತು ಅದರ ತುದಿಯಲ್ಲಿ 40^0, 60^0 ಕೋನಗಳನ್ನು ಎಳೆದರೆ ಸಾಕು. ಎರಡನೇ ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿ, ಭುಜಗಳ ಉದ್ದಗಳು 10, 5, 7.5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿರುವ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ಎಳೆದರೆ, ಭುಜಗಳೆಲ್ಲಾ $1\frac{1}{4}$ ಮಡಿಯಾಗಿಯೂ, ಇಲ್ಲಿ ನೀಡಲಾದ ತತ್ವದಂತೆ ಕೋನಗಳು ಬದಲಾಗುವುದೂ ಇಲ್ಲ.

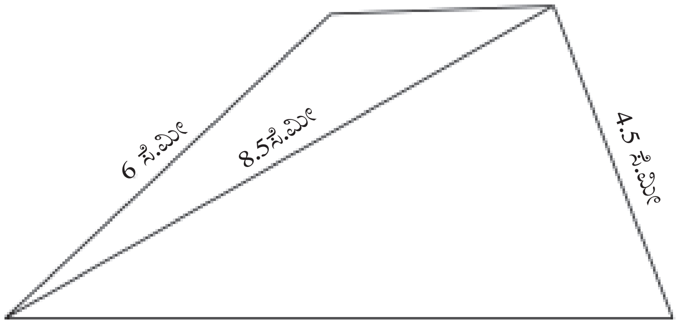
ನಂತರ ಭುಜಗಳೆಲ್ಲಾ ಒಂದೇ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿ ಬದಲಾಗುವಾಗ ಸುತ್ತಳತೆಯು ಅದೇ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿ ಬದಲಾಗುವುದು ಎಂಬ ತತ್ವವನ್ನು ವಿವರಿಸಬಹುದು. ಮೊದಲಿಗೆ ಕೆಲವು ಉದಾಹರಣೆಗಳ ಮೂಲಕ ಇದನ್ನು ತಿಳಿಸುವ. ನಂತರ ಭುಜಗಳ ಅಳತೆಗಳು ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ a, b, c ಮತ್ತು ಬದಲಾವಣೆಯ ಪ್ರಮಾಣ k ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು, ಸುತ್ತಳತೆ $a + b + c$, $k(a + b + c)$ ಎಂದು ತಿಳಿಸಬಹುದು. ಬದಲಾಗುವುದರ ಕುರಿತಾದ ಚರ್ಚೆಯನ್ನು ಪಾಠಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿರುವಂತೆ ನಡೆಸುವ.

ಕೊನೆಗೆ ನೀಡಲಾದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಲ್ಲಿ ಮೂರನೇ ಪ್ರಶ್ನೆಯ ಮೊದಲ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ಹೇಳಿರುವ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಲು, ಭುಜಗಳು ಹಾಗೂ ಕರ್ಣವನ್ನೆಲ್ಲ 1½ ಮಡಿಯಾಗಿಸಿದರೆ ಸಾಕು.



(ಹೀಗಿರುವ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ಹೇಗೆ ರಚಿಸುವುದೆಂದು ಎಂಟನೇ ಕ್ಲಾಸಿನ **ಚತುರ್ಭುಜಗಳ ರಚನೆ** ಎಂಬ ಪಾಠದಲ್ಲಿ ನೋಡಿದ್ದೇವೆ) ಈ ಚತುರ್ಭುಜದ ಮೇಲೆ ಹಾಗೂ ಕೆಳಭಾಗದಲ್ಲಿರುವ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಭುಜಗಳೂ ಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿರುವ ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿರುವ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಭುಜಗಳೂ ಒಂದೇ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿ ಬದಲಾಯಿಸಿ ರಚಿಸಲಾಗಿರುವುದರಿಂದ, ಎರಡೂ ಚತುರ್ಭುಜಗಳಲ್ಲಿರುವ ತ್ರಿಕೋನಗಳಲ್ಲಿಯೂ ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ಕೋನಗಳಿರುವುದು. ಇದರಿಂದ ಎರಡೂ ಚತುರ್ಭುಜಗಳಿಗೂ ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ಕೋನಗಳಿರುವುದೆಂದು ಕಂಡುಬರುವುದು.

ಪ್ರಶ್ನೆಯ ಎರಡನೇ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ಹೇಳಿರುವಂತೆ ಎಲ್ಲಾ ಭುಜಗಳು 1½ ಮಡಿಯೂ, ವಿಭಿನ್ನ ಕೋನಗಳೂ ಇರುವ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಲು ಕರ್ಣವನ್ನು 7.5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಗೆ ಬದಲಾಗಿ ಬೇರೆ ಅಳತೆಯನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ ಸಾಕು.



ಇದರ ಎಲ್ಲಾ ಭುಜಗಳೂ ಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿರುವ ಚತುರ್ಭುಜದ ಭುಜಗಳ 1½ ಮಡಿಯಾಗಿರುವುದಾದರೂ, ಕೋನಗಳ ಅಳತೆಗಳು ವಿಭಿನ್ನವಾಗಿರುವುದೆಂದು ಕಂಡುಬರುವುದು. ಉದಾಹರಣೆಗಾಗಿ ಮೇಲ್ಭಾಗದ ಎಡಮೂಲೆಯಲ್ಲಿರುವ ಕೋನವು, ಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿರುವ ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ ಲಂಬಕೋನಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಆದರೆ ಈ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಲಂಬಕೋನಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಆಗಿದೆ.

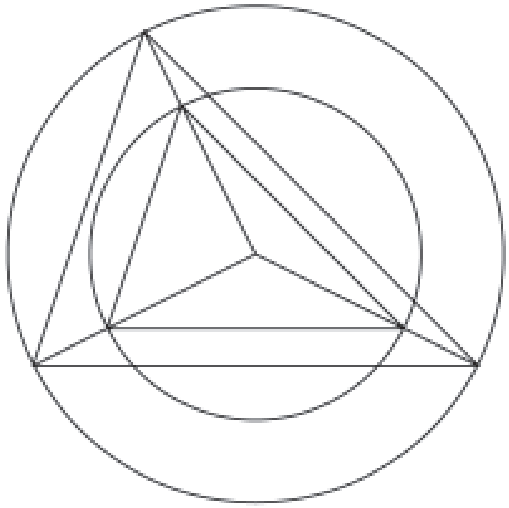
ನಂತರ ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಯ ಎಡಭಾಗದಲ್ಲಿ ನೀಡಲಾಗಿರುವ **ತ್ರಿಕೋನ ವಿಶೇಷ** ಎಂಬ ಭಾಗವನ್ನು ಚರ್ಚಿಸಬಹುದು. ತ್ರಿಕೋನವಲ್ಲದ ಬೇರೆ ಎರಡು ಬಹುಭುಜಗಳಲ್ಲಿ, ಭುಜಗಳ ಬದಲಾವಣೆಯ ಪ್ರಮಾಣವು ಒಂದೇ ರೀತಿಯಾಗಿರುವುದಾದರೂ, ಕೋನಗಳ ಅಳತೆಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿರಬೇಕೆಂದಿಲ್ಲ ಎಂಬುದನ್ನು ಇಲ್ಲಿ ನೀಡಲಾಗಿದೆ. ಇನ್ನೊಂದು ಉದಾಹರಣೆಯಾಗಿ, ಒಂದು ಚೌಕವನ್ನು ಮತ್ತು ಭುಜಗಳೆಲ್ಲಾ ಅದರ ಇಮ್ಮಡಿಯಾಗಿರುವ ಚೌಕವಲ್ಲದ ಒಂದು ಸಮಾನಾಂತರ ಸಮಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸುವ .(ಎಂಟನೇ ತರಗತಿಯ **ಚತುರ್ಭುಜಗಳ ರಚನೆ** ಎಂಬ ಪಾಠದಲ್ಲಿ, ಭುಜಗಳೆಲ್ಲಾ ಸಮಾನವಾಗಿರುವ ಕೋನಗಳು ಸಮಾನವಲ್ಲದ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿದುದನ್ನು ನೆನಪಿಸಿರಿ) ಆದರೆ ತ್ರಿಕೇನವಲ್ಲದ ಬಹುಭುಜಗಳಲ್ಲಿ ಕೋನಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿರುವುದಾದರೂ, ಭುಜಗಳ ಬದಲಾವಣೆಯು ಒಂದೇ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಾಗಿರಬೇಕೆಂದಿಲ್ಲವಲ್ಲವೇ.

ಮೂರನೇ ದಾರಿ

ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ಕೋನಗಳಿರುವ ಭುಜಗಳು ಒಂದೇ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿ ಇರುವ ಬಹುಭುಗಳನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಸದೃಶ ಆಕೃತಿಗಳು ಎಂದು ಕರೆಯುವರು. ತ್ರಿಕೋನಗಳಲ್ಲಿ ಮಾತ್ರ, ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದು ನಿಬಂಧನೆಯು ಸರಿಯಾಗಿರುವುದಾದರೂ ಇನ್ನೊಂದು ನಿಬಂಧನೆಯೂ ಸರಿಯಾಗಿರುವುದರಿಂದ, ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದು ನಿಬಂಧನೆಯು ಸರಿಯಾಗುವುದಾದರೆ ತ್ರಿಕೋನಗಳು ಸದೃಶವಾಗಿರುವುದು. ಇವುಗಳೆರಡಲ್ಲದೆ, ತ್ರಿಕೋನಗಳು ಸದೃಶವಾಗಲು, ಮೂರನೆಯ ನಿಬಂಧನೆಯು ಸರಿಯಾದರೂ ಸಾಕು. ಕೋನಗಳೆಲ್ಲವೂ ಸಮಾನವೂ ಇವುಗಳ ಎದುರಿರುವ ಭುಜಗಳು ಒಂದೇ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯೂ ಇರಬೇಕು. ಈ ತತ್ವವನ್ನು ಇಲ್ಲಿ ವಿವರಿಸಲಾಗಿದೆ.

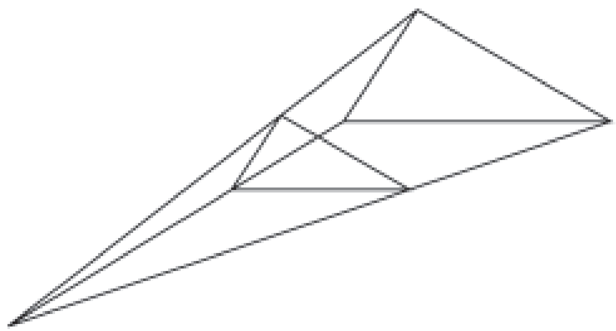
ಆದರೆ ಹೀಗಿರುವ ಒಂದು ತಾತ್ವಿಕ ವಿವರಣೆಗೆ ಬದಲಾಗಿ ಒಂದು ಪ್ರಾಯೋಗಿಕ ಪ್ರಶ್ನೆಯ ಮೂಲಕ ಈ ಭಾಗವನ್ನು ಆರಂಭಿಸಲಾಗಿದೆ. ಮೊದಲು ನೀಡಲಾದ ತತ್ವವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಒಂದು ಭುಜವೂ ಅದರಲ್ಲಿರುವ ಎರಡೂ ಕೋನಗಳೂ ತಿಳಿದಿರುವ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು, ಕೋನಗಳ ಅಳತೆ ಹಾಗೂ ಭುಜಗಳ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ ಬದಲಾಗದೆ ದೊಡ್ಡದೋ ಸಣ್ಣದೋ ಆಗಿ ಬದಲಾಯಿಸಿ ರಚಿಸುವುದು ಹೇಗೆಂದು ನೋಡಿದೆವು. ಎರಡನೇ ತತ್ವವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ, ಮೂರು ಭುಜಗಳ ಅಳತೆಗಳೂ ತಿಳಿದಿರುವ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ಈ ರೀತಿ ಬದಲಾಯಿಸಿ ರಚಿಸಬಹುದೆಂದು ಏಳನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಕಲಿತಿದ್ದೇವೆ. ಹಾಗಿರುವ ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ಹೇಗೆ ಬದಲಾಯಿಸಿ ರಚಿಸಬಹುದೆಂಬ ಪ್ರಶ್ನೆಯ ಮೂಲಕ ಈ ಭಾಗವನ್ನು ಪ್ರಾರಂಭಿಸಲಾಗಿದೆ. ನಂತರ ಎರಡು ಭುಜಗಳ ಬದಲಾವಣೆಯು ಒಂದೇ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿದ್ದು, ಅವುಗಳನ್ನೊಳಗೊಂಡ ಕೋನಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿರುವ ತ್ರಿಕೋನಗಳಲ್ಲಿ, ಮೂರನೇ ಭುಜದ ಬದಲಾವಣೆಯು ಅದೇ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿರುವುದು ಎಂಬ ಸಾಮಾನ್ಯವಾದ ತತ್ವಕ್ಕೆ ತಲುಪುತ್ತೇವೆ. ಆಗ ಎರಡನೇ ತತ್ವದಂತೆ ಉಳಿದ ಎರಡೂ ಕೋನಗಳೂ ಸಮಾನವಾಗಿರುವುದಲ್ಲವೇ.

ಈ ತತ್ವವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಭುಜಗಳನ್ನೊ ಕೋನಗಳನ್ನೋ ಅಳತೆಮಾಡದೇ ಕೋನಗಳನ್ನೂ ಭುಜಗಳ ಅಳತೆಗಳ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಗಳನ್ನೂ ಬದಲಾಯಿಸದೆ ಬೇರೆ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ಹೇಗೆ ರಚಿಸಬಹುದು ಎಂದು ವಿವರಿಸಲಾಗಿದೆ. ಪಾಠಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ವಿವರಿಸಿದಂತೆ ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನದ ಶಿರಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸುವ ಬಿಂದುವನ್ನು ಪರಿವೃತ್ತ ಕೇಂದ್ರವಾಗಿ ಪರಿಗಣಿಸಿದರೆ ಈ ಗೆರೆಗಳನ್ನು ಒಂದೇ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿ ವೃದ್ಧಿಸಿ ಅದೇ ಪರಿವೃತ್ತ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ ಇನ್ನೊಂದು ವೃತ್ತವನ್ನು ರಚಿಸಿದರೆ ಸಾಕು.

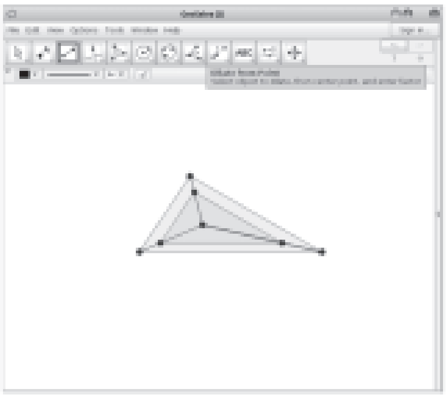


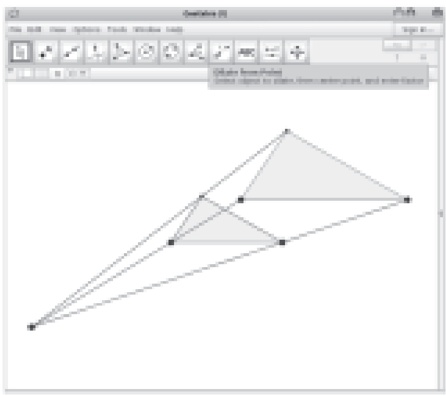
ಇದನ್ನು ವಿವರಿಸಿದ ನಂತರ, ಈ ಭಾಗದ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿರುವ ಎರಡನೆಯ ಲೆಕ್ಕವನ್ನೂ ಚರ್ಚಿಸಬಹುದು.

ತ್ರಿಕೋನದ ಹೊರಗಿರುವ ಒಂದು ಬಿಂದುವನ್ನೂ ಶಿರಗಳನ್ನೂ ಜೋಡಿಸಿ ವೃದ್ಧಿಸಿ ದೊಡ್ಡದಾಗಿ ಅಥವಾ ಸಣ್ಣದಾಗಿಯೂ ರಚಿಸಬಹುದು.



ಜಿಯೋ ಜಿಬ್ರದಲ್ಲಿ Dilate from point ಎಂಬುದು ಈ ತತ್ವವನ್ನು ಕಾರ್ಯವೆಸಗುವುದು.





ಈ ಭಾಗದ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿರುವ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳ ಲೆಕ್ಕಗಳಲ್ಲಿ ಚಿಕ್ಕ ವೃತ್ತದೊಳಗೂ ದೊಡ್ಡ ವೃತ್ತದೊಳಗೂ ಇರುವ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಮೇಲಿನ ಭುಜ ಮತ್ತು ಕೆಳಗಿನ ಭುಜ ವೃತ್ತಗಳ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳಾಗಿರುವುದರಿಂದ ಅವುಗಳು ಬದಲಾಗುವುದು ಈ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳ ಅದೇ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಾಗಿರುವುದು. ಎರಡೂ ಭುಜಗಳನ್ನೊಳಗೊಂಡ ಕೋನವು ಸಮಾನವಾಗಿದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಈ ತ್ರಿಕೋನಗಳು ಸದೃಶವಾಗಿವೆ.

ಎರಡನೆಯ ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು ಮೊದಲೇ ಚರ್ಚಿಸಲಾಗಿದೆ. ಮೂರನೇ ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿ ಚತುರ್ಭುಜದ ಒಳಗಿನ ಒಂದು ಬಿಂದುವನ್ನು ಎರಡೂ ಚತುರ್ಭುಜಗಳ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಭುಜದ ತುದಿಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿದಾಗ ಸಿಗುವ ನಾಲ್ಕು ಜೊತೆ ತ್ರಿಕೋನಗಳಲ್ಲಿಯೂ ಎರಡು ಭುಜಗಳ ಬದಲಾವಣೆಯು ಒಂದೇ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿಯೂ, ಇವುಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಳ್ಳುವ ಕೋನವು ಒಂದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಈ

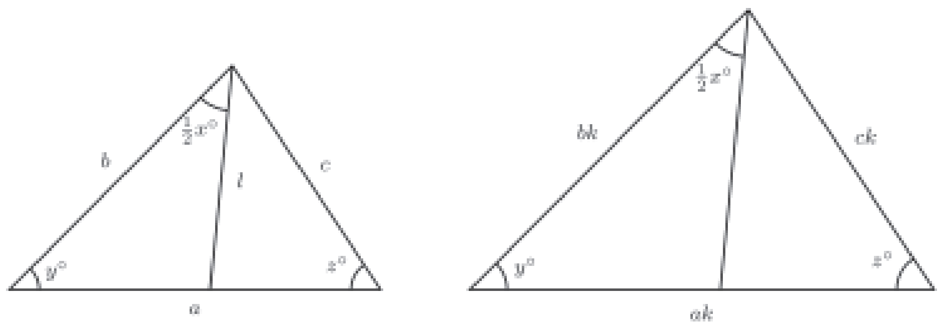
ತ್ರಿಕೋನಗಳು ಸದೃಶವಾಗಿದೆ.

ಆಗ ಈ ಜೊತೆಗಳಲ್ಲೆಲ್ಲಾ ಉಳಿದ ಎರಡು ಭುಜಗಳೂ ಒಂದೇ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿ ಬದಲಾಗುತ್ತವೆ. ಆದ್ದರಿಂದಲೇ ಅವುಗಳ ಉಳಿದ ಎರಡು ಕೋನಗಳೂ ಸಮಾನವಾಗಿವೆ. ಇದನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿ ನೀಡಲಾದ ಎರಡು ಹೇಳಿಕೆಗಳನ್ನೂ ಸಾಧಿಸಬಹುದು.

ಸಂಶೋಧನೆ

ಸದೃಶವಾಗಿರುವ ಎರಡು ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಕೋನಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿವೆ. x^0, y^0, z^0 ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ. ಅವುಗಳ ಭುಜಗಳು ಬದಲಾಗುವುದು ಒಂದೇ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿರುವುದರಿಂದ, ಸಣ್ಣ ತ್ರಿಕೋನದ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದಗಳು a, b, c ಎಂದೂ ದೊಡ್ಡ ತ್ರಿಕೋನದ ಭುಜಗಳು ak, bk, ck ಎಂದೂ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಎರಡೂ ತ್ರಿಕೋನಗಳಲ್ಲಿಯೂ x^0 ಕೋನದ ಸಮಭಾಜಕವನ್ನು ಎಳೆಯುವ.

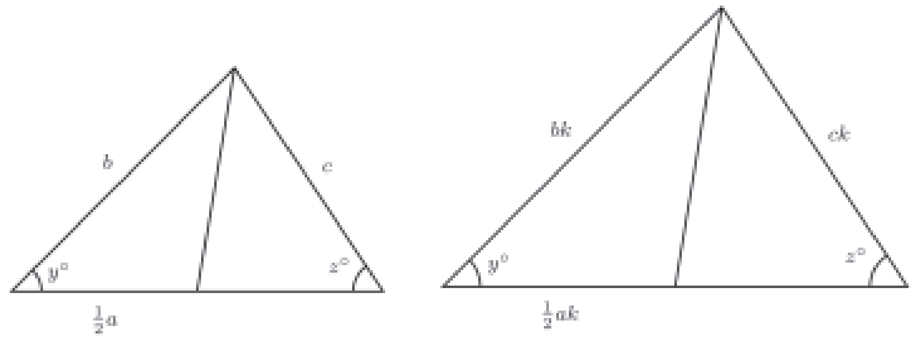
ಆಗ ಸಣ್ಣ ತ್ರಿಕೋನದ ಒಳಗೆ ಹಾಗೂ ದೊಡ್ಡ ತ್ರಿಕೋನದ ಒಳಗೆ ಎಡಭಾಗದಲ್ಲಿರುವ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಕೋನಗಳು ಒಂದೇ ರೀತಿಯಾಗಿರುವುದರಿಂದ, ಸಮಾನ ಅಳತೆಯ ಕೋನಗಳ ಎದುರಿರುವ ಭುಜಗಳು



ಒಂದೇ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿರುವುದು. ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿರುವ ಒಂದು ಜೊತೆ ಭುಜಗಳ ಉದ್ದಗಳು b, bk ಎಂದಾಗಿದೆ, ಆಗ ಸಣ್ಣ ತ್ರಿಕೋನದ ಕೋನ ಸಮಭಾಜಕದ ಉದ್ದವನ್ನು l ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ, ದೊಡ್ಡ ತ್ರಿಕೋನದ ಕೋನ ಸಮಭಾಜಕದ ಉದ್ದವು lk ಆಗುವುದು. ಇದೇ ರೀತಿ ದೊಡ್ಡ ತ್ರಿಕೋನದ ಉಳಿದ ಎರಡು ಕೋನಗಳ ಸಮಭಾಜಕಗಳ ಉದ್ದಗಳು ಸಣ್ಣ ತ್ರಿಕೋನದ ಕೋನಗಳ ಸಮಭಾಜಕಗಳ ಉದ್ದದ k ಮಡಿಯಾಗಿರುವುದೆಂದೂ ಕಂಡುಬರುವುದು. ಅಂದರೆ ಕೋನ ಸಮಭಾಜಕಗಳ, ಉದ್ದಗಳೂ ಭುಜಗಳು ಬದಲಾಗುವ ಅದೇ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿ ಬದಲಾಗುವುದು.

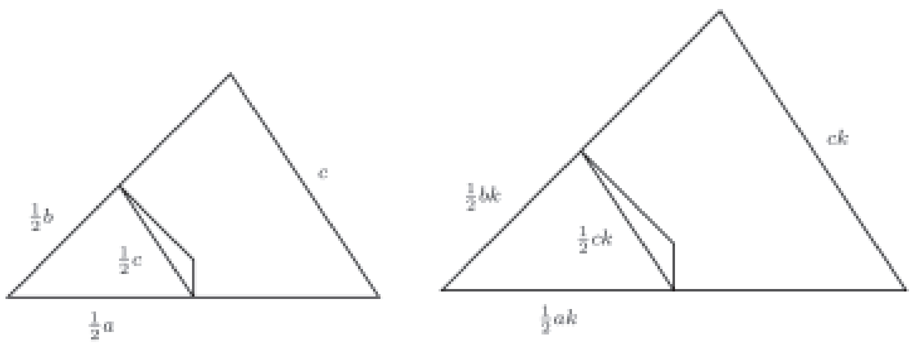
ಇನ್ನು ಈ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಎರಡು ಭುಜಗಳನ್ನು ನೋಡುವ.

ಈಗ ಎರಡು ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಒಳಗೆ ಎಡಭಾಗದಲ್ಲಿರುವ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಎರಡು ಭುಜಗಳು ಸಮಾನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿರುವುದು ಹಾಗೂ ಅವುಗಳು ಒಳಗೊಳ್ಳುವ ಕೋನವು ಸಮಾನವಾಗಿರುವುದು. ಆದುದರಿಂದ



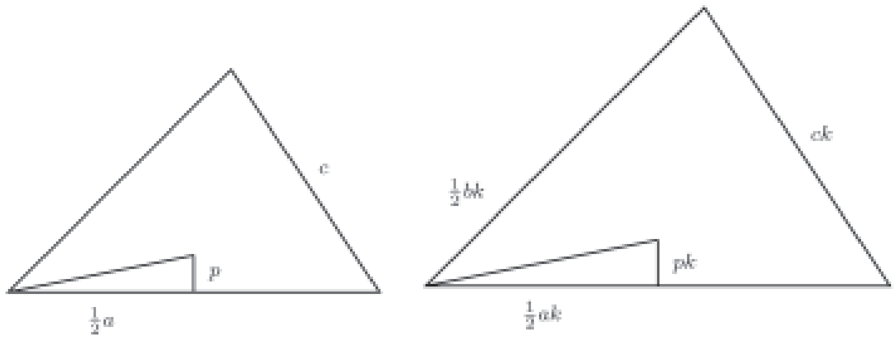
ಅವುಗಳ ಮೂರನೇ ಭುಜವೂ ಅದೇ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿರುವುದು. ಎಂದರೆ ಮಧ್ಯಮಗೆರೆಗಳೂ ಭುಜಗಳ ಬದಲಾವಣೆಯ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲೇ ಬದಲಾಗುವುದು.

ಇಂತಹ ಎರಡು ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಪರಿವೃತ್ತ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳೊಳಗಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು, ಮೊದಲು ತ್ರಿಕೋಮಗಳ ಎರಡು ಭುಜಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿ ಸಿಗುವ ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನೂ, ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಪರಿವೃತ್ತ ಕೇಂದ್ರದೊಂದಿಗೆ ಜೋಡಿಸಿದಾಗ ಸಿಗುವ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ನೋಡಿರಿ.



ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿದಾಗ ಸಿಗುವ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಭುಜಗಳ ಬದಲಾವಣೆಯು ಒಂದೇ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿರುವುದರಿಂದ ಅವುಗಳ ಕೋನಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿರುವುದು. ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಮೇಲೆ ಹಾಗೂ ಕೆಳಗೆ ಬಲಭಾಗದಲ್ಲಿರುವ ಕೋನಗಳನ್ನು u^0, u^o ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ ಮಧ್ಯಬಿಂದು ಹಾಗೂ ಪರಿವೃತ್ತ ಕೇಂದ್ರವನ್ನು ಜೋಡಿಸುವ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಇದೇ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿರುವ ಕೋನಗಳು $(90-u)^0$ $(90-u)^o$ ಆಗಿರುವುದು. ಈ ತ್ರಿಕೋನಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ಕೋನಗಳಿರುವುದರಿಂದ, ಅವುಗಳ ಭುಜಗಳು ಒಂದೇ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಿ ಬದಲಾಗುವುದು. ಆಗ ಸಣ್ಣ ತ್ರಿಕೋನಗಳಲ್ಲಿ ಪರಿವೃತ್ತ

ಕೇಂದ್ರದಿಂದ ಕೆಳಗಿನ ಭುಜಕ್ಕಿರುವ ಲಂಬ ದೂರ p ಎಂದಾದರೆ, ದೊಡ್ಡ ತ್ರಿಕೋನದಲ್ಲಿ ಈ ಲಂಬ ದೂರವು pk ಆಗಿರುವುದು.



ಆಗ ಸಣ್ಣ ತ್ರಿಕೋನದ ಪರಿವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯವು $\sqrt{\frac{1}{4}a^2+p^2}$ ಎಂದೂ ದೊಡ್ಡ ತ್ರಿಕೋನದ ಪರಿವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯವು $k\sqrt{\frac{1}{4}a^2+p^2}$ ಎಂದೂ ಲೆಕ್ಕಹಾಕಬಹುದು. ಅಂದರೆ ಪರಿವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯವೂ ಭುಜಗಳ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲೆ ಬದಲಾಗುವುದು.

8 ಬಹುಭುಜಗಳು

ಮುನ್ನುಡಿ

ಆರನೇ ತರಗತಿಯ **ಅಕ್ಷರ ಗಣಿತ,** ಏಳನೇ ತರಗತಿಯ **ಬದಲಾಗುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು, ಬದಲಾಗದ ಸಂಬಂಧಗಳು, ಗಣಿತದ ಭಾಷೆ,** ಎಂಟನೇ ತರಗತಿಯ **ಸರ್ವಸಮವಾಕ್ಯಗಳು,** 9 ನೇ ತರಗತಿಯ **ಸಮವಾಕ್ಯ ಜೋಡಿಗಳು** ಎಂಬೀ ಅಧ್ಯಾಯಗಳ ಮೂಲಕ ಬೀಜಗಣಿತದ ಹಲವು ಪ್ರಯೋಗಗಳನ್ನು ಮಗು ಪರಿಚಯಿ ಹೊಂದಿದೆ. ಗಣಿತ ಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ಆಧಾರವಾಗಿಸಿ ಇರುವ ಗಣಿತ ತತ್ವಗಳನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಣಗೊಳಿಸುವುದನ್ನು ಅವುಗಳಿಗಿರುವ ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಗಳನ್ನು ನೀಡುವುದನ್ನು ಚರ್ಚೆ ಮಾಡಲಾಗಿದೆ. ಬೀಜಗಣಿತ ವಾಚಕಗಳ ಕುರಿತಾದ ಕೆಲವು ತಿಳುವಳಿಕೆಗಳು ರೂಪುಗೊಂಡ ಸನ್ನಿವೇಶದಲ್ಲಿ, ಇನ್ನು ಅವುಗಳನ್ನು ವಿಶೇಷತೆಗಳ ಆಧಾರದಲ್ಲಿ ವರ್ಗೀಕರಿಸಿ ಕಲಿಯಬೇಕಾಗಿದೆ. ಹೀಗೆ ವರ್ಗೀಕರಿಸಿ ಸಿಗುವ ಬೀಜಗಣಿತ ವಾಚಕಗಳ ಒಂದು ಪ್ರತ್ಯೇಕ ವಿಭಾಗವಾದ ಬಹುಪದಗಳ ಕುರಿತು ಈ ಅಧ್ಯಾಯದಲ್ಲಿ ಚರ್ಚಿಸುವುದಾಗಿದೆ. ಮುಂದೆ ಬರುವ ಗಣಿತ ಕಲಿಕೆಯ ಎಲ್ಲ ಶಾಖೆಗಳಲ್ಲೂ ಬಹುಪದಗಳ ಕುರಿತಾದ ತಿಳುವಳಿಕೆಗೆ ಬಹಳ ಪ್ರಾಧಾನ್ಯ ಇರುವುದರಿಂದ ಬಹುಪದಗಳ ಕುರಿತಿರುವ ಮೂಲ ತಿಳುವಳಿಕೆಗಳನ್ನು ಪ್ರಬಲಗೊಳಿಸಲು ಇಲ್ಲಿ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಲಾಗಿದೆ. ಯಾವುದೇ ಬಹುಪದದ ಅಕ್ಷರಗಳಿಗೆ ವಿವಿಧ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ನೀಡಬಹುದು. ಆ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲಿಯೂ ಅದರ ಕ್ರಿಯೆಗಳಿಗೆ ಬದಲಾವಣೆ ಉಂಟಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಹಾಗಿರುವಾಗ ಒಂದು ಬಹುಪದವು ಒಂದು ಗುಂಪು ಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ಮಾತ್ರ ನಿರ್ಣಯಿಸುತ್ತದೆ. ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಬಹುಪದವನ್ನು ಅರ್ಥೈಸುವಾಗ ಮುಂದಕ್ಕೆ ಗಣಿತ ಸಿದ್ಧಾಂತಗಳ ಮೂಲಕ ರೂಪುಗೊಳ್ಳುವ ಏಕತೆ (Function) ಎಂಬ ಆಶಯವನ್ನು ರೂಪಕಲ್ಪನೆ ನೀಡಿ ಸ್ವೀಕರಿಸಲು ಮಗುವಿಗೆ ಸುಲಭ ಸಾಧ್ಯವಾಗುವುದು. ಈ ಒಂದು ದೃಷ್ಟಿಕೋನದೊಂದಿಗೆ ಈ ಅಧ್ಯಾಯವನ್ನು ಪ್ರಸ್ತುತಪಡಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ.

ಬಹುಪದಗಳ ಬೆಲೆಗಳು ಎಂಬುದು ಸ್ವಾಭಾವಿಕವಾಗಿ ಹಾದು ಬರುವ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಪಾಠಭಾಗದಲ್ಲಿ ಚರ್ಚೆ ಮಾಡಲ್ಪಟ್ಟಿದೆ. ನಂತರ ಕ್ರಿಯೆಗಳ ಅರ್ಥವೂ ಯುಕ್ತಿಯೂ ಮನದಟ್ಟಾಗುವ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ಪ್ರಸ್ತುತಪಡಿಸಲಾಗಿದೆ. ಇದು ಹತ್ತನೇ ತರಗತಿಯ ಬಹುಪದಗಳ ಅಪವರ್ತನ ಕ್ರಿಯೆ, ಒಂದನೇ ಘಾತದ ಬಹುಪದದಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ ಶೇಷವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳು ಎಂಬಿವುಗಳಿಗೆ ಆಧಾರವಾಗಿ ತಳಹದಿಯಾಗಿ ಬದಲಾಗುವುದು. ಇದರ ಮೂಲಕ ಉನ್ನತ ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ ಬಹುಪದ ಸಮವಾಕ್ಯಗಳ ಪರಿಹಾರಗಳ ಕಡೆಗೂ ಪರಿಹಾರಗಳ ಸ್ವಭಾವಗಳ ಕಡೆಗೂ ಕಲಿಕೆಯು ಮುಂದೆ ಸಾಗುವುದು.

ಯೂನಿಟ್ ಫ್ರೇಮ್ (ಬಹುಪದಗಳು)

ಆಶಯಗಳು	ಕಲಿಕಾ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ	ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳು
• ವಿವಿಧ ಪ್ರಾಯೋಗಿಕ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಬದಲಾಗುವ ಅಳತೆಗಳೊಳಗಿರುವ ಬದಲಾಗದ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಬರೆಯುವುದು. • ಬಹುಪದಗಳು	• ಆಯತದ ಭುಜಗಳ ಅಳತೆಗಳು ಬದಲಾಗುವಾಗ ಸುತ್ತಳತೆಯಲ್ಲಿ ಉಂಟಾಗುವ ಬದಲಾವಣೆಯ ಬೀಜಗಣಿತ ರೂಪವನ್ನು ಬರೆಯುವುದು. • ಆಯತದ ಭುಜಗಳು ಬದಲಾಗುವಾಗ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದಲ್ಲಿ ಉಂಟಾಗುವ ಬದಲಾವಣೆಯ ಬೀಜಗಣಿತ ರೂಪವನ್ನು ಬರೆಯುವುದು. • ಆಯತ ಗಟ್ಟಿಯ ಭುಜಗಳು ಬದಲಾಗುವಾಗ ಘನಫಲದಲ್ಲಿ ಉಂಟಾಗುವ ಬದಲಾವಣೆಯ ಬೀಜಗಣಿತ ರೂಪವನ್ನು ಬರೆಯುವುದು. • ಮೇಲಕ್ಕೆ ಎಸೆಯುವ ವಸ್ತುವಿಗೆ, ನೆಲದಿಂದಿರುವ ಎತ್ತರವು ಸಮಯಕ್ಕನುಸಾರವಾಗಿ ಬದಲಾಗುವುದರ ಬೀಜಗಣಿತ ರೂಪವನ್ನು ಬರೆಯುವುದು. • ಆಯತಾಕೃತಿಯ ಕಾಗದವನ್ನು ಮಡಚಿ ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯನ್ನು ತಯಾರಿಸಿ ಅದರ ಘನಫಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು. • ವಿವಿಧ ಸಂದರ್ಭಗಳಿಂದ ರೂಪುಗೊಂಡ ಬೀಜಗಣಿತ ವಾಚಕಗಳನ್ನು ಒಟ್ಟಿಗೆ ಬರೆದು ಅವುಗಳಿಗಿರುವ ವಿಶೇಷತೆಗಳನ್ನು ಚರ್ಚೆ ಮಾಡುವುದು. • ಬಹುಪದಗಳಾಗುವ ಬೀಜಗಣಿತ ವಾಚಕಗಳ ಸವಿಶೇಷತೆಗಳನ್ನು ಚರ್ಚಿಸುವುದು.	• ಬದಲಾಗುವ ಅಳತೆಗಳೊಳಗಿರುವ ಬದಲಾಗದ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತ ವಾಚಕಗಳಾಗಿ ಬರೆಯುವುದು ಮತ್ತು ಅವುಗಳಿಂದ ಬಹುಪದಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸುವುದು. • ಬಹುಪದಗಳನ್ನು ಕೇವಲ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಕ್ರಿಯೆಗಳಾಗಿ ಕಂಡು ಅವುಗಳ ಸವಿಶೇಷತೆಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸುವುದು.

ಯೂನಿಟ್ ಫ್ರೇಮ್ (ಬಹುಪದಗಳು)

ಆಶಯಗಳು	ಕಲಿಕಾ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ	ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳು
• ಬಹುಪದದ ಘಾತಸೂಚಿ. • ಬಹುಪದಗಳ ಸಂಕಲನ ವ್ಯವಕಲನ • ಬಹುಪದಗಳ ಗುಣಾಕಾರ	• ಬಹುಪದವಲ್ಲದ ಬೀಜಗಣಿತ ವಾಚಕಗಳನ್ನು ಪರಿಚಯಪಡಿಸುವುದು. • ಬೀಜಗಣಿತ ವಾಚಕಗಳಿಂದ ಬಹುಪದಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸುವುದು. • ವಿವಿಧ ಘಾತಗಳಿರುವ ಬಹುಪದಗಳನ್ನು ಬರೆಯುವುದು. • ಬಹುಪದ ಘಾತಸೂಚಿಯನ್ನು ನಿರ್ವಚಿಸುವುದು. • ವಿವಿಧಬಹುಪದಗಳ ಘಾತಸೂಚಿಗಳನ್ನು ಲೆಕ್ಕಹಾಕುವುದು. • ಘಾತ ಸೂಚಿ 1, 2, 3 ಎಂಬೀ ರೀತಿಯಲ್ಲಿರುವ ಬಹುಪದಗಳನ್ನು ಬರೆಯುವುದು. • ಒಂದನೇ ಘಾತ, ಎರಡನೇ ಘಾತ, ಮೂರನೇ ಘಾತದ ಬಹುಪದಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪದ ಪರಿಚಯ ಹೊಂದುವುದು. • ಬಹುಪದಗಳ ಸಂಕಲನ, ವ್ಯವಕಲನ ಕ್ರಿಯೆಗಳು ಅಗತ್ಯವಾಗಿ ಬರುವ ಪ್ರಾಯೋಗಿಕ ಸಂದರ್ಭಗಳನ್ನು ಪರಿಚಯ ಹೊಂದುವುದು. • ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಬಹುಪದಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ವ್ಯತ್ಯಾಸವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ರೀತಿಯನ್ನು ಚರ್ಚಿಸುವುದು.	• ಬಹುಪದಗಳ ಮೊತ್ತ, ವ್ಯತ್ಯಾಸ ಮತ್ತು ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಬೇಕಾದ ಸನ್ನಿವೇಶಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸುವುದು. ಆ ರೀತಿಯ ಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ಮಾಡುವುದು.

ಯೂನಿಟ್ ಫ್ರೇಮ್ (ಬಹುಪದಗಳು)

ಆಶಯಗಳು	ಕಲಿಕಾ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ	ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳು
• ಬಹುಪದಗಳ ಗುಣಾಕಾರ	• ಬಹುಪದಗಳ ಗುಣಾಕಾರ ಕ್ರಿಯೆಯ ಅಗತ್ಯ ಬರುವ ಪ್ರಾಯೋಗಿಕ ಸಂದರ್ಭಗಳನ್ನು ಪರಿಚಯ ಹೊಂದುವರು. • ಒಂದು ಬಹುಪದಗವನ್ನು ಇನ್ನೊಂದು ಬಹುಪದದಿಂದ ಗುಣಿಸುವುದಕ್ಕಿರುವ ವಿಧಾನವನ್ನು ಚರ್ಚಿಸುವುದು. .	

ಆಶಯ ಬೆಳವಣಿಗೆ

ವಿವಿಧ ಪ್ರಾಯೋಗಿಕ ಸಮಸ್ಯೆಗಳಿಂದ ಬೀಜಗಣಿತ ವಾಚಕವನ್ನು ರೂಪೀಕರಿಸುವುದರ ಮೂಲಕ, ಬದಲಾಗುವ ಅಳತೆಗಳೊಳಗಿರುವ ಬದಲಾಗದ ಸಂಬಂಧಗಳನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತ ವಾಚಕಗಳಾಗಿ ಬರೆಯುವುದು. ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಬಹುಪದಗಳು ಯಾವುವೆಂದು ಗುರುತಿಸಿ ನಂತರ ಅವುಗಳನ್ನು ಕೇವಲ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಕ್ರಿಯೆಗಳಾಗಿ ಕಂಡುಕೊಂಡು ಅವುಗಳ ಸವಿಶೇಷತೆಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸುವುದು. ನಂತರ ಬಹುಪದಗಳ ಮೊತ್ತ, ವ್ಯತ್ಯಾಸ ಮತ್ತು ಗುಣಲಬ್ಧಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕಾದ ಸನ್ನಿವೇಶಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸುವುದು. ಅಂತಹಾ ಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ಮಾಡಲಿರುವ ರೀತಿಗಳನ್ನು ಪರಿಚಯ ಹೊಂದುವುದು.

ಪಾಠಭಾಗಗಳು

ಅಳತೆಗಳ ಬೀಜಗಣಿತ

ಈ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ಬದಲಾಗುವ ಅಳತೆಗಳ ಬದಲಾಗದ ಸಂಬಂಧಗಳನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತ ವಾಚಕಗಳಾಗಿ ಬರೆಯುವುದಾಗಿದೆ.

ಮಕ್ಕಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಅಳತೆಯಿರುವ ಒಂದು ಆಯತವನ್ನು ರಚಿಸಲು ಹೇಳುವುದು. ನಂತರ ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರಲ್ಲಿಯೂ ಕೆಳಗೆ ನೀಡಿರುವ ವರ್ಕ್‌ಶೀಟನ್ನು ಪೂರ್ತಿಗೊಳಿಸಲು ನಿರ್ದೇಶಿಸುವುದು.

ವರ್ಕ್‌ಶೀಟ್

- ಆಯತದ ಸುತ್ತಳತೆ ಎಷ್ಟು?
- ಆಯತದ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲಗಳನ್ನು 1 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಹೆಚ್ಚಿಸಿದರೆ ಸುತ್ತಳತೆ ಎಷ್ಟಾಗುವುದು?
- ಆಯತದ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲಗಳನ್ನು 2 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಹೆಚ್ಚಿಸಿದರೆ ಸುತ್ತಳತೆ ಎಷ್ಟು?
- ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲಗಳನ್ನು 3 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಹೆಚ್ಚಿಸಿದರೆ?
- ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲಗಳನ್ನು x ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಹೆಚ್ಚಿಸಿದರೆ ಸುತ್ತಳತೆ ಎಷ್ಟಾಗುವುದು?

ಸಿಕ್ಕಿದ ಉತ್ತರವನ್ನು ಕೆಲವು ಮಂದಿ ಮಂಡಿಸಲಿ. ಆಗ ಲಭಿಸಿದ ಬೀಜಗಣಿತ ವಾಚಕಗಳನ್ನು ಚಾರ್ಟಿನಲ್ಲಿ ಬರೆದಿಡಬಹುದು. ಅದರಲ್ಲಿ ಒಂದು ಬೀಜಗಣಿತ ವಾಚಕವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ 10 ಸೆ.ಮೀ, 100 ಸೆ.ಮೀ, $\frac{1}{2}$ ಸೆ.ಮೀ ಎಂಬ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಭುಜಗಳನ್ನು ಹೆಚ್ಚಿಸಿದರೆ ಸಿಗುವ ಸುತ್ತಳತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಹೇಳುವುದು ಮತ್ತು ಕ್ರಿಯಾ ಗುಂಪಿಗೆ ಹೆಸರು ಕೊಡುವ, ಅವುಗಳಿಗಿರುವ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಚಟುವಟಿಕೆಯ ಬರೆಯುವ ರೀತಿಯನ್ನು ಪರಿಚಯಪಡಿಸುವುದು.

ಈ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ಮಾಡುವಾಗ ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ವಿಚಾರಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಬೇಕು:

1. ಕ್ರಿಯಾ ಗುಂಪನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯ ಭಾಷೆಯಲ್ಲಿ ಹೇಳುವುದು.

2. ಈ ಹೇಳಿಕೆಯನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತವಾಗಿ ಬರೆಯುವುದು.
3. $p(x)$ ನ್ನು ಸೇರಿಸಿ ಆ ಕ್ರಿಯಾ ಗುಂಪಿಗೆ ಹೆಸರು ನೀಡಬಹುದು. x ಗೆ ಒಂದೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ನೀಡಿ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಅಭ್ಯಸಿಸುವುದು.

ಈ ಚಟುವಟಿಕೆಯ ನಂತರ ಕೆಳಗೆ ನೀಡಿರುವ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ಮಾಡಬಹುದಾಗಿದೆ.

ಚಟುವಟಿಕೆ 1

ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಊಹಿಸಿರಿ. ಅದರ ಅಪವರ್ತ್ಯ (ಮಗ್ಗಿಯಲ್ಲಿ ಬರುವ) ಗಳನ್ನು ಬರೆಯಲಿ. ಅವುಗಳಿಗೆ 3 ನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದ ಸಂಖ್ಯಾ ಶ್ರೇಣಿಯನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ. ಈ ಗುಂಪಿನ 100ನೇ ಸಂಖ್ಯೆ ಯಾವುದು? ಸಾವಿರನೇ ಸಂಖ್ಯೆ ಯಾವುದು? ಕ್ರಿಯಾ ಗುಂಪಿಗೆ $t(x)$ ಎಂಬ ಹೆಸರು ನೀಡಿ ಯಾವುದೇ ಸ್ಥಾನದ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲಿರುವ ಬೀಜಗಣಿತ ವಾಚಕವನ್ನು ಬರೆಯಬಹುದು.

ಚಟುವಟಿಕೆ 2

ಭೂಮಿಗೆ ಬೀಳುತ್ತಿರುವ ಒಂದು ವಸ್ತುವಿನ ವೇಗವು ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸೆಕೆಂಡಿಗೂ 9.8 ಮೀಟರ್/ ಸೆಕೆಂಡ್ ಎಂಬ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚುವುದು. ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಸಮಯದಲ್ಲಿ ವೇಗವು 50 ಮೀಟರ್/ ಸೆಕೆಂಡ್ ಆದರೆ, ನಂತರದ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸೆಕೆಂಡಿನಲ್ಲಿ ಇರುವ ವೇಗವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಇದರ ಬೀಜಗಣಿತ ರೂಪವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

ನಂತರ ನಮ್ಮ ಮೊದಲ ವರ್ಕ್‌ಶೀಟಿನಲ್ಲಿ ಸುತ್ತಳತೆಗೆ ಬದಲು ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಹೇಗೆ ಬದಲಾಗುವುದು ಎಂದು ಪರಿಶೋಧಿಸಬಹುದು. ಅದಕ್ಕಾಗಿ ಈ ಮೊದಲೇ ರಚಿಸಿರುವ ಆಯತವನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿಕೊಂಡು ಈ ವರ್ಕ್‌ಶೀಟನ್ನು ಮಾಡಬಹುದು.

- ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವೆಷ್ಟು?
- ಆಯತದ ಭುಜಗಳನ್ನು 1 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್‌ನಂತೆ ಹೆಚ್ಚಿಸಿದರೆ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವೆಷ್ಟು?
- ಆಯತದ ಭುಜಗಳನ್ನು 2 ಸೆಂಟಿಮೀಟರಿನಂತೆ ಹೆಚ್ಚಿಸಿದರೆ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವೆಷ್ಟು?
- ಆಯತದ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲಗಳನ್ನು x ಸೆಂಟಿಮೀಟರಿನಂತೆ ಹೆಚ್ಚಿಸಿದರೆ ಉದ್ದವೆಷ್ಟು? ಅಗಲವೆಷ್ಟು? ವಿಸ್ತೀರ್ಣವೆಷ್ಟು?
- ವಿಸ್ತೀರ್ಣಕ್ಕೆ ಲಭಿಸಿದ ಬೀಜಗಣಿತ ವಾಚಕವನ್ನು $a(x)$ ಎಂದು ಹೆಸರಿಸಿದರೆ $a(1), a(2), a(10)$, $a\left(\frac{1}{2}\right)$ ಎಂಬಿವುಗಳನ್ನು ಲೆಕ್ಕಹಾಕಿರಿ.

ಹೀಗೆ ಲಭಿಸಿದ ಬೀಜ ಗಣಿತ ವಾಚಕಗಳನ್ನು ಚಾರ್ಟಿನಲ್ಲಿ ಪ್ರದರ್ಶಿಸಬೇಕು.

ಒಂದು ಆಯತ ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯ ಉದ್ದ, ಅಗಲ, ಎತ್ತರಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ 5 ಸೆ.ಮೀ, 6 ಸೆ.ಮೀ, 7 ಸೆ.ಮೀ ಆಗಿವೆ. ಅದರ ಘನಫಲ ಎಷ್ಟು? ಭುಜಗಳನ್ನು x ಸೆ.ಮೀನಂತೆ ಹೆಚ್ಚಿಸಿದರೆ ಆಯತ ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯ ಘನಫಲ ಎಷ್ಟು? ಲಭಿಸಿದ ಬೀಜಗಣಿತ ವಾಚಕವನ್ನು $v(x)$ ಎಂದು ಹೆಸರಿಸಿದರೆ $v(1), v(2), v(3)$ ಎಂಬೀ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಮೇಲಿನ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳನ್ನು ಜಿಯೋಜಿಬ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಪ್ರದರ್ಶಿಸಬಹುದು.

ಆಯತದ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲಗಳು ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಅಳತೆಯಲ್ಲಿ ಬದಲಾಗುವಾಗ ಇರುವ ಬದಲಾವಣೆಯನ್ನು ಕಾಣಲು ಜಿಯೋಜಿಬ್ರವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಬಹುದು.

min = 0, max = 5 ಬರುವ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಒಂದು ಸ್ಲೈಡರ್ a ಉಂಟುಮಾಡಬೇಕು. ಭುಜಗಳ ಉದ್ದ 3 + a, 2 + a ಆಗುವ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಒಂದು ಆಯತವನ್ನು ರಚಿಸಬೇಕು. ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಸುತ್ತಳತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕು. ಸ್ಲೈಡರನ್ನು ಚಲಿಸುವಂತೆ ಮಾಡಿದಾಗ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಹಾಗೂ ಸುತ್ತಳತೆಯ ಬದಲಾವಣೆಯನ್ನು ಪಟ್ಟಿ ಮಾಡುವುದು.

ಪಾಠಪುಸ್ತಕದ ಪುಟ 135 ರ ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿ 5 ಸೆಕೆಂಡಿನಲ್ಲಿ ವೇಗವು ಸೊನ್ನೆಯಾಗುವಾಗ ವಸ್ತುವು ಅತ್ಯಂತ ಮೇಲಿರುವುದು. ವೇಗವು ಸೊನ್ನೆಯಾಗಿರುವುದರಿಂದ ಇನ್ನು ಮೇಲಕ್ಕೆ ಹೋಗಲಾರದು ಈಗ ವಸ್ತುವು ವಿರುದ್ಧ ದಿಕ್ಕಿಗೆ ಸಂಚರಿಸುವುದು. ಆದುದರಿಂದ ವೇಗದ ಚಿಹ್ನೆಯು ಬದಲಾಯಿತು. ಆದರೆ ವೇಗವು ಕಡಿಮೆಯಾಗುವ ದರದಲ್ಲೇ ಈಗ ವೇಗವು ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆ. ಆದುದರಿಂದ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸೆಕೆಂಡಿನಲ್ಲಿ ಇರುವ ಬದಲಾವಣೆಯು ಸ್ಥಿರವಾಗಿದೆ. ಆದುದರಿಂದ ಸೊನ್ನೆಯ ಇಕ್ಕಡೆಗಳಲ್ಲೂ ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿವೆ. ಆದರೆ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ ಮಾತ್ರ ಬದಲಾವಣೆ ಉಂಟಾಗುತ್ತದೆ. ಇನ್ನು ಪಾಠಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಸ್ವತಃ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲಿರುವ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ನೋಡುವ.

1. i) ಒಂದು ಭುಜದ ಉದ್ದ x

ಎರಡನೇ ಭುಜದ ಉದ್ದ $x - 1$

$$\text{ಸುತ್ತಳತೆ} = x + x - 1 + x + x - 1$$
$$p(x) = 4x - 2$$

ii) $$\text{ವಿಸ್ತೀರ್ಣ } a(x) = x\,(x - 1) = x^2 - x$$

iii) $p(1) = 2,\ p(2) = 6,\ p(3) = 10, \ldots$

ಇವು ನಾಲ್ಕರಂತೆ ಹೆಚ್ಚಾಗಿ ಬರುವ ಶ್ರೇಣಿಯಾಗಿದೆ.

vi) $a(1) = 0,\ a(2) = 2,\ a(3) = 6, a(4) = 12, \ldots$

ಇವುಗಳು ಅನುಕ್ರಮವಾಗಿ ಸಮಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಹೆಚ್ಚಾಗಿಕೊಂಡು ಬರುವ ಸಂಖ್ಯಾ ಶ್ರೇಣಿಯಾಗಿದೆ.

ಈ ಸಮಸ್ಯೆಯಲ್ಲಿ $p(1) = 2$ ಮತ್ತು $a(1) = 0$ ಆಗಿದೆ. ಎಂದರೆ ಸುತ್ತಳತೆ 2 ಆಗಿರುವ ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ 0 ಆಗುವುದು ಹೇಗೆ? ಈ ರೀತಿಯ ಒಂದು ಆಯತವಿದೆಯೇ? ಆಯತದ ಒಂದು ಭುಜ 1 ಆದರೆ ಇನ್ನೊಂದು ಭುಜ ಎಷ್ಟು? 0 ಅಲ್ಲವೇ? ಹಾಗಾದರೆ ಆ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಒಂದು ಆಯತವಿಲ್ಲ. ಇದರ ಮೂಲಕ ಬೀಜಗಣಿತದಿಂದ ಲಭಿಸುವ ಎಲ್ಲಾ ಅಳತೆಗಳು ನಮ್ಮ ಸಮಸ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಸೂಕ್ತವಾಗಬೇಕೆಂದಿಲ್ಲ. ಎಂದೂ ಸೂಕ್ತವಾದ ಅಳತೆಯನ್ನು ಯುಕ್ತಿಪೂರ್ವಕವಾಗಿ ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಬೇಕೆಂದೂ ಮಕ್ಕಳಿಗೆ

ಮನದಟ್ಟುಮಾಡಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ. ಈ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ಜಿಯೋಜಿಬ್ರದ ಮೂಲಕ ತೋರಿಸಬಹುದಾಗಿದೆ.

min = 0, max = 6ಆಗಿರುವ ಒಂದು ಸ್ಲೈಡರ್ 'a' ತಯಾರಿಸಿರಿ. ಭುಜಗಳು (a) (a-1) ಆಗಿರುವ ಒಂದು ಆಯತವನ್ನು ತಯಾರಿಸಿರಿ. ಅದರ ಸುತ್ತಳತೆಯನ್ನು ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

2. ಈ ಸಮಸ್ಯೆಯಲ್ಲಿ ಒಂದು ಆಯತದ ಎಲ್ಲಾ ಶಿರಗಳಿಂದ 1 ಸೆ.ಮೀ ಭುಜವಿರುವ ಒಂದು ಚೌಕವನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿ ತೆಗೆದು ಉಳಿದ ಭಾಗವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಉಂಟುಮಾಡಬಹುದಾದ ಪೆಟ್ಟಿಗೆ ಉದ್ದ, ಅಗಲ ಮತ್ತು ಎತ್ತರಗಳೆಷ್ಟು?

ಎಲ್ಲಾ ಶಿರಗಳಿಂದ ತುಂಡರಿಸಿ ತೆಗೆಯುವ ಚೌಕದ ಭುಜ 2 ಸೆ.ಮೀ ಆದರೆ ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯ ಉದ್ದ, ಅಗಲ, ಎತ್ತರ ಎಂಬಿವುಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಎಂಬ ರೀತಿಯಲ್ಲಿರುವ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು ಆಗಬಹುದು:

i) ಕತ್ತರಿಸಿ ಚೌಕದ ಒಂದು ಭುಜ 'x' ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯ ಮೂರು ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯುವಂತೆ ಹೇಳಬಹುದು.

ii. ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯ ಘನಫಲದ ಬೀಜಗಣಿತ ವಾಕ್ಯವನ್ನು ಬರೆಯಬಹುದು.

$$v(x) = (7-2x)(5-2x)\,x$$

iii)
$$v\left(\frac{1}{2}\right) = \left(7-2\times\frac{1}{2}\right)\left(5-2\times\frac{1}{2}\right).\frac{1}{2}$$

$$= 6\times4\times\frac{1}{2} = 12 \text{ ಘ. ಸೆ.ಮೀ}$$

$$v(1) = (7-2)(5-2)(1)$$

$$= 5\times3\times1 = 15 \text{ ಘ. ಸೆ.ಮೀ}$$

$$v\left(1\frac{1}{2}\right) = \left(7-2\times\left(1\frac{1}{2}\right)\right)\left(5-2\times\left(1\frac{1}{2}\right)\right)\left(1\frac{1}{2}\right)$$

$$= 4\times2\times\frac{3}{2} = 12 \text{ ಘ. ಸೆ.ಮೀ}$$

ಇದರಿಂದ $v\left(\frac{1}{2}\right) = v\left(1\frac{1}{2}\right)$ ಎಂದು ಸಿಗುವುದು. ಈ ಎರಡೂ ಹಂತಗಳಲ್ಲೂ ಘನಫಲ ಸಮಾನವಾಗಿದೆ.

ಬೇರೆ ಯಾವುದಾದರೂ ಅಳತೆಗಳಿಗೆ ಘನಫಲ ಸಮಾನವಾಗಿದೆಯೇ? ಅತೀ ಹೆಚ್ಚು ಘನಫಲ ಎಷ್ಟು?ಎಂಬೀ ರೀತಿಯಲ್ಲಿರುವ ಚಿಂತನೆಗೆ ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಅವಕಾಶವನ್ನೀಯಬೇಕು.

3. ಜಿಯೋಜಿಬ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಆಯತವನ್ನು ಪ್ರದರ್ಶಿಸುವ.

min = 0, max = 50 ಆಗಿರುವ ಒಂದು ಸ್ಲೈಡರ್ a ನಿರ್ಮಿಸುವುದು. ಉದ್ದ a ಅಗಲ 50 - a ಆಗಿರುವ ಆಯತವನ್ನು ರಚಿಸುವುದು. ಸ್ಲೈಡರ್ ಚಲಿಸುವಂತೆ ಮಾಡಿ ಆಯತದಲ್ಲಿ ಆಗುವ ಬದಲಾವಣೆಯನ್ನು ನಿರೀಕ್ಷಣೆ ಮಾಡುವುದು.

i) ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $a(x) = x\,(50 - x) = 50x - x^2$

ii) $a(10) = 10\,(50 - 10) = 10 \times 40$

$a(40) = 40\,(50 - 40) = 10 \times 40$

ಇವುಗಳು ಎರಡೂ ಸಮಾನವಾಗಿವೆ. ಎಂದರೆ, ಆಯತದ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲವನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದರೆ 50 ಆಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ. ಆಗ ಒಂದು ಭುಜ 10 ಆದರೆ ಮತ್ತೊಂದು ಭುಜ 40 ಆಗುವುದು. ಇದು ಸರಿಯಲ್ಲವೇ?

iii) ಉದಾಹರಣೆಯ ಮೂಲಕ, ಕೂಡಿಸಿದರೆ 50 ಸಿಗುವ ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೂ ಇದು ಸರಿಯೆಂದು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಬಹುದು. ಇದರಲ್ಲಿ $x = 25$ ತೆಗೆದುಕೊಂಡಾಗ ಅತ್ಯಂತ ಅಧಿಕ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಸಿಗುವುದೆಂದು ಕಾಣಬಹುದು. x ಗೆ 0 ಯಿಂದ 50 ರ ವರೆಗಿರುವ ಬೆಲೆ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಈ ಬೀಜಗಣಿತ ಸಮವಾಕ್ಯದಲ್ಲಿ ಮಾತ್ರವಿರುವುದು.

ವಿಶೇಷ ವಾಚಕಗಳು

ನಾವು ಇದುವರೆಗೆ ಚರ್ಚಿಸಿದ ಬೀಜಗಣಿತ ವಾಚಕಗಳಲ್ಲಿ ಬಹುಪದಗಳು ಯಾವುವು ಎಂದು ತಿಳಿಯಲು ಮತ್ತು ಬಹುಪದಗಳ ವಿಶೇಷತೆಗಳನ್ನು ತಿಳಿಯಲು ಈ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ಪ್ರಾಧಾನ್ಯ ನೀಡಲಾಗಿದೆ. ಇದಕ್ಕಾಗಿ ಹಿಂದಿನ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳಲ್ಲಿ ಕಂಡುಹಿಡಿದ ಎಲ್ಲಾ ಬೀಜಗಣಿತ ವಾಚಕಗಳು ಬಹುಪದಗಳಾದರೆ ಅವುಗಳ ವಿಶೇಷತೆಗಳು ಯಾವುವು? ಎಂಬೀ ರೀತಿಯಲ್ಲಿರುವ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳ ಮೂಲಕ ಬಹುಪದಗಳೆಂದು ಕರೆಯುವ ಬೀಜಗಣಿತ ವಾಚಕಗಳ ಸ್ವಭಾವವನ್ನು ಕ್ರೋಡೀಕರಿಸಬಹುದು.

- x ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಹಲವು ಘಾತಗಳು.
- ಘಾತಸೂಚಿಗಳೆಲ್ಲ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು.
- ಘಾತಗಳನ್ನು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ ಗುಣಿಸಲಾಗಿದೆ.
- ಗುಣಲಬ್ಧಗಳ ಮೊತ್ತ ಅಥವಾ ವ್ಯತ್ಯಾಸ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲಾಗಿದೆ.
- ಇವುಗಳೊಂದಿಗೆ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕೂಡಿಸಲಾಗಿದೆ ಇಲ್ಲವೇ ಕಳೆಯಲಾಗಿದೆ.

ಈ ಸ್ವಭಾವವಿರುವ ಬೀಜಗಣಿತ ವಾಚಕಗಳನ್ನು ಬಹುಪದ ಎಂದು ಕರೆಯಬಹುದು.

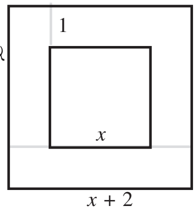
- ಬದಲಾಗುವ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗಮೂಲವನ್ನು ಕಾಣುವುದು, ಘನಮೂಲವನ್ನು ಕಾಣುವುದು.
- ಬದಲಾಗುವ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮವನ್ನು ಕಾಣುವುದು.

ಮೊದಲಾದ ಕ್ರಿಯೆಗಳು ಇರುವುದಾದರೆ ಅವುಗಳು ಬಹುಪದಗಳಲ್ಲ, ಇವುಗಳು ಯಾಕಾಗಿ ಬಹುಪದಗಳಲ್ಲಿ ಎಂಬ ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ ವಿಶದೀಕರಣವನ್ನು ಈ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ನೀಡಬೇಕೆಂದಿಲ್ಲ, ಉನ್ನತ ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ ಇದಕ್ಕಿರುವ ವಿಶದೀಕರಣವನ್ನು ಯುಕ್ತಿ ಪೂರ್ವಕ ನೀಡಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುವುದು. ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತವಾಗಿ ಹೇಳಿದರೆ ಬಹುಪದಗಳ ಬದಲಾಗುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಘಾತಸೂಚಿಯು ಋಣ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಲೀ ಭಿನ್ನಸಂಖೆಯಾಗಲೀ ಆಗಿರುವುದಿಲ್ಲ.

ಈ ವಿಚಾರವನ್ನು ಸ್ಪಷ್ಟಪಡಿಸಲು ಪಾಠಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿರುವ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳು ಸಾಕಾಗುವುದು.

ನಂತರ, ಪದಗಳ ಘಾತ, ಘಾತಸೂಚಿ, ಬಹುಪದಗಳ ಘಾತ ಮೊದಲಾದುವುಗಳೂ ಒಂದನೇ ಘಾತದ ಬಹುಪದ, ಎರಡನೇ ಘಾತದ ಬಹುಪದ, ಮೂರನೇ ಘಾತದ ಬಹುಪದ ಇತ್ಯಾದಿಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪವನ್ನು ಸ್ಪಷ್ಟಪಡಿಸಬಹುದು.

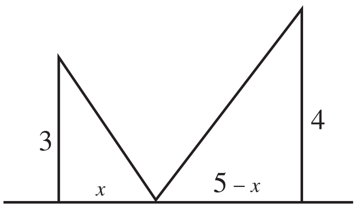
(i) ಚೌಕವನ್ನು ರಚಿಸಿ ಅದರ ಸುತ್ತಲೂ 2 ಮೀಟರ್ ದಾರಿಯ ಕರಡು ಚಿತ್ರವನ್ನು ರಚಿಸಬೇಕು.



ದಾರಿಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $(x + 2)^2 - x^2 = 4x + 4 = 4\,(x + 1)$

(ii) ದ್ರಾವಣದಲ್ಲಿ $\frac{3}{10}$ ಭಾಗ ಆಮ್ಲವಾಗಿದೆ. ಅದರಲ್ಲಿ x ಲೀಟರ್ ಆಮ್ಲವನ್ನು ಸೇರಿಸುವಾಗ ದ್ರಾವಣದ ಅಳತೆಯೂ x ಲೀಟರ್ ಹೆಚ್ಚುವುದು. ಆಗ ದ್ರಾವಣದ ಆಮ್ಲದ ಶೇಕಡಾಮಾನ $\left(\frac{3+x}{10+x}\right)\times 100$ ಇದು ಬಹುಪದವಲ್ಲ.

(ii)



ಹಗ್ಗದ ಉದ್ದ $\sqrt{x^2+9} + \sqrt{(5-x)^2+16}$ ಎಂದು ಸಿಗುವುದು.

2. (i) $x + \frac{1}{x}$ ಇದು ಬಹುಪದವಲ್ಲ.

(ii) $x + \sqrt{x}$ ಬಹುಪದವಲ್ಲ.

(iii) $\left(x-\sqrt{x}\right)\left(x+\sqrt{x}\,\right) = x^2 - x$ ಇದು ಬಹುಪದವಾಗಿದೆ.

3. (i) ಒಂದನೇ ಘಾತದ ಬಹುಪದದ ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪ.

$p(x) \;=\; ax + b$

$P(1) \;=\; a \times 1 + b = 1$

$a + b = 1$

$$P(2) = a \times 2 + b = 3$$

$$2a + b = 3$$

ಇದರಿಂದ

$a = 2$

$b = -1$ ಎಂದು ಸಿಗುವುದಲ್ಲವೇ.

ಆಗ ಬಹುಪದ $p(x) = 2x - 1$.

ಇದರಂತೆ ii, iii ಎಂಬಿವುಗಳನ್ನು ಮಾಡಬಹುದಲ್ಲವೇ.

ಪ್ರಶ್ನೆ (iv) ರಲ್ಲಿ

ಎರಡನೇ ಘಾತದ ಬಹುಪದ $p(x) = ax^2 + bx + c$ ಆಗಿದೆ ಎಂದಿರಲಿ.

$$p(0) = a(0)^2 + b(0) + c = 0$$

$$\therefore \; c = 0$$

$$P(1) = a(1)^2 + b(1) + c = 2$$

$$a + b + c = 2$$

$c = 0$ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ

$$a + b = 2$$

ಕೂಡಿಸಿದರೆ 2 ಸಿಗುವ ಮೂರು ಜೋಡಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದರೆ ಬಹುಪದಗಳನ್ನು ಬರೆಯಬಹುದಲ್ಲವೇ.

ಈ ಭಾಗದ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ಬಹುಪದಗಳನ್ನು ಕೇವಲ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಕ್ರಿಯೆಗಳಾಗಿ ಪರಿಗಣಿಸಬೇಕು ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಸವಿಶೇಷತೆಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಬೇಕು.

ಬಹುಪದ ಕ್ರಿಯೆಗಳು

ಬಹುಪದಗಳ ಮೊತ್ತ, ವ್ಯತ್ಯಾಸ ಮತ್ತು ಗುಣಲಬ್ಧಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯ ಬೇಕಾದ ಸಂದರ್ಭಗಳನ್ನು ತಿಳಿಯಲು ಮತ್ತು ಆ ರೀತಿಯ ಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ಮಾಡಲು ಇರುವ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳನ್ನು ಈ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ನಿರ್ವಹಿಸುವುದು. ಪಾಠಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿರುವ ಚಟುವಟಿಕೆಯ ಮೂಲಕ ಬಹುಪದ ಸಂಕಲನದ ಯುಕ್ತಿಯನ್ನು ಮಗುವಿಗೆ ಮನದಟ್ಟು ಮಾಡಬಹುದು. ನಂತರ $p(x) + q(x) = r(x)$ ಆದರೆ $p(2) + q(2) = r(2)$, $p(3) + q(3) = r(3)$ ಎಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲಿರುವುದೆಂದು ಮನದಟ್ಟು ಮಾಡಲು ಚಟುವಟಿಕೆಗಳನ್ನು ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಮಾಡಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ. ಇದಕ್ಕಾಗಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಮಗುವಿನಲ್ಲೂ 2 ಬಹುಪದಗಳನ್ನು ಬರೆಯಲು ಹೇಳಬೇಕು. ಈ ಬಹುಪದದಲ್ಲಿ ಅಕ್ಷರಗಳಿಗೆ ಒಂದೊಂದು ಬೆಲೆಯನ್ನು ನೀಡಲು ನಿರ್ದೇಶಿಸಬೇಕು. ಅವುಗಳನ್ನು ಪರಸ್ಪರ ಕೂಡಿಸಲು ಹೇಳಬೇಕು. ಸಿಗುವ ಉತ್ತರವನ್ನು ಪರಿಶೋಧಿಸಲೂ ಸೂಚಿಸಬೇಕು.

ಕೂಡಿಸುವ ಚಟುವಟಿಕೆಯಂತೆ ಕಳೆಯುವ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನೂ ಮಾಡಬಹುದಾಗಿದೆ. ಸಂಕಲನ ಮತ್ತು ವ್ಯವಕಲನ ಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ಮಾಡುವಾಗ ಘಾತದಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ ಬದಲಾವಣೆ ಉಂಟಾಗುವುದೇ? ಯಾವುದಾದರೂ ಎರಡು ಬಹುಪದಗಳ ಮೊತ್ತವು ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆ ಮಾತ್ರವಾಗಿರುವುದೇ? ಯಾವುದಾದರೂ ಎರಡು ಬಹುಪದಗಳ ಮೊತ್ತವು 0 ಆಗುವುದೇ? ಯಾವುದಾದರೂ ಎರಡು ಬಹುಪದಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸವು ಸೊನ್ನೆಯಾಗುವುದೇ? ಎಂಬೀ ರೀತಿಯಲ್ಲಿರುವ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲೂ ಬಹುಪದಗಳ ಸಂಕಲನ ಹಾಗೂ ವ್ಯವಕಲನಗಳನ್ನು ದೃಢಪಡಿಸಲೂ ಅಧ್ಯಾಪಕರಿಗೆ ಸಾಧ್ಯವಾಗಬೇಕು. ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನೂ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತದೊಂದಿಗೆ ಗುಣಿಸುವ ರೀತಿಯನ್ನು 7 ನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲೂ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಇನ್ನೊಂದು ಜೊತೆ ಎರಡಂಕೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತದಿಂದ ಗುಣಿಸುವ ರೀತಿಯನ್ನು 8 ನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲೂ ಕಲಿತಿರುವರು. ಈ ಭಾಗವನ್ನು ಆರಂಭಿಸುವ ಮೊದಲು ಅವುಗಳನ್ನು ನೆನಪಿಸಬೇಕು. ನಂತರ $p(x)$, $q(x)$ ಎಂಬೀ ಬಹುಪದಗಳ ಘಾತ ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ ಘಾತಗಳೊಳಗಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಹೋಲಿಸಿ ಘಾತಗಳ ಮೊತ್ತವು ಗುಣಲಬ್ಧದ ಘಾತವಾಗಿದೆ ಎಂಬ ತೀರ್ಮಾನಕ್ಕೆ ತಲುಪಬೇಕು. ಇದು 10 ನೇ ತರಗತಿಯ ಅಪವರ್ತನ ಕ್ರಿಯೆಗೆ ಸಹಾಯಕವಾಗಬಹುದು. ಇದು ಯಾವುದಾದರೂ ಎರಡು ಬಹುಪದಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವು ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯೇ ಆಗಬಹುದೇ ಎಂಬ ಚಿಂತನೆಗೆ ಪರಿಹಾರವಾದೀತು. ಈ ಭಾಗದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಸ್ವತಃ ಉತ್ತರ ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಬಹುದು.

5 ನೇ ಸಮಸ್ಯೆಯಲ್ಲಿ

(1) $(x+1)\,p(x) + (x-1)\,p(x)$

$[(x+1) + (x-1)]\,p(x)$

$2x\ p(x)$ ಆಗಿರುವುದೆಂದು ಮನದಟ್ಟುಮಾಡಿಸಬಹುದು.

(2) $(x+1)\,p(x) - (x-1)\,p(x)$

$= [(x+1) - (x-1)]\,p(x)$

$2\,p(x)$ ಎಂದೂ ಮನದಟ್ಟುಮಾಡಬಹುದು.

iii) ಇದರಿಂದ

$$\frac{1}{2}(x+1)\,p(x) - \frac{1}{2}\,(x-1)\,p(x)$$

$$= \frac{1}{2}[(x+1) - (x-1)]\,p(x)$$

$= p(x)$ ಎಂಬ ಕ್ರಿಯೆಗಳ ಮೂಲಕ ಮನದಟ್ಟುಮಾಡಿಸಬಹುದು.

ಸಂಶೋಧನೆ

ಕೆಲವು ಬಹುಪದಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಅವುಗಳನ್ನು $x-1$, $x+1$, x^2-1 ಎಂಬಿವುಗಳಿಂದ ಗುಣಿಸಿ ಸಿಗುವ ಬಹುಪದಗಳನ್ನು ತುಲನೆ ಮಾಡಿ ತೀರ್ಮಾನಕ್ಕೆ ತಲುಪುವುದು.

- $x-1$ ರ ಅಪವರ್ತ್ಯಗಳಾಗಿರುವ ಬಹುಪದಗಳ ಸಂಖ್ಯಾಗುಣಕಗಳ ಮೊತ್ತ ಸೊನ್ನೆಯಾಗಿದೆ.
- $x+1$ ರ ಅಪವರ್ತ್ಯಗಳಾಗಿರುವ ಬಹುಪದಗಳ ಒಂದು ಎಡೆಬಿಟ್ಟು ಸಂಖ್ಯಾ ಗುಣಕಗಳ ಮೊತ್ತ ಸಮಾನವಾಗಿರುವುದು.
- x^2-1 ರ ಅಪವರ್ತ್ಯಗಳಿಗೆ ಮೇಲಿನ ಎರಡು ವಿಶೇಷತೆಗಳೂ ಇರುವುದು.

ಹೆಚ್ಚಿನ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳು

(1) $p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ಎಂಬ ಬಹುಪದದಲ್ಲಿ $p(1) = p(-1)$ ಆದರೆ $a + c = 0$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿರಿ.

(2) $p(1) = p(-1)$ ಆಗುವಂತೆ ಎರಡು ಮೂರನೇ ಘಾತದ ಬಹುಪದಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

(3) $2x^3 + 3x^2 + 8x - 4$ ರೊಂದಿಗೆ ಯಾವ ಬಹುಪದವನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದರೆ 0 ಸಿಗುವುದು?

9 ವೃತ್ತಗಳ ಅಳತೆಗಳು

ಮುನ್ನುಡಿ

ಐದು, ಆರನೇ ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ ವೃತ್ತಗಳನ್ನು ಪರಿಚಯ ಹೊಂದಿರುವರು ಮತ್ತು ಅವುಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ವಿವಿಧ ರೂಪಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿರುವರು. ಉಪಕರಣಗಳಿಂದ ಉರುಟುಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಲು ಇಲ್ಲಿ ಅಭ್ಯಸಿಸಲಾಯಿತು. ಉರುಟಿನ ಕುರಿತು ಇನ್ನಷ್ಟು ತಿಳಿಯಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿದಾಗ, ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಉರುಟುಗಳನ್ನು ರಚಿಸಲು ಕಲಿತರು. ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ವೃತ್ತವನ್ನು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸುವುದರ ಭಾಗವಾಗಿ ಕೇಂದ್ರ, ತ್ರಿಜ್ಯ, ವ್ಯಾಸ ಮೊದಲಾದ ಆಶಯಗಳ ಮೂಲಕ ಬೆಳವಣಿಗೆ ಹೊಂದಿ ವೃತ್ತದ ಜ್ಯಾ, ಅವುಗಳ ವಿಶೇಷತೆಗಳು, ಅವುಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ತತ್ವಗಳು ಎಂಬಿವುಗಳಲ್ಲಿ ವೃತ್ತಕಲಿಕೆಯು ಬಂದು ನಿಂತಿದೆ.

ಇದರ ಮುಂದುವರಿಕೆಯಾಗಿ ವೃತ್ತದ ಸುತ್ತಳತೆ, ವಿಸ್ತೀರ್ಣ, ಚಾಪದ ಉದ್ದ, ಸೆಕ್ಟರಿನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಂಬಿವುಗಳನ್ನು ಈ ಅಧ್ಯಾಯದಲ್ಲಿ ಚರ್ಚೆ ಮಾಡಲಾಗುತ್ತದೆ. ವೃತ್ತದ ಸುತ್ತಳತೆಯೊಂದಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿ ಚರ್ಚೆ ಮಾಡುವ π ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಗಣಿತದ ಹಲವು ಶಾಖೆಗಳಲ್ಲಿ ಅನಿವಾರ್ಯವಾಗಿ ಬರುವವುಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದಾಗಿದೆ. ಈ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಚರಿತ್ರೆಯ ಹಿನ್ನಲೆಗೆ ಈ ಪಾಠಭಾಗದಲ್ಲಿ ಪ್ರಾಧಾನ್ಯ ನೀಡಲಾಗಿದೆ. ಜಿಯೋಜಿಬ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿಕೊಂಡು ನಡೆಸುವ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳಿಗೂ ಈ ಪಾಠಭಾಗದಲ್ಲಿ ಪ್ರಾಧಾನ್ಯ ನೀಡಲಾಗಿದೆ.

ಯೂನಿಟ್‌ಫ್ರೇಂ (ವೃತ್ತಗಳ ಅಳತೆಗಳು)

ಆಶಯಗಳು	ಕಲಿಕಾ ಬೋಧನಾ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ	ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳು
• ವೃತ್ತಗಳ ಸುತ್ತಳತೆಗಳು ಬದಲಾಗುವುದು, ವ್ಯಾಸಗಳ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಾಗಿದೆ, ಅಥವಾ ವೃತ್ತಗಳ ಸುತ್ತಳತೆಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯು ವ್ಯಾಸಗಳ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯೇ ಆಗಿರುವುದು. • ವೃತ್ತದ ಸುತ್ತಳತೆಯು ಅದರ ವ್ಯಾಸದ π ಮಡಿಯಾಗಿದೆ.	• ಬಹುಭುಜಗಳ ಸುತ್ತಳತೆ ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕುವುದು • ಸಮಬಹುಭುಜಗಳ ಸುತ್ತಳತೆ ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕುವುದು • ವ್ಯಾಸ 1 ಆಗಿರುವ ವೃತ್ತದೊಳಗೆ ಸಮಬಹುಭುಜಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ ಅವುಗಳ ಸುತ್ತಳತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಜಿಯೋಜಿಬ್ರ ಚಟುವಟಿಕೆ. • ಎರಡು ಏಕಕೇಂದ್ರೀಯ ವೃತ್ತಗಳಲ್ಲಿ ಸಮಭುಜ ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ, ಅವುಗಳ ಸುತ್ತಳತೆಗಳ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯ ವೃತ್ತಗಳ ವ್ಯಾಸದ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಾಗಿದೆ ಎಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲಿರುವ ಚಟುವಟಿಕೆ. • ಸಮಭುಜ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಬದಲಾಗಿ ಯಾವುದೇ ಸಮಬಹುಭುಜವಾದರೂ ಅವುಗಳ ಸುತ್ತಳತೆಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯು ವ್ಯಾಸಗಳ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಾಗಿದೆ ಎಂದು ತೋರಿಸುವರು. • ವ್ಯಾಸ 1 ಆಗಿರುವ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ವಿವಿಧ ಸಮಬಹುಭುಜಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ ಸುತ್ತಳತೆಯನ್ನು ಲೆಕ್ಕಹಾಕಲಿರುವ ಜಿಯೋಜಿಬ್ರ ಚಟುವಟಿಕೆ. • ವ್ಯಾಸ 1 ಆಗಿರುವ ವೃತ್ತದ ಸುತ್ತಳತೆಯು 3.14 ಕ್ಕೆ ಹತ್ತಿರವಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದೆ ಎಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು.	• ಎರದು ವೃತ್ತಗಳ ಒಳಗೆ ರಚಿಸುವ ಭುಜಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಸಮಾನವಾಗಿರುವ ಸಮಬಹುಭುಜಗಳ ಸುತ್ತಳತೆಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯು, ವೃತ್ತದ ವ್ಯಾಸಗಳ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯೇ ಆಗಿರುವುದೆಂದು ತಿಳಿಯುವರು. • ಎರಡು ವೃತ್ತಗಳ ಒಳಗೆ ರಚಿಸುವ ಸಮಬಹುಭುಜಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಹೆಚ್ಚಾಗುವುದಕ್ಕನುಸರಿಸಿ ಅವುಗಳ ಸುತ್ತಳತೆಗಳಿಗೆ ವೃತ್ತಗಳ ಸುತ್ತಳತೆಗಳೊಂದಿಗಿರುವ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಿ, ವೃತ್ತಗಳ ಸುತ್ತಳತೆಗಳು ಬದಲಾಗುವುದು ವ್ಯಾಸಗಳ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಾಗಿದೆ ಎಂದು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುವುದು.

ಯೂನಿಟ್‌ಫ್ರೇಂ (ವೃತ್ತಗಳ ಅಳತೆಗಳು)

ಆಶಯಗಳು	ಕಲಿಕಾ ಬೋಧನಾ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ	ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳು
• ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ತ್ರಿಜ್ಯದ ವರ್ಗದ π ಮಡಿಯಾಗಿದೆ.	• ವ್ಯಾಸ 1 ಆಗಿರುವ ವೃತ್ತದ ಸುತ್ತಳತೆಯು ಹತ್ತಿರ ಹತ್ತಿರ ಬರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು π ಎಂದು ಸೂಚಿಸುವುದು. • π ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಕುರಿತು ಚರ್ಚೆ. • ವೃತ್ತದೊಳಗೆ ಸಮಬಹುಭುಜಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಲೆಕ್ಕಹಾಕಲಿರುವ ಚಟುವಟಿಕೆ. • ಸಮಬಹುಭುಜಗಳನ್ನು ಸಮಾನ ತ್ರಿಕೋನಗಳಾಗಿಸಿ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಲೆಕ್ಕಹಾಕುವುದು. • ಸಮಬಹುಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಸುತ್ತಳತೆಯ ಅರ್ಧವನ್ನು, ವೃತ್ತ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ ಭುಜಗಳಿಗಿರುವ ಲಂಬ ದೂರದಿಂದ ಗುಣಿಸಿ ಸಿಗುವ ಗುಣಲಬ್ಧಕ್ಕೆ ಸಮಾನವಾಗಿದೆ ಎಂದು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳುವುದು. • ಭುಜಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಹೆಚ್ಚುವಾಗ ಲಂಬದೂರವು ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯಕ್ಕೆ ಹತ್ತಿರವಾಗುವುದನ್ನು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳುವುದು. • ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ತ್ರಿಜ್ಯದ ವರ್ಗದ π ಮಡಿಯಾಗಿದೆ ಎಂದು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳುವುದು.	• π ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ವಿಶದೀಕರಿಸುವುದು • ವೃತ್ತದೊಳಗೆ ರಚಿಸಬಹುದಾದ ಸಮಬಹುಭುಜಗಳ ಭುಜಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಹೆಚ್ಚಿಸಿ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಲೆಕ್ಕಹಾಕುವುದು. • ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯವೂ, ಸುತ್ತಳತೆಯೂ, ವಿಸ್ತೀರ್ಣವೂ ತಮ್ಮೊಳಗಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ತಿಳಿಯುವುದು.

ಯೂನಿಟ್‌ಫ್ರೇಂ (ವೃತ್ತಗಳು)

ಆಶಯಗಳು	ಕಲಿಕಾ ಬೋಧನಾ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ	ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳು
• ಒಂದು ಚಾಪದ ಕೇಂದ್ರೀಯ ಕೋನವು 360^o ಯ ಎಷ್ಟು ಭಾಗದವಾಗಿದೆಯೋ, ವೃತ್ತದ ಸುತ್ತಳತೆಯ ಅಷ್ಟೇ ಭಾಗ ಚಾಪದ ಉದ್ದವಾಗಿದೆ.	• ವೃತ್ತದ ಮೂಲಕ ಒಂದು ಬಿಂದು ಸಂಚರಿಸುವ ದೂರ ಹಾಗೂ ಬಿಂದು ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರದಲ್ಲಿ ಉಂಟುಮಾಡುವ ಕೋನಗಳೊಳಗಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲಿರುವ ಚಟುವಟಿಕೆ. • ವೃತ್ತದ ಮೂಲಕ ಸುತ್ತಳತೆಯ $\frac{1}{4}$ ಭಾಗ ತಿರುಗುವಾಗ, ಕೇಂದ್ರದಲ್ಲಿ ಉಂಟುಮಾಡುವ ಕೋನವು 90^o ಆಗಿದೆಯೆಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು. ಸುತ್ತಳತೆಯು $\frac{1}{3}$ ಭಾಗ ತಿರುಗುವಾಗ, ಕೇಂದ್ರೀಯ ಕೋನವು 120^o ಆಗಿದೆ ಎಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು. • ಚಾಪದ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಕೇಂದ್ರೀಯ ಕೋನಗಳೊಳಗಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳುವರು. • ತ್ರಿಜ್ಯ r ಆಗಿರುವ ವೃತ್ತದ ಮೂಲಕ ಒಂದು ಬಿಂದು x^o ತಿರುಗುವಾಗ ಒಂದು ವೃತ್ತದ ಮೂಲಕ ಸಂಚರಿಸುವ ದೂರವು $2\pi r$ ನ $\frac{x}{360}$ ಭಾಗವಾಗಿರುವುದು. ಚಾಪದ ಉದ್ದ $= 2\pi r \frac{x}{360}$	• ವೃತ್ತದ ಚಾಪಾದ ಉದ್ದ, ಸೆಕ್ಟರ್‌ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಹಾಗೂ ಕೇಂದ್ರೀಯ ಕೋನಗಳೊಳಗಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ವಿಶದೀಕರಿಸುವುದು.

ಯೂನಿಟ್‌ಫ್ರೇಂ (ವೃತ್ತಗಳ ಅಳತೆಗಳು)

ಆಶಯಗಳು	ಕಲಿಕಾ ಬೋಧನಾ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ	ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳು
• ಒಂದು ಚಾಪದ ಕೇಂದ್ರೀಯ ಕೋನವು 360° ಯ ಎಷ್ಟು ಭಾಗವಾಗಿದೆಯೋ, ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಅಷ್ಟೇ ಭಾಗವಾಗಿದೆ ಸೆಕ್ಟರ್‌ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ.	• ವೃತ್ತವನ್ನು ಸಮಾನ ಭಾಗಗಳನ್ನಾಗಿಸಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸೆಕ್ಟರಿನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲಿರುವ ಚಟುವಟಿಕೆ. • ಒಂದು ಚಾಪದ ಕೇಂದ್ರೀಯ ಕೋನವು ವೃತ್ತದ ಕೇಂದ್ರೀಯ ಕೋನದ ಎಷ್ಟು ಭಾಗವಾಗಿದೆಯೋ, ಆ ಚಾಪವನ್ನು ಒಳಗೊಂಡ ಸೆಕ್ಟರಿನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಅಷ್ಟೇ ಭಾಗವಾಗಿರುವುದು ಎಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು.	

ಆಶಯ ವಿಕಾಸ

ವೃತ್ತದ ವ್ಯಾಸವು ಹೆಚ್ಚಾಗುವಂತೆ ಸುತ್ತಳತೆಯೂ ಹೆಚ್ಚಾಗುವುದು ಎಂಬ ನಿರೀಕ್ಷಣೆಯಿಂದ ಈ ಬದಲಾವಣೆಯು ಅನುಪಾತಿಕವಾಗಿದೆಯೋ ಎಂಬ ಅನ್ವೇಷಣೆಯು ಪ್ರಾರಂಭವಾಗುವುದು. ಇದು ಸರಿಯಾಗಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಪ್ರಯೋಗಗಳ ಮೂಲಕ ವಿಶದೀಕರಿಸುವರು. ವೃತ್ತದೊಳಗೆ ವಿವಿಧ ಸಮಬಹುಭುಜಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿದರೆ, ಭುಜಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಹೆಚ್ಚಾಗುವಾಗ ಇವು ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಹತ್ತಿರವಾಗುವುದು ಎಂಬ ನಿರೀಕ್ಷಣೆಯನ್ನು ಜಿಯೋಜಿಬ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸುವುದು. ಈ ಎಲ್ಲಾ ಸಮಬಹುಭುಜಗಳ ಸುತ್ತಳತೆಯು ವೃತ್ತದ ವ್ಯಾಸಕ್ಕೆ ಈ ಅನುಪಾತಿಕವಾಗಿರುವುದು ಎಂದು ಸಾಧಿಸುವುದು. ಈ ಅನುಪಾತಿಕ ಸ್ಥಿರಾಂಕ ಎಂಬ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ π ಎಂಬ ಹೊಸ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪರಿಚಯ ಪಡಿಸುವುದು. ಮುಂದುವರೆದು, ಒಂದು ಚಾಪದ ಉದ್ದವು ಕೇಂದ್ರೀಯ ಕೋನಕ್ಕೆ ಅನುಪಾತಿಕವಾಗಿರುವುದು ಎಂಬ ವಾಸ್ತವಾಂಶವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಯಾವುದೇ ಚಾಪದ ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದ ಅದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಸಮಬಹುಭುಜಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ ವೃತ್ತಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು. ಇದರಿಂದ ಸೆಕ್ಟರಿನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು.

ಪಾಠಭಾಗಗಳು

ವೃತ್ತವೂ ಬಹುಭುಜಗಳೂ

ಚೌಕ, ಆಯತ, ತ್ರಿಕೋನ ಮೊದಲಾದವುಗಳ ಸುತ್ತಳತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಮಗುವಿಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ. ಆ ರೀತಿಯಲ್ಲಿರುವ ಕೆಲವು ರೂಪಗಳ ಸುತ್ತಳತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲಿರುವ ಸಂದರ್ಭವನ್ನು ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ನೀಡುವುದರ ಮೂಲಕ ಪಾಠಭಾಗಕ್ಕೆ ಪ್ರವೇಶಿಸುವುದು. ಈ ಚಟುವಟಿಕೆಯ ಮೂಲಕ ಒಂದು ವೃತ್ತದ ಸುತ್ತಳತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಏನು ಮಾಡಬೇಕು ಎಂಬ ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು ಪ್ರಸ್ತಾಪಿಸಬೇಕು.

ಅಳೆದು ನೋಡದೆ ವೃತ್ತದ ಸುತ್ತಳತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲಿರುವ ಚಟುವಟಿಕೆಯಾಗಿದೆ ಮುಂದೆ ನಡೆಯಬೇಕಾದುದು.

ವೃತ್ತದೊಳಗೆ ರಚಿಸಿರುವ ಸಮಬಹುಭುಜಗಳ ಭುಜಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಹೆಚ್ಚಾಗುವುದಕ್ಕನುಸರಿಸಿ ಅದು ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ನಿಕಟವಾಗುವುದು ಎಂಬ ಚಿಂತನೆಯನ್ನು ಮಕ್ಕಳಲ್ಲಿ ಬೆಳೆಸಬೇಕು. ಇದಕ್ಕಾಗಿ ಜಿಯೋಜಿಬ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿರುವ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳನ್ನು ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಪರಿಚಯಪಡಿಸಬೇಕು. ವ್ಯಾಸವು 1 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿರುವ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ರಚಿಸಿರುವ ವಿವಿಧ ಸಮಭುಜಗಳ ಸುತ್ತಳತೆಗಳನ್ನು ಜಿಯೋಜಿಬ್ರಾ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿದುದು ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಪರಿಚಯಿಸಬೇಕು. ಭುಜಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಹೆಚ್ಚಾಗುವಂತೆ ಸುತ್ತಳತೆಯು ಒಂದು ನಿಶ್ಚಿತ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಸಮೀಪವಾಗುವುದು ಎಂದು ಮಕ್ಕಳು ಅರ್ಥೈಸಲಿ.

ಮುಂದಿನ ಚರ್ಚೆ ಆರಂಭಿಸುವ ಮೊದಲು ಪುಟ 145ರ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳನ್ನು ಮಾಡಬೇಕು. ಸಮಭುಜ

ತ್ರಿಕೋನದ ಒಂದು ಶಿರದಿಂದ ವಿರುದ್ಧ ಭುಜದ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿಗೆ ಎಳೆದ ಗೆರೆಯು ವಿರುದ್ಧ ಭುಜಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿರುವುದು. ಜ್ಯಾದ ಲಂಬಸಮಭಾಜಕವು ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರದ ಮೂಲಕ ಹಾದುಹೋಗುವುದು ಎಂಬುದರಿಂದ ತ್ರಿಕೋನದ ಮಧ್ಯಮಕೇಂದ್ರವು ಪರಿವೃತ್ತಕೇಂದ್ರವಾಗಿರುವುದು.

ವ್ಯಾಸವು 1 ಸೆಂಟಿಮೀಟರಾಗಿರುವ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ರಚಿಸುವ,

ಸಮಭುಜ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ = 2.598 ಸೆ.ಮೀ.

ಚೌಕದ ಸುತ್ತಳತೆ = $2\sqrt{2}$

= 2.828 ಸೆ.ಮೀ.

ಸಮಷಡ್ಭುಜ ಸುತ್ತಳತೆ = 3 ಸೆಂ.ಮೀ ಎಂಬ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಸಿಗುವುದು ಎಂದು ಕಂಡ ಬಳಿಕ, ವ್ಯಾಸ 1 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್‌ಗೆ ಬದಲಾಗಿ ಬೇರೆ ವೃತ್ತಗಳನ್ನು ತೆಗೆದು ಸುತ್ತಳತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲಿರುವ ಚಟುವಟಿಕೆಗೆ ಸಾಗಬೇಕು.

ವ್ಯಾಸವೂ ಸುತ್ತಳತೆಯೂ

ವೃತ್ತದ ಸುತ್ತಳತೆಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯು ವ್ಯಾಸಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಗೆ ಸಮಾನವಾಗಿರುವುದು ಎಂಬ ಆಶಯವನ್ನು ದೃಢಪಡಿಸಲಿರುವ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳಾಗಿವೆ ಇಲ್ಲಿರುವುದು.

ಎರಡು ಏಕಕೇಂದ್ರ ವೃತ್ತಗಳಲ್ಲಿ ಸಮಭುಜತ್ರಿಕೋನ, ಚೌಕ, ಸಮಪಂಚಭುಜ ಎಂಬಿವುಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ ಅವುಗಳ ಸುತ್ತಳತೆಗಳು ಬದಲಾಗುವ ಪ್ರಮಾಣವು ವ್ಯಾಸದ ಪ್ರಮಾಣದಲ್ಲಾಗಿದೆ ಎಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು.

ವ್ಯಾಸಗಳು ಎರಡು ಮಡಿಯಾಗುವಾಗ ಸಮಬಹುಭುಜಗಳ ಸುತ್ತಳತೆಯೂ ಎರಡು ಮಡಿಯಾಗುವುದು. ಎಷ್ಟೇ ಭುಜಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಹೆಚ್ಚಾದರೂ ಈ ಸಂಬಂಧವು ಉಳಿದುಕೊಳ್ಳುವುದು. ಭುಜಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಹೆಚ್ಚಾಗುವುದಕ್ಕನುಸರಿಸಿ ಸಮಬಹುಭುಜವು ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮಾನವಾಗುವುದು. ಆದುದರಿಂದ ವ್ಯಾಸ ಎರಡು ಮಡಿಯಾಗುವಾಗ ವೃತ್ತದ ಸುತ್ತಳತೆಯು ಎರಡು ವ್ಯಾಸ ಮೂರು ಮಡಿಯಾಗುವಾಗ ಸುತ್ತಳತೆಯು ಮೂರು ಮಡಿಯಾಗುವುದು.

ಇದರಿಂದ ವ್ಯಾಸ 1 ಆಗಿರುವ ವೃತ್ತದ ಸುತ್ತಳತೆ ಕಂಡುಹಿಡಿದಾದರೆ, ವ್ಯಾಸ ತಿಳಿದಿರುವ ಯಾವುದೇ ವೃತ್ತದ ಸುತ್ತಳತೆಯನ್ನು ಲೆಕ್ಕಹಾಕಬಹುದು. ವ್ಯಾಸ 1 ಆಗಿರುವ ವೃತ್ತದ ಸುತ್ತಳತೆಯನ್ನು ಹೊಸ ವೃತ್ತದ ವ್ಯಾಸದಿಂದ ಗುಣಿಸಿದರೆ ಸಾಕು ಎಂದು ಕ್ರೋಡಿಕರಿಸಬೇಕು. ಮುಂದುವರಿದು ಪುಟ 148 ರ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

i) ಸಮಷಡ್ಭುಜದ ಸುತ್ತಳತೆ = 24 ಸೆ.ಮೀ.

$\therefore$ ಭುಜ = 4 ಸೆ.ಮೀ.

ಭುಜ 4ಸೆಂ.ಮೀ. ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ವೃತ್ತದ ವ್ಯಾಸ

$= 2 \times 4$

$=$ 8 ಸೆ.ಮೀ

ಇದೇ ವೃತ್ತದ ಬಿಂದುಗಳನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ರಚಿಸುವ ಚೌಕದ ಒಂದು ಭುಜ

$= \sqrt{4^2+4^2}$

$= \sqrt{32}$

ಸುತ್ತಳತೆ $= 4 \times 4\sqrt{2}$

$= 16\sqrt{2}$ ಸೆ.ಮೀ.

ii) ಎರಡು ಮಡಿ ವ್ಯಾಸವಾದರೆ,

ಒಂದು ಭುಜ $= \sqrt{8^2+8^2}$

$= \sqrt{64+64}$

$= \sqrt{128}$

$= 8\sqrt{2}$

ಸುತ್ತಳತೆ $= 4 \times 8\sqrt{2}$

$= 32\sqrt{2}$ ಸೆ.ಮೀ.

iii) ಅರ್ಧದಷ್ಟು ವ್ಯಾಸವಿರುವ ವೃತ್ತವಾದರೆ, ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ $=$ 2 ಸೆ.ಮೀ.

$\therefore AD = \sqrt{2^2+1^2}$

$= \sqrt{2^2+1^2}$

$= \sqrt{3}$

$\therefore AB = 2\sqrt{3}$

$\therefore$ ಸುತ್ತಳತೆ $= 6\sqrt{3}$ ಸೆ.ಮೀ.

2) ವ್ಯಾಸವು ಸುತ್ತಳತೆಗೆ ಅನುಪಾತಿಕವಾಗಿದೆ.

ಅರ್ಧದಷ್ಟು ಉದ್ದವಿರುವ ಸರಳನ್ನು ಬಾಗಿಸಿ ನಿರ್ಮಿಸಬಹುದಾದ ವೃತ್ತದ ವ್ಯಾಸ

$= \frac{4}{2}$

$=$ 2 ಸೆಮೀ

3) ಸುತ್ತಳತೆ ವ್ಯಾಸಕ್ಕೆ ಅನುಪಾತಿಕವಾಗಿರುವುದರಿಂದ, ಸುತ್ತಳತೆ = $\frac{6.28}{2} \times 3$

= 9.42 ಮೀಟರ್

ಹೊಸತೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆ

ವ್ಯಾಸ 1 ಆಗಿರುವ ವೃತ್ತದ ಸುತ್ತಳತೆ ಎಷ್ಟಾಗಿದೆಯೆಂಬ ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು ಪುನಃ ಪರಿಗಣಿಸುವುದು.

ಹೀಗಿರುವ ವೃತ್ತದೊಳಗೆ ರಚಿಸುವ ಬಹುಭುಜಗಳ ಸುತ್ತಳತೆಯನ್ನು ಲೆಕ್ಕಹಾಕಿದ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ಪರಿಶೋಧಿಸಿ, ಅದು ಸರಿಸುಮಾರು 3.14ಕ್ಕೆ ಸಮೀಪ ಬರುವುದು ಎಂಬುದು ಮನದಟ್ಟಾಗಬೇಕು. ಇದರಿಂದ ವ್ಯಾಸ 1 ಆಗಿರುವ ವೃತ್ತದ ಸುತ್ತಳತೆಯು 3.14ಗೆ ಸಮೀಪವಾಗಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದೆಯೆಂದೂ ಇದು $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ ಎಂಬಿವುಗಳ ಸರಿಸುಮಾರು ಬೆಲೆಯನ್ನು ಲೆಕ್ಕಹಾಕಿದ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಲೆಕ್ಕಹಾಕಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ ಎಂದೂ ಕ್ರೋಡೀಕರಿಸಬೇಕು. 3.14ಕ್ಕೆ ಹತ್ತಿರವಾಗಿರುವ ಈ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಸೂಚಿಸುವುದು ಗ್ರೀಕ್ ಭಾಷೆಯ π ಎಂಬ ಅಕ್ಷರದಿಂದಾಗಿದೆ ಎಂದು ತಿಳಿಸಬೇಕು.

ಮುಂದುವರಿದು, ವ್ಯಾಸ 1ಸೆಂ.ಮೀ ಆಗಿರುವ ವೃತ್ತದ ಸುತ್ತಳತೆಯು π ಸೆ.ಮೀ, ವ್ಯಾಸ 2ಸೆ.ಮೀ ಆದರೆ ಸುತ್ತಳತೆಯು 2π ಸೆ.ಮೀ, ವ್ಯಾಸ $1\frac{1}{2}$ ಸೆ.ಮೀ ಆದರೆ ಸುತ್ತಳತೆಯು $1\frac{1}{2}\pi$ ಸೆ.ಮೀ ಎಂಬ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಲೆಕ್ಕಹಾಕಿದ ಬಳಿಕ ವೃತ್ತದ ಸುತ್ತಳತೆಯು ವ್ಯಾಸದ π ಮಡಿಯಷ್ಟಾಗಿದೆ ಎಂದು ಕ್ರೋಡೀಕರಿಸಬೇಕು. ತ್ರಿಜ್ಯದ ಆಧಾರದಲ್ಲಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ ಸುತ್ತಳತೆಯು ತ್ರಿಜ್ಯದ 2π ಮಡಿಯಾಗಿದೆ ಎಂದೂ ಮನದಟ್ಟಾಗಬೇಕು.

ಸೈಡ್‌ಬೋಕ್ಸ್‌ನಲ್ಲಿ ಹೆಸರು ಬಂದ ದಾರಿ ಚರ್ಚಿಸಿ π ಯ ಚಾರಿತ್ರಿಕ ಹಿನ್ನೆಲೆಯನ್ನು ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಚರ್ಚೆಗೆ ಒಳಪಡಿಸಬೇಕು.

ವ್ಯಾಸವು ತಿಳಿದರೆ ಸುತ್ತಳತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು ಎಂಬ ತಿಳುವಳಿಕೆಯು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿರುವ ಮುನ್ಸೂಚಿಯಾಗಿರುವುದು. ಪ್ರಶ್ನೆ 2ರಲ್ಲಿ

ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ r ಆದರೆ,

$$r^2 - (4 - r)^2 = 2^2$$

$$8r - 16 = 4$$

$r = 2\frac{1}{2}$ ಎಂದು ಸಿಗುವುದು.

ಪ್ರಶ್ನೆ 3ರಲ್ಲಿ ಸಣ್ಣ ವೃತ್ತಗಳ ವ್ಯಾಸಗಳ ಮೊತ್ತವು ದೊಡ್ಡ ವೃತ್ತದ ವ್ಯಾಸವಾಗಿದೆ ಎಂಬುದರಿಂದ, ಸಣ್ಣ

ವೃತ್ತದ ಸುತ್ತಳತೆಗಳ ಮೊತ್ತವು ದೊಡ್ಡ ವೃತ್ತದ ಸುತ್ತಳತೆಯಾಗಿರುವುದು.

ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

ಬಹುಭುಜಗಳನ್ನು ತ್ರಿಕೋನಗಳಾಗಿಸಿ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು. ಆದರೆ ವೃತ್ತವನ್ನೋ? ಅದು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. ವೃತ್ತದೊಳಗಿರುವ ಸಮಬಹುಭುಜಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಹೆಚ್ಚಾಗುವುದಕ್ಕನುಸರಿಸಿ ಸುತ್ತಳತೆಯು ವೃತ್ತದ ಸುತ್ತಳತೆಗೆ ಹತ್ತಿರವಾಗುವಂತೆ, ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಕ್ಕೆ ಹತ್ತಿರವಾಗುವುದು ಎಂಬುದನ್ನು ಆಧಾರವಾಗಿರಿಸಿ, ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಲು ಇಲ್ಲಿ ಪ್ರಯತ್ನಿಸುವುದು. ವೃತ್ತದೊಳಗೆ ರಚಿಸಿರುವ ಸಮಬಹುಭುಜಗಳನ್ನು ಸಮಾನ ತ್ರಿಕೋನಗಳಾಗಿ ಮಾಡಿ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲಿರುವ ವಿಧಾನವನ್ನು ಚರ್ಚಿಸುವುದರ ಮೂಲಕ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಕ್ಕಿರುವ ಚರ್ಚೆಯು ಮುಂದುವರಿಯುವುದು.

ಭುಜಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಹೆಚ್ಚಾಗುವಾಗ, ವೃತ್ತ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ ಬಹುಭುಜದ ಭುಜಗಳಿಗಿರುವ ಲಂಬವು ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯಕ್ಕೆ ಸಮೀಪಿಸುವುದು ಹಾಗೂ ಬಹುಭುಜದ ಸುತ್ತಳತೆಯು ವೃತ್ತದ ಸುತ್ತಳತೆಗೆ ಹತ್ತಿರ ಬರುವುದು ಎಂಬೀ ವಿಚಾರಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲಿರುವ ಸೂತ್ರಕ್ಕೆ ತಲುಪುವುದಾಗಿದೆ. ವೃತ್ತದೊಳಗೆ ಸಮಬಹುಭುಜಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿದಂತೆ, ವೃತ್ತವನ್ನು ಆವರಿಸಿರುವ ಸಮಬಹುಭುಜಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ರೀತಿಯನ್ನು 10ನೇ ಕ್ಲಾಸಿನ ಪಾಠಭಾಗದಲ್ಲಿ ಚರ್ಚಿಸಲಾಗುವುದು ಎಂದು ಈ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ತಿಳಿಸಬಹುದಾಗಿದೆ.

ಪ್ರಶ್ನೆ 3ರಲ್ಲಿ, ದೊಡ್ಡ ವೃತ್ತದ ವ್ಯಾಸವು, ಸಣ್ಣ ನಾಲ್ಕು ವೃತ್ತಗಳ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿದೆ ಎಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದಲ್ಲವೇ.

4,5 ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಚರ್ಚಿಸಲಾಗಿದೆ.

ಉದ್ದವೂ ಕೋನವೂ

ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಯಾವುದೇ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಆರಂಭಿಸಿ, ಎಷ್ಟು ದೂರ ವೃತ್ತದ ಮೂಲಕ ಸಂಚರಿಸಿತು ಎಂದೂ ಅದು ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರದಿಂದ ನೋಡುವಾಗ ಎಷ್ಟು ಡಿಗ್ರಿ ತಿರುಗಿತು ಎಂದೂ ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಿ ಚಾಪದ ಉದ್ದವನ್ನು ಹೇಳುವುದು. ತ್ರಿಜ್ಯ 1 ಮೀಟರ್ ಆಗಿರುವ ವೃತ್ತದ ಮೂಲಕ ಒಂದು ಬಿಂದು ಚಲಿಸಿದರೆ, ಚಲಿಸಿದ ದೂರವು ವೃತ್ತದ ಸುತ್ತಳತೆಯಾಗಿರುವ 2π ಮೀಟರಿನ ಎಷ್ಟು ಭಾಗವಾಗಿದೆಯೋ, ಆ ವೃತ್ತದ ಭಾಗವು ಕೇಂದ್ರದಲ್ಲಿ ಉಂಟುಮಾಡುವ ಕೋನವು ಒಟ್ಟು ಕೋನವಾಗಿರುವ 360^0 ಯ ಅಷ್ಟೇ ಭಾಗವಾಗಿರುವುದು ಎಂದು ಚರ್ಚೆಯ ಮೂಲಕ ಕ್ರೋಡೀಕರಿಸಬೇಕು. ಮುಂದುವರಿದು ವ್ಯತ್ಯಸ್ತ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳಿರುವ ವೃತ್ತಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಚರ್ಚಿಸಿ ಇದನ್ನು ಇನ್ನೂ ಹೆಚ್ಚು ಮನದಟ್ಟು ಮಾಡಿಸಬೇಕು.

ಇದನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ, ಒಂದು ಚಾಪವು ಕೇಂದ್ರದಲ್ಲಿ ಉಂಟುಮಾಡುವ ಕೋನವು 360^0 ಯ ಎಷ್ಟು

ಭಾಗವಾಗಿದೆಯೋ, ವೃತ್ತದ ಸುತ್ತಳತೆಯ ಅಷ್ಟೇ ಭಾಗವಾಗಿದೆ ಚಾಪದ ಉದ್ದ ಎಂದು ಕ್ರೋಡೀಕರಿಸುವುದು. ಮುಂದುವರಿದು, ಪಾಠ ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿರುವ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳ್ನು ಮಾಡಬಹುದಾಗಿದೆ. ಪ್ರಶ್ನೆ 3 ರಲ್ಲಿ ತ್ರಿಜ್ಯದ ಎಷ್ಟು ಭಾಗವಾಗಿದೆಯೋ ಕತ್ತರಿಸಿ ಹೊರತು ಪಡಿಸಿರುವುದು, ಅಷ್ಟೇ ಭಾಗ ಸುತ್ತಳತೆಯೂ ಬದಲಾಗುವುದು ಎಂದು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಬೇಕು.

4ನೇ ಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ವೃತ್ತ ಭಾಗದ ಉದ್ದ $\frac{8\pi}{6}$ ಸೆ.ಮೀ. ಆಗಿದೆ. ಆಗ ಸುತ್ತಳತೆ $3\times\frac{8\pi}{6}$ = 4π ಸೆ.ಮೀ. ಎಂದು ಸಿಗುವುದು. 5ನೇ ಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿ 8 ವೃತ್ತ ಭಾಗಗಳು ಸೇರಿ ಮೂರು ವೃತ್ತಗಳಾಗುವುದು ಎಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಕಷ್ಟವಿಲ್ಲ. ಪ್ರತಿಯೊಂದರ ವ್ಯಾಸ 2 ಸೆ.ಮೀ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ಒಟ್ಟು ಸುತ್ತಳತೆ = 6π ಸೆ.ಮೀ.

ಕೋನವೂ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವೂ

ಸೆಕ್ಟರ್ ಎಂದರೇನೆಂದು ವಿಶದೀಕರಿಸಿದ ಬಳಿಕ ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಕುರಿತು ವಿಶದೀಕರಿಸುವುದು.

ಚಾಪದ ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದಂತೆ ಸೆಕ್ಟರ್‌ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು. ಸೆಕ್ಟರ್‌ಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಹೆಚ್ಚಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ನೀಡಿ ತರಬೇತು ಗೊಳಿಸಬೇಕು.

ಸೆಕ್ಟರ್‌ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚಿನ ಚಿಂತನೆಗೆ ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಅವಕಾಶವನ್ನು ನೀಡಬೇಕಾಗಿದೆ.

ಈ ಆಕೃತಿಯ ಸುತ್ತಳತೆ 3(ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಮಷಡ್ಭುಜದ ಸುತ್ತಳತೆಯು $\frac{1}{6}$)

$$= 3\left[\frac{1}{6}\times 2\pi r\right]$$

$$= \pi r$$

ಈ ಆಕೃತಿಯ ಸುತ್ತಳತೆ $= 3\left(\frac{1}{6}\pi r^2\right) - 2\frac{\sqrt{3}}{4}r^2$

$$= 3\left(\frac{1}{6}\pi r^2\right) - 2\frac{\sqrt{3}}{4}r^2$$

$$= \left(\frac{\pi}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)r^2$$

$$= \left(\frac{\pi-\sqrt{3}}{2}\right)r^2$$

$$= \frac{\pi-\sqrt{3}}{2}\times 2^2$$

$= 2\pi - 2\sqrt{3}$ ಚ.ಸೆ.ಮೀ.

10

ರೇಖೀಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

ಮುನ್ನುಡಿ

ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಉಂಟಾದುದು ಪ್ರಾಯೋಗಿಕವಾದ ಅಥವಾ ಗಣಿತಪರವಾದ ಅಗತ್ಯಗಳಿಗಾಗಿ. ಎಣಿಸಲು ಎಣಿಕಾಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಉಂಟಾದುವು. ಸೊನ್ನೆಯ ಸಂಖ್ಯಾಲೋಕದ ಆಯಿತು. ಸೊನ್ನೆಗಿಂತಲೂ ಸಣ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಅಗತ್ಯ ಉಂಟಾದಾಗ ಋಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು. ಉಂಟಾದುವು. ಋಣಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಉಂಟಾದುದು ಗಣಿತದ್ದೇ ಆದ ಅಗತ್ಯಗಳಿಗಾಗಿ ಋಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಲು ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿದಾಗ ಸೊನ್ನೆಗಿಂತ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಧನಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಯಿತು. ಎಲ್ಲಾ ಅಳತೆಗಳಿಗೆ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮಾತ್ರ ಸಾಕಾಗುವುದಿಲ್ಲ ಎಂಬುದರಿಂದ ಭಿನ್ನರಾಶಿಗಳ ಉದ್ಭವವಾಯಿತು. ಇದುವರೆಗೆ ನೋಡಿದ ಎಲ್ಲಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಒಂದು ಗುಂಪಾಗಿಸಿ ಅವುಗಳಿಗೆ ಒಂದು ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪ ಇದೆಯೆಂಬುದನ್ನು ತಿಳಿಯಲಾಯಿತು. ಆದರೆ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆ ಅಥವಾ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಆಗಿ ಹೇಳಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗದ ಉದ್ದಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸಬೇಕಾದ ಸಂದರ್ಭಗಳು ಬಂದುವು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಚೌಕದ ಕರ್ಣದ ಉದ್ದ. ಇದನ್ನು ಸೂಚಿಸಲು ಹೊಸತೊಂದ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಗತ್ಯ ಉಂಟಾಯಿತು. ಇದು ಅಭಿನ್ನಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಉಗಮಕ್ಕೆ ಕಾರಣವಾಯಿತು. ಇವುಗಳನ್ನೂ ಸೇರಿಸಿದಾಗ ಸಂಖ್ಯಾಲೋಕವು ಇನ್ನೂ ಹೆಚ್ಚು ವಿಶಾಲವಾಯಿತು. ಈಗಲೂ ಎಲ್ಲಾ ಉದ್ದಗಳನ್ನೂ ಸೂಚಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುವುದೇ ಎಂಬ ಚರ್ಚೆಯು ರೇಖೀಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಎಂಬ ಆಶಯದೆಡೆಗೆ ದಾರಿ ತೋರಿತು. $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, π ಮೊದಲಾದ ಅಭಿನ್ನಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಕೂಡಾ ಸೇರಿಸಲ್ಪಟ್ಟುವು. ಇದುವರೆಗೆ ಪರಿಚಯಗೊಂಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನೆಲ್ಲಾ ಒಂದು ಗೆರೆಯ ಬಿಂದುಗಳಾಗಿ ಪರಿಗಣಿಸಿಕೊಂಡು ಇವುಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯ ಸ್ವಭಾವಗಳನ್ನು ಈ ಪಾಠದಲ್ಲಿ ಚರ್ಚಿಸಲಾಗುವುದು.

ಯೂನಿಟ್‌ಫ್ರೇಂ (ರೇಖೀಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು)

ಆಶಯಗಳು	ಕಲಿಕಾ ಬೋಧನಾ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ	ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳು
• ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯಲ್ಲಿ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳೊಳಗಿನ ದೂರವು, ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ದೊಡ್ಡದರಿಂದ ಸಣ್ಣದನ್ನು ಕಳೆದುದಾಗಿದೆ.	• ಒಂದು ನಿಶ್ಚಿತ ಉದ್ದ 1 ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಇತರ ಉದ್ದಗಳನ್ನು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿ ಹೇಳುವ ರೀತಿ. • ಉದ್ದದ ಏಕಕವನ್ನು ನಿಶ್ಚಯಿಸುವ ಚರ್ಚೆ. • ಏಕಕದ ಆಧಾರದಲ್ಲಿ ಉದ್ದಗಳನ್ನು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿಯೋ, ಭಿನ್ನಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿಯೋ ಹೇಳಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗದ ಸಂದರ್ಭ. • ಅವಿಭಿನ್ನಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಎಂಬ ಪದವನ್ನು ಪರಿಚಯ ಪಡಿಸುವುದು. • ಭಿನ್ನಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಮಾನ್ಯ ಪದವನ್ನು $\frac{x}{y}$ ಎಂಬ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಗುರುತಿಸುವುದು. • ಎಲ್ಲಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ ರೇಖೀಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು • ರೇಖೀಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಒಂದು ರೇಖೆಯ ಬಿಂದುಗಳಾಗಿ ಗುರುತಿಸುವುದು. • ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯನ್ನು ಮಂಡಿಸುವುದು. • ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯಲ್ಲಿ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಭಿನ್ನಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸುವುದು.	• ಉದ್ದಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸಲು ಅಗತ್ಯವಿರುವ ಎಲ್ಲಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೂ, ಅವುಗಳ ಋಣಗಳನ್ನೂ ಒಂದು ರೇಖೆಯ ಬಿಂದುಗಳಾಗಿ ಕಾಣಬಹುದೆಂದು ತಿಳಿಯುವರು.

ಯೂನಿಟ್‌ಫ್ರೇಂ (ರೇಖೀಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು)

ಆಶಯಗಳು	ಕಲಿಕಾ ಬೋಧನಾ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ	ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳು
	• ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯಲ್ಲಿ $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ ರಂತಿರುವ ಅಭಿನ್ನಕಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸುವುದು. • ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯಲ್ಲಿ π ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಗುರುತಿಸುವುದು. • ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯಲ್ಲಿ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳೊಳಗಿನ ದೂರವು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೊಳಗಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸವಾಗಿ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸುವುದು. • ಎರಡುಸಂಖ್ಯೆಗಳೊಳಗಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸವನ್ನು ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯಲ್ಲಿರುವ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳೊಳಗಿನ ದೂರವಾಗಿ ಕಾಣುವುದು.	
• ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯಲ್ಲಿ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದು, ಅವುಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತದ ಅರ್ಧವನ್ನು ಸೂಚಿಸುವ ಬಿಂದುವಾಗಿದೆ.	• ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯಲ್ಲಿ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳ ಮಧ್ಯ ಬಿಂದುವನ್ನು ಲೆಕ್ಕಹಾಕಲು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡಿರುವ ಉದಾಹರಣೆಗಳು. • ಋಣ ಸಂಖ್ಯೆ ಹಾಗೂ ಧನ ಸಂಖ್ಯೆ, ಋಣ ಸಂಖ್ಯೆ ಹಾಗೂ ಋಣ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡಿರುವ ಉದಾಹರಣೆಗಳು. • ಬೀಜಗಣಿತವನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಕ್ರೋಡೀಕರಿಸುವುದು.	

ಯೂನಿಟ್‌ಫ್ರೇಂ (ರೇಖೀಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು)

ಆಶಯಗಳು	ಕಲಿಕಾ ಬೋಧನಾ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ	ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳು
• ಕೇವಲ ಬೆಲೆ, (ಕೇವಲ ಮೌಲ್ಯ) • ಸಂಖ್ಯಾ ರೇಖೆಯಲ್ಲಿ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳೊಳಗಿನ ದೂರವು ಅವುಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸುವಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸದ ಕೇವಲ ಮೌಲ್ಯವಾಗಿದೆ.	• ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯಲ್ಲಿ ಸೊನ್ನೆಯಿಂದ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಗಿರುವ ದೂರವನ್ನು ವಿಶದೀಕರಿಸುವುದು. • ಸೊನ್ನೆಯಿಂದ ಒಂದು ಋಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಿರುವ ದೂರವನ್ನು ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕುವುದು. • ಸೊನ್ನೆಯಿಂದ ಸಂಖ್ಯೆಗಿರುವ ದೂರವನ್ನು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಕೇವಲ ಬೆಲೆ (ಕೇವಲ ಮೌಲ್ಯ) ಯಾಗಿ ಮಂಡಿಸುವರು. • ಸಂಖ್ಯೆಯ ಕೇವಲ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸೂಚಿಸುವರೀತಿ • $\|x\|$ ನ ಅರ್ಥವನ್ನು ವಿಶದೀಕರಿಸುವುದು. • $\|x\| = x$; $\|x\| = -x$ ಎಂಬಿವುಗಳಾಗುವ ಸಂದರ್ಭಗಳನ್ನು ಮಂಡಿಸುವುದು. • ಸಂಖ್ಯಾ ರೇಖೆಯಲ್ಲಿ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳೊಳಗಿನ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲಿರುವ ಚಟುವಟಿಕೆ. • ಬಿಂದುಗಳೊಳಗಿನ ದೂರವನ್ನು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸವಾಗಿ ಕಾಣುವರು. • ಈ ದೂರವನ್ನು ಈ ವ್ಯತ್ಯಾಸಗಳ ಕೇವಲ ಬೆಲೆಯಾಗಿ ಕಾಣುವರು.	• ಒಂದು ರೇಖೆಯ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳೊಳಗಿನ ದೂರ ಎಂಬ ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ಆಶಯವನ್ನು ಕೇವಲ ಬೆಲೆ ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯಾಪರವಾದ ಆಶಯವಾಗಿ ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳುವರು.

ಯೂನಿಟ್‌ಫ್ರೇಂ (ರೇಖೀಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು)

ಆಶಯಗಳು	ಕಲಿಕಾ ಬೋಧನಾ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ	ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳು
	• ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳೊಳಗಿನ ದೂರದ ಬೀಜ ಗಣಿತ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನ $x > y$ ಆದರೆ $\|x - y\| = x - y$ $x < y$ ಆದರೆ $\|x - y\| = -(x - y)$ • x, y ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸುವ ಬಿಂದುಗಳೊಳಗಿನ ದೂರವು $\|x - y\|$.	• ಕೇವಲ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡ ಕೆಲವು ಸಮವಾಕ್ಯಗಳನ್ನು ಜ್ಯಾಮಿತೀಯವಾಗಿಯೂ, ಸಂಖ್ಯಾಪರವಾಗಿಯೂ ಅಂತಹ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುವುದು.

ಆಶಯ ವಿಕಾಸ

ಭಿನ್ನಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು, ಅಭಿನ್ನಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ನೆನಪಿಸಿಕೊಳ್ಳುವುದರ ಮೂಲಕ ಪಾಠಭಾಗವು ಆರಂಭವಾಗುವುದು. ಇವುಗಳ ಮೊತ್ತ, ವ್ಯತ್ಯಾಸ,ಗುಣಲಬ್ಧ,. ಭಾಗಲಬ್ಧ ಎಂಬಿವುಗಳನ್ನು ವಿಶ್ಲೇಷಿಸುವುದು. ಭಿನ್ನಕಗಳು, ಅಭಿನ್ನಕಗಳೂ ಸೇರಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ರೇಖೀಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಎಂದು ಹೆಸರಿಸಿ ಅವುಗಳನ್ನು ಒಂದು ರೇಖೆಯ ಬಿಂದುಗಳಾಗಿ ಕಲ್ಪಿಸುವರು. ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಹಿರಿದು, ಕಿರಿದು ಎಂಬಿವುಗಳನ್ನು ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯಲ್ಲಿ ಸ್ಥಾನವನ್ನು ಆಧಾರವಾಗಿಸಿ ಹೋಲಿಸುವುದು. ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆ ಎಂಬ ಆಶಯವನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಸಂಖ್ಯಾಪರವಾದ ತತ್ವಗಳನ್ನು ಜ್ಯಾಮಿತೀಯವಾಗಿ ವಿಶ್ಲೇಷಿಸುವುದು. ಉದ್ದಗಳಿಂದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೂ, ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ರೇಖೆಯ ಬಿಂದುಗಳಿಗೂ ತಲುಪಿಸುವುದು. ಇದರ ಮುಂದುವರಿಕೆಯಾಗಿ ಸಂಖ್ಯಾ ರೇಖೆಯಲ್ಲಿ ಎರಡು ಬಿಂದು(ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು) ಗಳೊಳಗಿನ ದೂರ ಎಂಬ ಆಶಯವನ್ನು ವಿಕಸಿಸುವುದು. ಇದರ ಫಲವಾಗಿ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಕೇವಲ ಬೆಲೆ ಎಂಬ ಆಶಯರೂಪುಗೊಳ್ಳುವುದು. ಇದರ ಬೀಜಗಣಿತ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನವನ್ನು, ಅದನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳೊಳಗಿನ ದೂರವನ್ನು ಆಧಾರವಾಗಿರಿಸಿರುವ ವಿವಿಧ ರೀತಿಯ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ವಿಶ್ಲೇಷಿಸುವುದು.

ಪಾಠಭಾಗಗಳು

ಗೆರೆಗಳ ಉದ್ದಗಳನ್ನು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಸೂಚಿಸುವ ಸಂದರ್ಭದಿಂದ ಪಾಠಭಾಗವು ಆರಂಭವಾಗುವುದು. ಒಂದು ಅಳತೆಯನ್ನು ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಸೂಚಿಸುವಾಗ ಅದರ ಒಂದು ನಿಶ್ಚಿತ ಅಳತೆಯನ್ನು ಏಕಕ (Unit) ಆಗಿ ತೆಗೆಯಬೇಕಾಗಿರುವುದು. ಇದನ್ನು ಹಿಂದಿನ ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ ಚರ್ಚಿಸಲಾಗಿದೆ. ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಏಕಕ (ಯೂನಿಟ್) ಬದಲಾಗುವಾಗ ಅದನ್ನು ಸೂಚಿಸುವ ಸಂಖ್ಯೆಯೂ ಬದಲಾಗುವುದು ಎಂದೂ ಹಿಂದಿನ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ನೋಡಲಾಗಿದೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಒಂದು ಮೀಟರ್ ಏಕಕವಾಗಿ ತೆಗೆದುಕೊಂಡಾಗ ಒಂದು ಉದ್ದವು $1\frac{1}{2}$ ಮೀಟರ್ ಆಗಿದೆ. ಆದರೆ 1 ಸೆ.ಮೀ. ಏಕಕವಾಗಿ ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಈ ಉದ್ದವು 150 ಸೆಂಟಿ ಮೀಟರ್ ಎಂದಾಗುವುದು. ಇಲ್ಲಿ ಅಳತೆ ಬದಲಾಗಿಲ್ಲದಿದ್ದರೂ ಏಕಕವು ಬದಲಾಗಿರುವುದರಿಂದ ಅಳತೆಯನ್ನು ಸೂಚಿಸುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಬದಲಾವಣೆಯು ಉಂಟಾಯಿತು.

ಒಂದು ಏಕಕವನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸಿದರೆ ಹಲವು ಉದ್ದಗಳನ್ನು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದಲೂ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದಲೂ ಸೂಚಿಸಬಹುದು ಎಂಬ ವಾಸ್ತವಾಂಶವನ್ನು ಮೊದಲು ಚರ್ಚಿಸಬೇಕು.

ಆದರೆ ಹೀಗಿರುವ ಏಕಕವು ಯಾವುದೇ ಭಿನ್ನಕ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿ ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೂ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದಲೂ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದಲೂ ಹೇಳಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗದ ಉದ್ದಗಳ ಕುರಿತು ಅನಂತರ ಹೇಳುವುದಾಗಿದೆ. ಹೀಗಿರುವ ಉದ್ದಗಳನ್ನು ಹಿಂದಿನ ಪಾಠಭಾಗಗಳಲ್ಲಿ ಪರಿಚಯಿಸಲಾಗಿದೆ.

ಇದನ್ನು ಒಮ್ಮೆ ನೆನಪಿಸಲು ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಒಂದು ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ಮಾಡಬಹುದಾಗಿದೆ. ಮಕ್ಕಳನ್ನು ಎರಡು ಗುಂಪುಗಳಾಗಿಸಿರಿ. ಅಧ್ಯಾಪಕ ಒಂದು ನಿಶ್ಚಿತ ಏಕಕವನ್ನು ತೆಗೆದು ಒಂದು ಅಳತೆಯನ್ನು ಸೂಚಿಸುವ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಹೇಳುವುದು. ಮೊದಲು ಒಂದನೇ ಗುಂಪು ಬೇರೊಂದು ಏಕಕವನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಈ ಅಳತೆಯನ್ನು ಸೂಚಿಸುವ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಹೇಳಲಿ. ಮುಂದುವರಿದು ಇನ್ನೊಂದು ಗುಂಪಿಗೆ ಅವಕಾಶ ನೀಡಬೇಕು. ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದಲೂ, ಭಿನ್ನಕ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದಲೂ, ಅಭಿನ್ನಕ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದಲೂ ಸೂಚಿಸಬಹುದಾದ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ನೀಡಲು ಅಧ್ಯಾಪಕರು ಗಮನಿಸಬೇಕು.

ಎಣಿಕಾಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಹಾಗೂ ಭಿನ್ನಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಋಣಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸುವ ಸಂದರ್ಭವನ್ನು ಹಿಂದಿನ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ನೋಡಲಾಗಿದೆ. ಇಲ್ಲಿ $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, π ನಂತಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಋಣಗಳಾದ $-\sqrt{2}, -\sqrt{3}$, –π ಎಂಬೀ ರೀತಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನೂ ಪರಿಗಣಿಸಲಾಗುವುದು. ಮುಂದುವರಿದು ಭಿನ್ನಕ, ಅಭಿನ್ನಕ ಎಂಬೀ ಸಂಖ್ಯಾ ಗುಂಪುಗಳನ್ನು ಪರಿಚಯಪಡಿಸುವುದು. x, y ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೋ ಅವುಗಳ ಋಣಗಳೋ ಆಗಿ ಯಾವುದೇ ಭಿನ್ನಕ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನೂ $\frac{x}{y}$ ಎಂಬ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಬಹುದೆಂದೂ ಇವುಗಳಲ್ಲಿ 'x' ಸೊನ್ನೆಯೂ ಆಗಬಹುದು ಎಂದೂ ಮಕ್ಕಳು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲಿ. ಆದರೆ ಭಿನ್ನಕಗಳನ್ನು ಹೀಗಿರುವ ಒಂದು ನಿಯಮದ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ ಎಂದೂ ಸೂಚಿಸುವುದು.

ಭಿನ್ನಕಗಳ ಮೊತ್ತ, ವ್ಯತ್ಯಾಸ, ಗುಣಲಬ್ಧ, ಭಾಗಲಬ್ಧಗಳು ಭಿನ್ನಕಗಳೇ ಆಗಿರುವುದು ಎಂದು ಉದಾಹರಣೆಗಳಿಂದ ಮಕ್ಕಳು ಅರ್ಥೈಸಲಿ. ಇದಕ್ಕೆ ಹೋಗುವುದರ ಮೊದಲು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಈ ರೀತಿಯ ಕ್ರಿಯೆಗಳನ್ನು ಮಾಡಿದಾಗ ಏನು ಸಿಗುವುದೆಂಬುದರ ಕುರಿತು ಚರ್ಚೆ ನಡೆಯಬೇಕು. ಈ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳ ಮುಂದುವರಿಕೆಯಾಗಿ ಅಭಿನ್ನಕಗಳ ಮೊತ್ತ, ಅಭಿನ್ನಕವೋ, ಭಿನ್ನಕವೋ ಆಗಬಹುದೆಂಬ ತಿಳುವಳಿಕೆ ಗಳಿಗಿರುವ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ನೀಡಬೇಕಾಗಿದೆ. ಅದೇ ರೀತಿ ಅಭಿನ್ನಕ ಹಾಗೂ ಭಿನ್ನಕದ ಮೊತ್ತವು ಯಾವತ್ತೂ ಅಭಿನ್ನಕವೇ ಆಗಿರುವುದೆಂದು ಮಗು ತಿಳಿಯಬೇಕು.

ಸ್ವತಃ ಮಾಡಬೇಕಾದ ಲೆಕ್ಕಗಳಲ್ಲಿ ಮೊದಲ ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು ನೋಡೋಣ. a, b, c, d ಎಂಬಿವು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾದರೆ $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$ ಎಂಬಿವು ಭಿನ್ನಕಗಳಾಗಿವೆ. ಆದರೆ $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$ ಎರಡು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವು ಗುಣಲಬ್ಧವೂ ಯಾವಾಗಲೂ ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯೋ ಆಗಿರುವುದು.

ಆಗ

$$\frac{ad + \mathrm{bc}}{bd} = \frac{x}{y}$$

x, y ಇವುಗಳು ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿವೆ.

ಅಂದರೆ $\frac{x}{y}$ ಭಿನ್ನಕ

ಇದೇ ರೀತಿ ಎರಡು ಭಿನ್ನಕಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸಗಳು ಭಿನ್ನಕವಾಗಿದೆಯೆಂದು ಹೇಳಬಹುದಲ್ಲವೇ. ಗುಣಲಬ್ಧವೋ?

$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$, ಇದೂ ಭಿನ್ನಕವೇ

ಇದೇ ರೀತಿ ಎರಡು ಭಿನ್ನಕಗಳ ಭಾಗಲಬ್ಧವೂ ಭಿನ್ನಕವಂದು ಹೇಳಬಹುದು.

ಎರಡನೇ ಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿ, ಅಭಿನ್ನಕ ಸಂಕ್ಯೆ a ಎಂದೂ ಭಿನ್ನಕ ಸಂಖ್ಯೆ b ಎಂದೂ ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ.

$a \times b = c$ ಎಂದಿರಲಿ. ಇಲ್ಲಿ c ಒಂದು ಅಭಿನ್ನಕವೆಂದು ಸಾಧಿಸಿದರೆ ಸಾಕಲ್ಲವೇ.

ಇದರಿಂದ $\frac{c}{b} = a$

c ಭಿನ್ನಕವಾದರೆ $\frac{c}{b}$ ಯ ಭಿನ್ನಕವಾಗುವುದು, ಆಗ a ಭಿನ್ನಕವಾಗುವುದು, ಆದರೆ a ಭಿನ್ನಕವಲ್ಲ, ಆಗ c ಭಿನ್ನಕವಲ್ಲ, ಅಂದರೆ ಅಭಿನ್ನಕ, ಮೂರನೇ ಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿ.

$5\sqrt{3}$, $4\sqrt{3}$ ಎಂಬೀ ಎರಡು ಅಭಿನ್ನಕಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿದರೆ $5\sqrt{3} \times 4\sqrt{3} = 20 \times 3 = 60$ (ಭಿನ್ನಕ)

ಬಿಂದುಗಳೂ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೂ

ರೇಖೀಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಕುರಿತಾಗಿ ಮುಂದಿನ ಪಾಠಭಾಗದಲ್ಲಿ ಚರ್ಚಿಸಲಾಗುವುದು. ಹತ್ತಿರ ಹತ್ತಿರದ ಎರಡು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೆಡೆಯಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಕುರಿತು ಒಂದು ರೇಖೆಯಲ್ಲಿ ನಿಶ್ಚಿತ ದೂರದಲ್ಲಿರುವ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳೆಡೆಯಲ್ಲಿರುವ ಬಿಂದುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಕುರಿತಾಗಿರುವ ಒಂದು ಚರ್ಚೆಯನ್ನು ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ನಡೆಸಬೇಕು.

ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಾಂದ್ರತೆಯೂ ರೇಖೆಯಲ್ಲಿರುವ ಬಿಂದುಗಳ ಸಾಂದ್ರತೆಯೂ ಮಗುವಿಗೆ ಮನದಟ್ಟಾಗಬೇಕು. ಎಲ್ಲಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ರೇಖೆಯ ಒಂದೊಂದು ಬಿಂದು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಸೂಚಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುವುದೆಂದು ಮನವರಿಕೆಯಾಗಲಿರುವ ಚರ್ಚೆ ಕ್ಲಾಸಿನಲ್ಲಿ ನಡೆಯಬೇಕು. ಇಲ್ಲಿ ತಲುಪಲಿರುವ ವಾಸ್ತವಾಂಶ '0' ಎಂಬ ಬಿಂದುವಿಗಿರುವ ದೂರವನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಇದರ ಬಲಭಾಗದಲ್ಲಿರುವ ಎಲ್ಲಾ ಬಿಂದುಗಳ ದೂರವನ್ನು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿ ಬರೆಯಬಹುದು ಎಂದಾಗಿದೆ

ಉದಾಹರಣೆಗಾಗಿ 0 ಯಿಂದ 5 ಯೂನಿಟ್ ದೂರದಲ್ಲಿರುವ ಬಿಂದು 5 ಮುಂದುವರಿದು ಎಡಭಾಗದಲ್ಲಿರುವ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ ಗುರುತಿಸುವುದು. ಧನ ಸಂಖ್ಯೆ 0 ಯಿಂದ ಬಲಭಾಗದಲ್ಲೂ ಋಣ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಡಭಾಗದಲ್ಲೂ ಮುಂದುವರಿದು ಸಂಖ್ಯಾರೇಖೆಯಲ್ಲಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಲಿರುವ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ನೀಡಬಹುದು.

ಇಲ್ಲಿ ಅಭಿನ್ನಕಗಳನ್ನು ರೇಖೆಯಲ್ಲಿ ಗುರುತಿಸುವ ವಿವಿಧ ರೀತಿಗಳನ್ನು ಚರ್ಚೆ ಮಾಡಬಹುದಾಗಿದೆ.

ಸಂಖ್ಯಾ ರೇಖೆಯ ಕುರಿತು ಸೂಚಿಸುವುದರ ಜೊತೆಗೆ ಕೆಳಗೆ ಹೇಳಿರುವ ವಾಸ್ತವಾಂಶಗಳಿಗೆ ಮಕ್ಕಳು ತಲುಪಿರುವರು ಎಂಬುದನ್ನು ದೃಢಪಡಿಸಬೇಕು.

ಸಂಖ್ಯಾ ರೇಖೆಯ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಬಲಬಾಗದಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೆಲ್ಲಾ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಿಂತ ದೊಡ್ಡದೂ ಎಡಭಾಗದಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೆಲ್ಲಾ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಿಂತ ಚಿಕ್ಕದೂ ಆಗಿರುವುದು. ಸಂಖ್ಯಾ ರೇಖೆಯಲ್ಲಿರುವ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳೊಳಗಿನ ದೂರವು, ಅವುಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ದೊಡ್ಡದರಿಂದ ಚಿಕ್ಕದನ್ನು ಕಳೆದು ಸಿಗುವುದಾಗಿದೆ. ಸಂಖ್ಯಾ ರೇಖೆಯಲ್ಲಿ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಪಾಠ ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ಹೇಳಿರುವ ಬೀಜಗಣಿತ ರೀತಿಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸುವುದರ ಮೊದಲು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಮಧ್ಯ ಬಿಂದುವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಚಟುವಟಿಕೆ ನಡೆಸುವುದು ಉಚಿತವಾಗಿರುವುದು.

ಉದಾಹರಣೆಗಾಗಿ 2 ಮತ್ತು 14ರ ಮಧ್ಯ ಬಿಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು.

ಮಧ್ಯ ಬಿಂದು x ಆದರೆ, x ನಿಂದ 2 ಕ್ಕಿರುವ ದೂರವೂ 14 ರಿಂದ x ಗಿರುವ ದೂರವೂ ಸಮಾನವಾಗಿದೆ. ಅಂದರೆ,

$$x - 2 = 14 - x$$
$$2x = 14 + 2$$
$$2x = 16$$
$$x = \frac{16}{2}$$
$$x = 8$$

ಅಂದರೆ, ಮಧ್ಯ ಬಿಂದು 8

–5 ರ ಮತ್ತು 13 ರ ಮಧ್ಯ ಬಿಂದು

ಇಲ್ಲಿ ಮಧ್ಯ ಬಿಂದು x ಆದರೆ,

$$x - {}^{-}5 = 13 - x$$
$$x + 5 = 13 - x$$
$$2x = 13 - 5$$

$$2x = 8$$

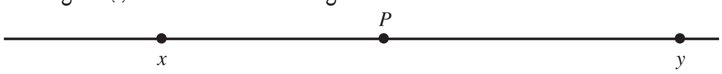
$$x = \frac{8}{2}$$

$$x = 4$$

ಈ ರೀತಿಯ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳ ಬಳಿಕ, ಮಧ್ಯ ಬಿಂದು ಹಾಗೂ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಹೇಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿರುವುದು ಎಂಬ ಚರ್ಚೆ ನಡೆಸಬೇಕಾಗಿದೆ. ಮುಂದುವರಿದು ಸಾಮಾನ್ಯವಾದ ವಿಧಾನವನ್ನು ಸ್ವೀಕರಿಸಬಹುದು.

ಅಂದರೆ, ಮಧ್ಯಬಿಂದು $= 4$

x, y ಎಂಬೀ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ $x < y$ ಆದರೆ ಮಧ್ಯ ಬಿಂದು p ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು



$$P - x = y - P$$

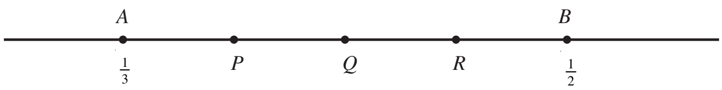
$$P + P = x + y$$

$$2P = x + y$$

$$P = \frac{x+y}{2}$$

ಅಂದರೆ, ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವನ್ನು ಸೂಚಿಸುವ ಸಂಖ್ಯೆಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತದ ಅರ್ಧವಾಗಿದೆ. ಮುಂದುವರಿದು ನೀಡಿರುವ ಸ್ವತಃ ಮಾಡಿನೋಡಬೇಕಾದ ಲೆಕ್ಕಗಳಲ್ಲಿ ಮೊದಲ ಎರಡನ್ನು ನೇರವಾಗಿ ಮಾಡಬಹುದು. ಮೂರನೇ ಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿ $\frac{1}{3}$ ಹಾಗೂ $\frac{1}{2}$ ಗೂ ಎಡೆಯಲ್ಲಿರುವ ಭಾಗವನ್ನು ನಾಲ್ಕು ಸಮಭಾಗಗಳಾಗಿಸುವ ಬಿಂದುಗಳು P, Q, R ಎಂದಿರಲಿ.

ಆದರೆ AB ಯ ಮಧ್ಯ ಬಿಂದು Q.



$$\text{ಆಗ } Q = \frac{\frac{1}{3}+\frac{1}{2}}{2}$$

$$= \frac{\frac{5}{6}}{2}$$

$$= \frac{5}{6} \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{5}{12}$$

ಆಗ P, $\frac{1}{3}$ ಮತ್ತು $\frac{5}{12}$ ಮಧ್ಯದಲ್ಲಾಗಿದೆ.

ಅಂದರೆ,

$$P = \frac{\frac{1}{3}+\frac{5}{12}}{2}$$

$$= \frac{\frac{4}{12}+\frac{5}{12}}{2}$$

$$= \frac{9/12}{2}$$

$$= \frac{9}{24}$$

ಅದೇ ರೀತಿ, R ಎಂಬುದು $\frac{5}{12}$ ಮತ್ತು $\frac{1}{2}$ ರ ಮಧ್ಯದಲ್ಲಾಗಿದೆ.

ಅಂದರೆ,
$$R = \frac{\frac{5}{12}+\frac{1}{2}}{2}$$

$$= \frac{\frac{5}{12}+\frac{6}{12}}{2}$$

$$= \frac{\frac{11}{12}}{2}$$

$$= \frac{11}{12}\times\frac{1}{2}$$

$$= \frac{11}{24}$$

ಬೀಜಗಣಿತ

ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳೊಳಗಿನ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಸಣ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಳೆದರೆ ಸಾಕು ಎಂಬ ಆಶಯದ ಬೀಜಗಣಿತ ರೂಪವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದನ್ನು ನಾವಿಲ್ಲಿ ಚರ್ಚಿಸುವುದು.

ಇದಕ್ಕಾಗಿ ಮೊದಲು ಸೊನ್ನೆಯಿಂದ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಗಿರುವ ದೂರವನ್ನು ಚರ್ಚಿಸಲಾಗುವುದು. ಇಲ್ಲಿ

ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ನೇರವಾಗಿ ಕೊಟ್ಟರೆ ಧನ ಸಂಖ್ಯೆಯಾದರೆ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಋಣವನ್ನು ತೆಗೆದಾಗ ಸಿಗುವ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದೆ ದೂರವಾಗಿ ಲಭಿಸಿರುವುದು. ಈ ಆಶಯಗಳನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತ ಭಾಷೆಯಲ್ಲಿ ಬರೆಯುವಾಗ, ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು x ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ ಅದು ಧನ ಸಂಖ್ಯೆಯೋ ಋಣ ಸಂಖ್ಯೆಯೋ ಆಗಬಹುದು ಎಂದಿರುವುದರಿಂದ ದೂರವನ್ನು ಹೇಳುವಾಗ ಹೆಚ್ಚು ಗಮನಿಸಬೇಕು. ಆಗ $x > 0$ ಆದರೆ xಹಾಗೂ ಸೊನ್ನೆಯೊಳಗಿನ ದೂರವು x ಆಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ. ಅಲ್ಲದೆ $x < 0$ ಆಗುವಾಗ x ಋಣವನ್ನು ತೆಗೆಯಲು $-x$ ಎಂಬ ರೂಪಕ್ಕೆ ಬದಲಾಯಿಸಬೇಕು. ಯೋಚಿಸಬೇಕು. x ಹಾಗೂ ಸೊನ್ನೆಯೊಳಗಿನ ದೂರವು $-x$ ಆಗಿದೆ ಎಂಬ ನಿಗಮನವನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡಬೇಕಾಗಿದೆ. ಇಲ್ಲಿ ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ನೋಡದೆ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಮಾತ್ರ ತೆಗೆಯಬೇಕು ಎಂಬ ಆಶಯವನ್ನು ಮುಂದಿನ ಚರ್ಚೆಗಳಲ್ಲಿ ಚುಟುಕಾಗಿ ಹೇಳುವುದು. ಗಣಿತದ ಸೌಕರ್ಯವನ್ನು ನೋಡಿ ಹೀಗೆ ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸುವಾಗ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಕೇವಲ ಬೆಲೆ (absolute value) ಎಂಬ ಹೊಸ ಪದವನ್ನು ಬಳಕೆಗೆ ತಂದಿರುವುದಾಗಿದೆ.

ಉದಾಹರಣೆಗಾಗಿ, ಸಂಖ್ಯಾ ರೇಖೆಯಲ್ಲಿ 2 ಹಾಗೂ 14ರ ಮಧ್ಯ ಬಿಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕೆಂದಿರಲಿ. ಇಲ್ಲಿ 2 ಎಂಬ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ 12 ಯೂನಿಟ್ ದೂರದಲ್ಲಾಗಿದೆ 14. ಇವುಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದು, 2ರಿಂದ

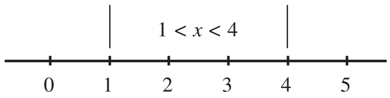
12ರ ಅರ್ಧ ದೂರ ಬಲಭಾಗದಲ್ಲಾಗಿರುವುದಲ್ಲವೇ? ಅಂದರೆ 2 ರಿಂದ 6 ದೂರದಲ್ಲಿ ಆಗ ಮಧ್ಯ ಬಿಂದು $2 + 6 = 8$ ಎಂದು ಸಿಗುವುದು. ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬದಲಾಯಿಸಿ ಚಟುವಟಿಕೆ ಮುಂದುವರಿಯಯಲಿ. ಮುಂದುವರಿದು ಚರ್ಚೆಯ ಮೂಲಕ ಮಧ್ಯಬಿಂದು ಎಂಬುದು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತದ ಅರ್ಧವಾಗಿದೆಯೆಂಬ ನಿಗಮನವನ್ನು ರೂಪೀಕರಿಸಲಿ. ಇದು ಯಾವಾಗಲೂ ಸರಿಯಾಗಿದೆ ಎಂದು ಮನವರಿಕೆ ಮಾಡಲು ಪಾಠ ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿರುವ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ನೀಡಬಹುದು.

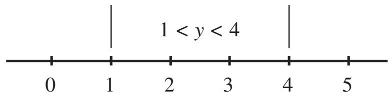
ಇದೇ ಆಶಯವನ್ನು ಇತರ ರೀತಿಗಳಲ್ಲೂ ನೀಡಬಹುದಾಗಿದೆ.

ಇನ್ನು ಕೇವಲ ಬೆಲೆ ಎಂಬ ಆಶಯವನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳೊಳಗಿನ ದೂರವನ್ನು ವಿಶ್ಲೇಷಿಸಬೇಕು. ಇಲ್ಲಿ– x, y ಎಂಬೀ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸುವಾಗ ದೂರವು $(x - y)$ ಆಗಿಯೋ $-(x - y)$ ಆಗಿಯೋ ಬರುವ ಸಂದರ್ಭಗಳು ಬರಬಹುದಲ್ಲವೇ? ಇದನ್ನು ಚುಟುಕಾಗಿ ಬರೆಯಲು ಉಪಯೋಗಿಸಬಹುದು ಎಂಬ ತಿಳುವಳಿಕೆ ಮಕ್ಕಳಲ್ಲಿ ಉಂಟಾಗಬೇಕು.

ಮುಂದುವರಿದು ಈ ಆಶಯಗಳ ಪ್ರಯೋಗ ಎಂಬ ನೆಲೆಯಲ್ಲಿ ಪುಟ 179ರಲ್ಲಿ ಪಾಠಭಾಗದಲ್ಲಿ ನೀಡಿದ ಸ್ವತಃ ಮಾಡಿ ನೋಡಬೇಕಾದ ಲೆಕ್ಕಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದನೇ ಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿರುವ4 ಉಪ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೂ ಸುಲಭದಲ್ಲಿ ಉತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಸಾಧ್ಯವಿದೆ.

ಎರಡನೇ ಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿ

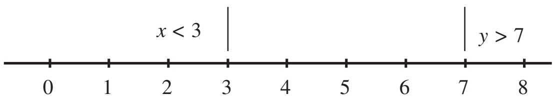




ಇದರಲ್ಲಿ x ನ ಬೆಲೆ 1 ಕ್ಕಿಂತ ದೊಡ್ಡದೂ 4 ಕ್ಕಿಂತ ಚಿಕ್ಕದೂ ಆಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ. ಅದೇ ರೀತಿ y ಯ ಬೆಲೆಯೂ ಆಗ xನ ಹೆಚ್ಚಾದ ಬೆಲೆ ಹಾಗೂ y ಯ ಕಡಿಮೆಯಾದ ಬೆಲೆಗಳೊಳಗಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸ 3 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆಯಾಗಿರುವುದು. ಅಂದರೆ $|x - y| < 3$.

ಮೂರನೇ ಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿ

ಇದರಲ್ಲಿ x ನ ಬೆಲೆ 1ಕ್ಕಿಂತ ದೊಡ್ಡದೂ 4ಕ್ಕಿಂತ ಚಿಕ್ಕದೂ ಆಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ. ಅದೇರೀತಿ y ಯ ಬೆಲೆಯೂ



ಆಗ y ನ ಹೆಚ್ಚಾದ ಬಲೆ ಹಾಗೂ x ಯ ಕಡಿಮೆಯಾದ ಬೆಲೆಗಳೊಳಗಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸ 4 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆಯಾಗಿರುವುದು. ಅಂದರೆ $|x - y| > 4$.

ನಾಲ್ಕನೇ ಐದನೇ ಹಾಗೂ ಆರನೇ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳ ಉತ್ತರ x, y ಎಂಬಿವುಗಳಿಗೆ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ನೀಡಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದಾಗಿದೆ.

ಏಳನೇ ಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿ – $|x-2|+|x-8|=6$ ಆಗುವ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ x ನ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕು. ಇಲ್ಲಿ x ರಿಂದ 2 ಗಿರುವ ದೂರ ಹಾಗೂ x ನಿಂದ 8 ಗಿರುವ ದೂರಗಳ ಮೊತ್ತ 6 ಆಗಬೇಕು.

x ಎಲ್ಲೆಲ್ಲಾ ಆಗಬಹುದು.

2 ರ ಎಡಭಾಗದಲ್ಲಿ, 8 ರ ಬಲಭಾಗದಲ್ಲಿ, 2 ಮತ್ತು 8ರ ಎಡೆಯಲ್ಲಿ ಅದೂ ಅಲ್ಲದಿದ್ದರೆ ಎರಡೂ ಎಂಟೋ ಆಗಬಹುದು.

ಈ 4 ಸಂದರ್ಭಗಳನ್ನು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಯಾಗಿ ಪರಿಶೋಧಿಸುವ.

x, 2ರ ಎಡಭಾಗದಲ್ಲೋ, 8 ರ ಬಲಭಾಗದಲ್ಲೋ ಆದರೆ x ನಿಂದ 2 ಕ್ಕಿರುವ ದೂರವೂ x ನಿಂದ 8 ಕ್ಕಿರುವ ದೂರವೂ ಹೆಚ್ಚಾಗುವುದು 6 ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಾಗಿರುವುದೆಂದು ಮಕ್ಕಳು ಚರ್ಚಿಸಿ ಅರ್ಥೈಸಲಿ.

2 ಮತ್ತು 8 ರೊಳಗಿನ ದೂರ 6 ಆಗಿರುವುದರಿಂದ x ಇವುಗಳೆಡೆಯಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲಿಯಾದರೂ x ನಿಂದ ಇವುಗಳಿಗಿರುವ ದೂರಗಳ ಮೊತ್ತ 6 ಆಗಿರುವುದಲ್ಲವೇ.

ಇನ್ನು x, ಎರಡೋ ಎಂಟೋ ಆದರೋ

ಆಗಲೂ ದೂರಗಳ ಮೊತ್ತ 6

ಆದುದರಿಂದ x ಗೆ ಸ್ವೀಕರಿಸಬಹುದಾದ ಬೆಲೆಗಳು ಕೆಳಗೆ ಸೂಚಿಸಿರುವ ಹಾಗಿರುವುದಿಲ್ಲವೇ.

$2 \leq x \leq 8$. ಇಲ್ಲಿ $|x-2|+|x-8|=6$ ರ ಅತೀ ಚಿಕ್ಕ ಬೆಲೆ 2 ಆಗಿದೆ ಎಂಬ ಮಗುವಲ್ಲಿ ದೃಢಪಡಿಸಬೇಕು.

ಇದರ ಮುಂದುವರಿಕೆಯಾಗಿ $|x-2|+|x-8|=10$ ಆಗುವ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ x ನ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

$|x-2|+|x-8|=6$ ಆಗುವಾಗ, x ನ ಬೆಲೆಗಳು $2 \leq x \leq 8$ ಆಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ. $|x-2|+|x-8|$ ನ ಬೆಲೆ 6ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಾಗಬೇಕಾದರೆ x, 2ಎಂಬುದು 2 ಎಡಭಾಗಕ್ಕೋ 8 ರ ಬಲಭಾಗಕ್ಕೋ ಸಾಗಬೇಕು. ಇನ್ನು ಮೊತ್ತ 4 ಯೂನಿಟ್ ಹೆಚ್ಚಾಗಬೇಕಾದರೆ 2 ಯೂನಿಟ್ 2 ರ ಎಡಭಾಗಕ್ಕೂ 2 ಯೂನಿಟ್ 8ರ ಬಲಭಾಗಕ್ಕೂ ಬರುವ ಬೆಲೆಗಳು x ಗೆ ಸ್ವೀಕರಿಸಬಹುದು. ಅಂದರೆ ಸೊನ್ನೆಯ ಮತ್ತು 10 ಇವು x ನ ಬೆಲೆಗಳಾಗಿ ಬರುವುದು. ಈ ಎರಡು ಚಟುವಟಿಕೆಗಳ ಮುಂದುವರಿಕೆಯಾಗಿ x ಆಗಿ ಹಲವು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವಾಗ $|x-2|+|x-8|$ ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಯಾವುದೆಲ್ಲಾ ಆಗಬಹುದೆಂಬ ಚರ್ಚೆಯನ್ನು ನಡೆಸಬಹುದು.

ಆರೋ ಅದಕ್ಕಿಂತ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೋ ಬರಬಹುದು ಎಂದು ಮಕ್ಕಳು ಚರ್ಚಿಸಲಿ.

11

ಸ್ತಂಭಗಳು

ಮುನ್ನುಡಿ

ಆರನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಹಾಗೂ ಎಂಟನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಆಯತ ಸ್ತಂಭಗಳ ಕುರಿತಾದ ಕಲಿಕೆ ನಡೆದಿದೆ. ಅದರ ಮುಂದುವರಿಕೆಯಾಗಿದೆ ಇಲ್ಲಿಯೂ ಸ್ತಂಭಗಳು ಎಂಬ ಅಧ್ಯಾಯದ ಕಲಿಕೆಯು ನಡೆಯವುದು. ಆಯತ ಸ್ತಂಭ, ಚೌಕಸ್ತಂಭ, ಚೌಕಗಟ್ಟಿ ಎಂಬಿವುಗಳ ಪಾರ್ಶ್ವಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ, ಹೊರಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ, ಘನಫಲ ಎಂಬಿವುಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದೆಂದು ಎಂಟನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಚರ್ಚೆ ನಡೆಸಿದ್ದೇವೆ. ಅಲ್ಲದೆ, ಯಾವುದೇ ಸ್ತಂಭದ ಘನಫಲವು ಪಾದದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಮತ್ತು ಉನ್ನತಿಯ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿದೆ ಎಂದೂ ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಲಾಗಿದೆ. ವೃತ್ತಸ್ತಂಭ ಎಂಬ ಆಶಯವೂ ಅದರ ವಕ್ರಮುಖ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ, ಹೊರಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ, ಘನಫಲ ಎಂಬಿವುಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲಿರುವ ವಿಧಾನವನ್ನೂ ಇಲ್ಲಿ ಚರ್ಚಿಸಲಾಗುವುದು.

ಯಾಂತ್ರಿಕವಾಗಿ ಸೂತ್ರವಾಕ್ಯದಲ್ಲಿ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಆದೇಶಿಸಿ ಘನಫಲವನ್ನು ಹೊರಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದರ ಬದಲಾಗಿ, ಗಳಿಸಿದ ತಿಳುವಳಿಕೆಯನ್ನು ನಿತ್ಯ ಜೀವನದ ಅಗತ್ಯ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಉಪಯೋಗಿಸಲಿರುವ ಸಾಮರ್ಥ್ಯವನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡಬೇಕಾಗಿದೆ. ಈ ಉದ್ದೇಶವನ್ನು ಸಾಧಿಸಲಿರುವ ಕಲಿಕಾ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳಿಗೆ ಹೆಚ್ಚಿನ ಮಹತ್ವ ನೀಡಬೇಕಾಗಿದೆ. ಹಿಂದಿನ ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ ಕಲಿತ ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ರೂಪಗಳ ಪ್ರತ್ಯೇಕತೆಗಳನ್ನು ಅವುಗಳ ಪರಸ್ಪರ ಸಂಬಂಧಗಳನ್ನು ಯುಕ್ತಿಯುತವಾಗಿ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಸ್ತಂಭಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸುವಾಗಲೂ, ಒಂದು ಸ್ತಂಭವನ್ನು ತುಂಡರಿಸಿ ಸ್ತಂಭಗಳಾಗಿಸುವಾಗ ಅವುಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದಲ್ಲಿಯೂ ಘನಫಲದಲ್ಲಿಯೂ ಉಂಟಾಗುವ ಬದಲಾವಣೆಗಳ ಅರಿವು ಮೂಡಿಸಬೇಕು. ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಮತ್ತು ಘನಫಲಗಳ ಸೂತ್ರವಾಕ್ಯಗಳಿಂದ ಸ್ತಂಭಗಳ ಅಳತೆಗಳ ಗಣಿತಪರವಾದ ಸಂಬಂಧವೂ ಒಂದಳತೆಯಲ್ಲಿ ಉಂಟಾಗುವ ಬದಲಾವಣೆಯು ಇತರ ಅಳತೆಗಳಿಗೆ ಯಾವ ಬದಲಾವಣೆ ಉಂಟಾಗುತ್ತವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಲಿರುವ ಜ್ಯಾಮಿತೀಯ ಒಳನೋಟ ಮಕ್ಕಳಲ್ಲಿ ಮೂಡಿಸಲು ಈ ಅಧ್ಯಾಯದ ಮೂಲಕ ಸಾಧ್ಯವಾಗಬೇಕು.

ಯೂನಿಟ್ ಫ್ರೈಂ (ಸ್ತಂಭಗಳು)

ಆಶಯಗಳು	ಕಲಿಕಾ – ಬೋಧನಾ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ	ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳು
• ಬಹುಭುಜ ಸ್ತಂಭ • ಯಾವುದೇ ತ್ರಿಕೋನ ಸ್ತಂಭದ ಘನಫಲವು ಅದರ ಪಾದದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಮತ್ತು ಎತ್ತರದ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿದೆ ಎಂದು ಕಂಡುಹಿಯುವುದು.	• ವಿವಿಧ ರೀತಿಯ ತ್ರಿಮಾನ ರೂಪಗಳನ್ನು ಪರಿಚಯಿಸುವುದು. • ಬಹುಭುಜ ಸ್ತಂಭಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸುವುದು. • ಬಹುಭುಜ ಸ್ತಂಭಗಳ ಪ್ರತ್ಯೇಕತೆಗಳನ್ನು ವಿಶದೀಕರಿಸುವುದು. • ಕಾರ್ಡ್‌ಬೋರ್ಡ್ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಬಹುಭುಜ ಸ್ತಂಭಗಳನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸುವುದು. • ಆಯತ ಗಟ್ಟಿಯ ಘನಫಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲಿರುವ ಚಟುವಟಿಕೆ. • ಯಾವುದೇ ಬಹುಭುಜ ಸ್ತಂಭದ ಘನಫಲವು ಪಾದದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಮತ್ತು ಎತ್ತರದ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿದೆ. • ತ್ರಿಕೋನ ಸ್ತಂಭಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ ಹಲವು ಬಹುಭುಜ ಸ್ತಂಭಗಳನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುವುದು ಘನಫಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು. • ಯಾವುದೇ ಬಹುಭುಜ ಸ್ತಂಭದ ಘನಫಲವು ಪಾದದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಮತ್ತು ಎತ್ತರದ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿದೆ ಎಂದು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳುವುದು.	• ಬಹುಭುಜ ಸ್ತಂಭಗಳ ಘನಫಲವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಲಿರುವ ವಿಧಾನವನ್ನು ವಿಶದೀಕರಿಸುವುದು.

ಯೂನಿಟ್ ಫ್ರೈಂ (ಸ್ತಂಭಗಳು)

ಆಶಯಗಳು	ಕಲಿಕಾ – ಬೋಧನಾ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ	ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳು
• ಬಹುಭುಜ ಸ್ತಂಭದ ಪಾರ್ಶ್ವ ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಪಾದದ ಸುತ್ತಳತೆ ಮತ್ತು ಎತ್ತರದ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿದೆ.	• ಕಾರ್ಡ್ ಬೋರ್ಡ್ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ತ್ರಿಕೋನ ಸ್ತಂಭಗಳನ್ನುಂಟುಮಾಡಿ ಪಾರ್ಶ್ವಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಲೆಕ್ಕಹಾಕುವುದು. • ಕಾರ್ಡ್‌ಬೋರ್ಡ್ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಚತುರ್ಭುಜ ಸ್ತಂಭಗಳನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡಿ ಪಾರ್ಶ್ವಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಲೆಕ್ಕಹಾಕುವುದು. • ಇವುಗಳ ಪಾರ್ಶ್ವಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಪಾದದ ಸುತ್ತಳತೆ ಮತ್ತು ಎತ್ತರದ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿದೆ ಎಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು. • ಯಾವುದೇ ಬಹುಭುಜ ಸ್ತಂಭದ ಪಾರ್ಶ್ವ ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ರೀತಿಯನ್ನು ಬೀಜ ಗಣಿತವನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ವಿಶದೀಕರಿಸುವುದು. • ಪಾರ್ಶ್ವಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲಿರುವ ಪ್ರಾಯೋಗಿಕ ಸಂದರ್ಭಗಳು	• ಬಹುಭುಜ ಸ್ತಂಭಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಲಿರುವ ವಿವಿಧ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ವಿಶದೀಕರಿಸುವುದು.
• ವೃತ್ತ ಸ್ತಂಭ	• ವೃತ್ತ ಸ್ತಂಭಕ್ಕೆ ಬಹುಭುಜ ಸ್ತಂಭಗಳೊಂದಿಗಿರುವ ವ್ಯತ್ಯಾಸವನ್ನು ವಿಶದೀಕರಿಸುವ ಚರ್ಚೆ. • ಇತರ ಸ್ತಂಭಗಳನ್ನೂ ವೃತ್ತ ಸ್ತಂಭವನ್ನೂ ಹೋಲಿಸುವುದು.	

ಯೂನಿಟ್ ಫ್ರೈಂ (ಸ್ತಂಭಗಳು)

ಆಶಯಗಳು	ಕಲಿಕಾ – ಬೋಧನಾ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ	ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳು
• ವೃತ್ತ ಸ್ತಂಭದ ಘನಫಲ	• ಬಹುಭುಜ ಸ್ತಂಭಗಳ ಘನಫಲಗಳಿಂದ ವೃತ್ತಸ್ತಂಭದ ಘನಫಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ವಿಧಾನಕ್ಕೆ ತಲುಪಲಿರುವ ಚರ್ಚೆ. • ವೃತ್ತಸ್ತಂಭದ ಘನಫಲವು ಅದರ ಪಾದದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಮತ್ತು ಎತ್ತರದ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿದೆ ಎಂಬ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವಿಕೆ. • r ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ವೃತ್ತ ಸ್ತಂಭದ ಎತ್ತರ h ಆದರೆ ಘನಫಲ $= \pi r^2 h$.	
• ವೃತ್ತ ಸ್ತಂಭದ ವಕ್ರ ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ	• ಚಾರ್ಟು ಪೇಪರಿನಲ್ಲಿ ವೃತ್ತ ಸ್ತಂಭವನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸುವ ಚಟುವಟಿಕೆ. • ಚಾರ್ಟ್ ಪೇಪರಿನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದಿಂದ ವೃತ್ತ ಸ್ತಂಭದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಚಟುವಟಿಕೆ. • ವಕ್ರಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಪಾದದ ಸುತ್ತಳತೆ ಮತ್ತು ಎತ್ತರದ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿದೆ ಎಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು. • ವೃತ್ತ ಸ್ತಂಭದೊಂದಿಗೆ ಸಂಬಂಧವಿರುವ ಪ್ರಾಯೋಗಿಕ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿರುವ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು.	• ವೃತ್ತ ಸ್ತಂಭದ ಘನಫಲ, ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಂಬಿವುಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ವಿಧಾನವನ್ನು ವಿವರಿಸುವುದು. • ಸ್ತಂಭಗಳನ್ನೊಳಗೊಂಡ ಪ್ರಾಯೋಗಿಕ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಹರಿಸುವರು.

ಆಶಯ ವಿಕಾಸ

ಘನರೂಪಗಳು, ಬಹುಭುಜ ಸ್ತಂಭಗಳು, ಇವುಗಳ ಮುಖಗಳು ಎಂಬಿವುಗಳನ್ನು ಪರಿಚಯಿಸುವುದು. ಬಹುಭುಜ ಸ್ತಂಭಗಳ ಘನಫಲವು ಪಾದದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಮತ್ತು ಎತ್ತರದ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿದೆ. ಬಹುಭುಜಗಳನ್ನು ಕರ್ಣಗಳ ಮೂಲಕ ಕತ್ತರಿಸಿ ತ್ರಿಕೋನಗಳಾಗಿಸಿ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ರೀತಿಯನ್ನು ಮಕ್ಕಳು ತಿಳಿದಿರಬೇಕು. ಇದೇ ವಿಧಾನವನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಬಹುಭುಜ ಸ್ತಂಭಗಳನ್ನು ತ್ರಿಕೋನ ಸ್ತಂಭಗಳಾಗಿ ಬದಲಾಯಿಸಿ ಘನಫಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲಿರುವ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ನೀಡಲಾಗಿದೆ. ಎತ್ತರದಲ್ಲಿ ಬದಲಾವಣೆಯಿಲ್ಲದಿದ್ದರೆ ಘನಫಲವು ಪಾದದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಕ್ಕೆ ಅನುಪಾತಿಕವಾಗಿದೆ.

ಬಹುಭುಜ ಸ್ತಂಭಗಳ ಪಾರ್ಶ್ವಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಅದರ ಸುತ್ತಳತೆಯನ್ನು ಎತ್ತರದಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ ಸಿಗುವುದಾಗಿದೆ. ಇದರಿಂದ ಎತ್ತರದಲ್ಲಿ ಬದಲಾವಣೆಯಾಗದಿದ್ದರೆ ಪಾರ್ಶ್ವಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಸುತ್ತಳತೆಗೆ ಅನುಪಾತಿಕವಾಗಿರುವುದು ಎಂದು ಕಾಣಬಹುದು. ಆದರೆ ಪಾರ್ಶ್ವಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದಲ್ಲಿ ಬದಲಾವಣೆಯಿಲ್ಲದಿದ್ದರೆ ಸ್ತಂಭದ ಎತ್ತರ ಹೆಚ್ಚಾದರೋ ಕಡಿಮೆಯಾದರೋ ಅದರ ಪಾದದ ಸುತ್ತಳತೆ ವಿಲೋಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಬದಲಾಗುವುದು ಎಂದು ಸೂಚಿಸಲಾಗಿದೆ.

ಶಿರಗಳು ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಬರುವಂತೆ ಸಮ ಬಹುಭುಜಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿದರೆ, ಭುಜಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಹೆಚ್ಚಿದಂತೆ ಅದರ ಸುತ್ತಳತೆಯೂ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವೂ ವೃತ್ತದ ಸುತ್ತಳತೆಯೊಂದಿಗೂ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದೊಂದಿಗೂ ಹತ್ತಿರ ಹತ್ತಿರ ಬರುವುದನ್ನು **ವೃತ್ತ ಅಳತೆಗಳು** ಎಂಬ ಅಧ್ಯಾಯದಲ್ಲಿ ನೋಡಲಾಗಿದೆ. ಇದರಂತೆ ವೃತ್ತ ಸ್ತಂಭದೊಳಗೆ ವಿವಿಧ ಸಮಬಹುಭುಜದ ಸ್ತಂಭಗಳ್ನು ಸಂಕಲ್ಪಿಸಿದರೆ, ಭುಜಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಹೆಚ್ಚಾದಂತೆ ಇವುಗಳ ಘನಫಲ, ಪಾರ್ಶ್ವಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ, ಹೊರಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಂಬಿವುಗಳು ವೃತ್ತ ಸ್ತಂಭದ ಆಯಾ ಅಳತೆಗಳ ಹತ್ತಿರ ಹತ್ತಿರವಾಗುವುದನ್ನು ಕಾಣಬಹುದು. ವೃತ್ತ ಸ್ತಂಭದ ಘನಫಲ ಮತ್ತು ವಕ್ರಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಈ ವಿಧಾನವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಲಾಗಿದೆ.

ಪಾಠಭಾಗಗಳು

ಆರನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಮಕ್ಕಳು ಆಯತಗಳು ನಿರ್ಮಿಸುವುದನ್ನು ಅವುಗಳ ಘನಫಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯವುದನ್ನೂ ಮಾಡಿರುವರು. ಚೌಕಗಟ್ಟಿಗಳನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸಿ ಅವುಗಳ ಪ್ರತ್ಯೇಕತೆಗಳನ್ನು ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಚರ್ಚೆ ಮಾಡಬೇಕಾಗಿದೆ.

- ಕೆಳಗೆ ಮತ್ತು ಮೇಲೆ ಸಮಾನವಾದ ಎರಡು ಆಯತಗಳು.
- ಮುಂದೆಯೂ ಹಿಂದೆಯೂ ಸಮಾನವಾಗಿರುವ ಆಯತಗಳು.
- ಎಡಭಾಗದಲ್ಲಿಯೂ ಬಲಭಾಗದಲ್ಲಿಯೂ ಸಮಾನ ಆಯತಗಳು.

ತ್ರಿಮಾನ ರೂಪಗಳನ್ನು (ಘನರೂಪಗಳನ್ನು) ಗುರುತಿಸಲು ಗಣಿತ ಲ್ಯಾಬ್‌ನಲ್ಲಿರುವ ಘನರೂಪಗಳನ್ನು ಇತರ ರೂಪಗಳನ್ನು ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ನೀಡಿ ಕೆಲವು ಪ್ರತ್ಯೇಕತೆಗಳಿಗನುಸರಿಸಿ ವಿಭಾಗಿಸಲು ಹೇಳಬೇಕು.

ತ್ರಿಕೋನ ಸ್ತಂಭ, ಆಯತ ಸ್ತಂಭ, ಪಂಚಭುಜ ಸ್ತಂಭ ಎಂಬಿವುಗಳನ್ನು ತೋರಿಸಿ ಪ್ರತ್ಯೇಕತೆಗಳನ್ನು ಚರ್ಚಿಸಬೇಕು. ಮುಂದುವರಿದು, ಒಂದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿರುವ ಎರಡು ಬಹುಭುಜಗಳನ್ನು ಅವುಗಳ ಭುಜಗಳ ಪ್ರತಿಯೊಂದೂ ವಿರುದ್ಧ ಭುಜಗಳಾಗಿ ಒಂದೇ ಎತ್ತರದಲ್ಲಿ ನಿಲ್ಲುವ ಆಯತಗಳೂ ಸೇರಿದ ರೂಪಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯವಾದ ಹೆಸರಾಗಿದೆ ಬಹುಭುಜ ಸ್ತಂಭ ಎಂಬ ಆಶಯವನ್ನು ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ನೀಡಬೇಕು.

ಸ್ತಂಭದ ಮುಖಗಳ್ನು ಪರಿಚಯಿಸಿದ ಬಳಿಕ, ಪಾತಮುಖಗಳ ಆಕೃತಿಗನುಸರಿಸಿ ಸ್ತಂಭಗಳಿರುವ ಹೆಸರುಗಳನ್ನು ಪರಿಚಯಿಸಬೇಕು.

ಆ ಮೇಲೆ ದಪ್ಪಕಾಗದವೋ, ಕಾರ್ಡ್‌ಬೋರ್ಡೋ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಮಕ್ಕಳಿಂದ ಹಲವು ತರದ ಬಹುಭುದ ಸ್ತಂಭಗಳನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸಲು ಸೂಚಿಸಬೇಕು. ದಪ್ಪ ಕಾಗದವನ್ನು ಮೂರಾಗಿ ಮಡಚಿ ತ್ರಿಕೋನ ಸ್ತಂಭವೂ, ನಾಲ್ಕಾಗಿ ಮಡಚಿ ಆಯತ ಸ್ತಂಭವನ್ನೂ, ಮುಂದುವರಿದು ಇತರ ಬಹುಭುಜ ಸ್ತಂಭಗಳನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸಿ ಪರಿಚಯಿಸಬೇಕು.

ಘನಫಲ (ಆಯತ)

ಗಟ್ಟಿಯ ಘನಫಲವನ್ನು ಆರನೇ ಕ್ಲಾಸಿನಲ್ಲಿ ಕಲಿತಿರುವುದನ್ನು ಇಲ್ಲಿ ಪುನಃ ನೆನಪಿಸಬೇಕು. ಮುಂದುವರಿದು ಪಾಠ ಪುಸ್ತಕದ ಯೂನಿಟ್ ಕ್ಯೂಬ್‌ಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿರುವ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಮಂಡಿಸಿ ಘನಫಲ ಎಂಬ ಆಶಯ ದೃಢಗೊಳಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ.

ತರಗತಿಯ ಎಲ್ಲಾ ಮಕ್ಕಳಲ್ಲಿಯೂ ಪಾದದ ಭುಜಗಳು 6,8,10 ಸೆ.ಮೀ. ಮತ್ತು ಎತ್ತರ 15 ಸೆ.ಮೀ. ಆಗಿರುವ, ಹಾಗೂ ಪಾದದ ಭುಜಗಳು 8,15, 17 ಸೆ.ಮೀ. ಮತ್ತು ಎತ್ತರ 15 ಸೆಂ.ಮೀ ಆಗಿರುವ ತ್ರಿಕೋನ ಸ್ತಂಭಗಳನ್ನು ತಯಾರಿಸಲು ಹೇಳಬೇಕು. ಸಮಾನ ಭುಜಗಳಿರುವ ಎರಡು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನ ಸ್ತಂಭಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿಟ್ಟರೆ ಆಯತ ಸ್ತಂಭವಾಗುವುದಲ್ಲವೇ. ಯಾವುದೇ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನ ಸ್ತಂಭದ ಘನಫಲ ಲಭಿಸಲು ಪಾದದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಎತ್ತರದಿಂದ ಗುಣಿಸಿದರೆ ಸಾಕು ಎಂದು ಮನದಟ್ಟಾಗಿಸಲು ಮುಂದಿನ ಚಟುವಟಿಕೆ ಮಾಡಬೇಕು.

ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದಿರುವುದು, ಸರ್ವಸಮವಾದ ಎರಡು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ಕರ್ಣಗಳ ಮೂಲಕ ಸೇರಿಸಿ ನಿರ್ಮಿಸಿದ ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಅರ್ಧದಷ್ಟನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ ಎಂಬುದು ತಿಳಿದಿದೆ.

ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಮಕ್ಕಳು ನಿರ್ಮಿಸಿದ ಸರ್ವಸಮವಾದ (6,8,10) ಎರಡು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನ ಸ್ತಂಭಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿಟ್ಟು ಆಯತ ಸ್ತಂಭ ಉಂಟುಮಾಡಲಿ. ಇದರಿಂದ ಆಯತಸ್ತಂಭದ ಪಾದದ ಕರ್ಣದ ಮೂಲಕ ಮೇಲಿನಿಂದ ಕೆಳಗಿನ ವರೆಗೆ ಲಂಬವಾಗಿ ತುಂಡರಿಸಿ ಎರಡು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನ ಸ್ತಂಭಗಳಾಗಿ ಬದಲಾಯಿಸಬಹುದೆಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕು. ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನ ಸ್ತಂಭದ ಘನಫಲವು ಆಯತ ಸ್ತಂಭದ ಘನಫಲದೊಂದಿಗೆ ಹೇಗೆ ಸಂಬಂಧ ಪಟ್ಟಿವೆ ಎಂದು ಮಕ್ಕಳು ಕಂಡುಹಿಡಿದು ಇದರಿಂದ

ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನ ಸ್ತಂಭದ ಘನಫಲವು ಪಾದದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಮತ್ತು ಎತ್ತರದ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿದೆ ಎಂಬುದಕ್ಕೆ ತಲುಪಬೇಕು.

ಯಾವುದೇ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ಒಂದು ಶಿರದಿಂದ ಲಂಬವನ್ನೆಳೆದು ಎರಡು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನಗಳಾಗಿ ಬದಲಾಯಿಸಿ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಮಕ್ಕಳು ತಿಳಿದುಕೊಂಡಿರುವರು.

ಪಾದದ ಭುಜಗಳು 8,10,6 ಆಗಿರುವ ತ್ರಿಕೋನ ಸ್ತಂಭದ ಮತ್ತು ಪಾದದ ಭುಜಗಳು 8,15,17 ಆಗಿರುವ ತ್ರಿಕೋನ ಸ್ತಂಭದ, ಸಮಾನ ಭುಜಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿಟ್ಟಾಗ ಲಂಬಕೋನವಲ್ಲದ ತ್ರಿಕೋನಸ್ತಂಭ ಸಿಗುವುದರಿಂದ ಯಾವುದೇ ತ್ರಿಕೋನಸ್ತಂಭವನ್ನು ಎರಡು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನಸ್ತಂಭಗಳಾಗಿ ಬದಲಾಯಿಸಬಹುದೆಂದು ಮಕ್ಕಳು ಕಂಡುಡಿಯಲಿ.

ಇದರಿಂದ ತ್ರಿಕೋನ ಸ್ತಂಭವನ್ನು ಎರಡು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನ ಸ್ತಂಭಗಳಾಗಿ ವಿಭಜಿಸಿ ಅವುಗಳ ಘನಫಲಗಳ ಮೊತ್ತ ಕಂಡುಹಿಡಿದು ತ್ರಿಕೋನ ಸ್ತಂಭದ ಘನಫಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

ಸ್ವತಃ ತಯಾರಿಸಿದ ತ್ರಿಕೋನ ಸ್ತಂಭಗಳನ್ನು ಹಲವು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಸೇರಿಸಿಟ್ಟು ಬಹುಭುಜ ಸ್ತಂಭಗಳನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡಬಹುದೆಂದು ಮಕ್ಕಳು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲಿ.

ಯಾವುದೇ ಬಹುಭುಜಕ್ಕೆ ಕರ್ಣಗಳನ್ನು ಎಳೆದು ಹಲವು ತ್ರಿಕೋನಗಳಾಗಿ ಬದಲಾಯಿಸಬಹುದು ಎಂದು ಮಕ್ಕಳು ಕಲಿತಿರುವರು.

ಈ ವಿಧಾನದಿಂದ ಯಾವುದೇ ಬಹುಭುಜ ಸ್ತಂಭದ ಘನಫಲ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಅದನ್ನು ತ್ರಿಕೋನ ಸ್ತಂಭಗಳಾಗಿಸಿ ಇವುಗಳ ಘನಫಲಗಳ ಮೊತ್ತ ಕಂಡುಹಿಡಿದರೆ ಸಾಕು ಎಂದೂ ಕಾಣಬಹುದು.

ಮುಂದುವರಿದು ಆಯತ ಸ್ತಂಭದ ಘನಫಲವು, ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನ ಸ್ತಂಭದ ಘನಫಲ, ಬಹುಭುಜ ಸ್ತಂಭದ ಘನಫಲ ಎಂಬಿವುಗಳನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಮಂಡಿಸಬಹುದು.

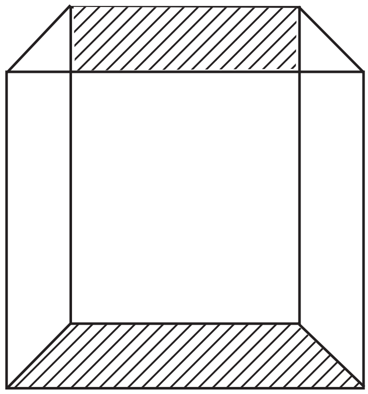
ಟ್ಯಾಂಕಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ನೀಡುವ ಮೊದಲೇ, ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿರುವ ಸಮಲಂಬಸ್ತಂಭಗಳ ರೂಪವು ಮನದಲ್ಲಿ ಮೂಡಿಸಿಕೊಂಡಿರುವ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ನೀಡಬೇಕಾಗಿದೆ.

ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದು ಭುಜಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿ ಕತ್ತರಿಸಿದರೆ ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನವೂ ಒಂದು ಸಮಲಂಬವೂ ಲಭಿಸುವುದು ಎಂದು ಚಟುವಟಿಕೆಯಿಂದ ಮಕ್ಕಳು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲಿ.

ಮುಂದುವರಿದು ಗಟ್ಟಿಯಾಗಿರುವ ತ್ರಿಕೋನ ಸ್ತಂಭಗಳನ್ನು ಅವುಗಳ ಪಾದಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿ ತುಂಡರಿಸಿದಾಗ ಸಿಗುವ ರೂಪಗಳು ಯಾವುದೆಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲಿ.

ಇದೇ ರೀತಿ ತ್ರಿಕೋನ ಸ್ತಂಭವನ್ನು ಅದರ ಯಾವುದಾದರೊಂದು ಪಾರ್ಶ್ವ ಮುಖಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿ ತುಂಡರಿಸಿದರೋ? ಒಂದು ಸಮಲಂಬ ಸ್ತಂಭವೂ ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನವೂ ಲಭಿಸುವುದೆಂದು ಮನದಟ್ಟಾಗಬೇಕು.

ಚಿತ್ರ 1 ರಂತೆ ಆಯತಾಕೃತಿಯಲ್ಲಿರುವ ಕಾಗದಲ್ಲಿ ಗೆರೆಗಳನ್ನೆಳೆಯಬೇಕು. ಈ ಗೆರೆಗಳ ಮೂಲಕ ಮೇಲಕ್ಕೆ ಮಡಚಿ ಸಮಲಂಬ ಸ್ತಂಭಗಳನ್ನು ತಯಾರಿಸಿ ಪಾಠ ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿರುವ ಚಿತ್ರವನ್ನು, ರೂಪವನ್ನು ಹೋಲಿಸಿ, ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಅಳತೆಗಳ ಕುರಿತು ತಿಳುವಳಿಕೆಯನ್ನು ಮೂಡಿಸಬೇಕು.



ಇದರ ಮುಂದುವರಿಕೆಯಾಗಿ ಪಾಠ ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿರುವ ನೀರಿನ ಟ್ಯಾಂಕಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ಮಾಡಬೇಕಾದುದು.

ಅನಂತರದ ಮೂರನೇ ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿ ಚೌಕ ಗಟ್ಟಿಯನ್ನು ನೀರಿನಲ್ಲಿ ಮುಳುಗಿಸಿದಾಗ ಏರುವ ನೀರಿನ ಘನಫಲವು ಚೌಕದ ಗಟ್ಟಿಯ ಘನಫಲಕ್ಕೆ ಸಮಾನವೆಂದು ಕಾಣಬಹುದು.

ಚೌಕದ ಗಟ್ಟಿಯ ಘನಫಲ $8 \times 8 \times 8$ ಘ.ಸೆ.ಮೀ. ಏರಿದ ನೀರಿನ ಮಟ್ಟ h ಆದರೆ,

ಏರಿದ ನೀರಿನ ಘನಫಲ ಪಾದದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $\times h$.

$8 \times 8 \times 8 = 16 \times 16 \times h$ ಎಂಬುದರಿಂದ ಏರಿದ ನೀರಿನ ಮಟ್ಟವು ಲಭಿಸುವುದಲ್ಲವೇ.

ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

ದಪ್ಪಕಾಗದದಿಂದ ತಯಾರಿಸಿದ ತ್ರಿಕೋನಸ್ತಂಭ, ಆಯತಸ್ತಂಭ, ಇತರ ಬಹುಭುಜ ಸ್ತಂಭಗಳು ಎಂಬಿವುಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿಟ್ಟಾಗ ಸಿಗುವ ದೊಡ್ಡ ಆಯತವಲ್ಲವೇ ಅದರ ಪಾರ್ಶ್ವ ಮುಖಗಳು.

ಇದರಿಂದ ಸ್ತಂಭದ ಪಾರ್ಶ್ವಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಪಾದದ ಸುತ್ತಳತೆಯನ್ನು ಎತ್ತರದಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ ಸಿಗುವುದೆಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲಿ.

ಮುಚ್ಚಿದ ಸ್ತಂಭವಾದರೆ ಹೊರಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಂಬುದು ಪಾರ್ಶ್ವಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಕ್ಕೆ ಪಾದದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದುದಾಗಿದೆ ಎಂಬ ಆಶಯವನ್ನು ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ತಲುಪಿಸಬೇಕು.

ಷಡ್ಭುಜ ಸ್ತಂಭವನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸುವ ಲೆಕ್ಕದ ಮೊದಲು ಎಲ್ಲ ಮಕ್ಕಳಲ್ಲಿಯೂ ಪಾದದ ಭುಜಗಳು 4 ಸೆ.ಮೀ. ಹಾಗೂ ಎತ್ತರ 4 ಸೆ.ಮೀ. ಆಗಿರುವ ಸಮಭುಜ ತ್ರಿಕೋನ ಸ್ತಂಭವನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸಲು ಹೇಳಬೇಕು. ಈ

ರೀತಿಯಲ್ಲಿರುವ 6 ಸಮಭುಜ ತ್ರಿಕೋನ ಸ್ತಂಭಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ ಷಡ್ಭುಜ ಸ್ತಂಭವನ್ನುಂಟುಮಾಡಬೇಕು. ತ್ರಿಕೋನ ಸ್ತಂಭದ ಹೊರಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕು.

ಸೇರಿಸಿಡುವಾಗ ಒಟ್ಟು ಹೊರಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದಲ್ಲಿ ಯಾವ ವ್ಯತ್ಯಾಸ ಉಂಟಾಗುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಮಕ್ಕಳು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಲಿ.

ಮುಂದುವರಿದು ಪಾಠ ಪುಸ್ತಕದ ಲೆಕ್ಕ ಮಾಡಲಿ.

ವೃತ್ತ ಸ್ತಂಭ

ಗಣಿತ ಲ್ಯಾಬ್‌ನಲ್ಲಿ ಲಭ್ಯವಿರುವುದೂ ಮಕ್ಕಳು ನಿರ್ಮಿಸಿರುವುದೂ ಆದ ಆಯತಸ್ತಂಭ, ತ್ರಿಕೋನಸ್ತಂಭ, ಇತರ ಬಹುಭುಜ ಸ್ತಂಭಗಳು ಮೊದಲಾದವುಗಳೂ ವೃತ್ತಸ್ತಂಭವೂ ತಮ್ಮೊಳಗಿರುವ ಸಾಮ್ಯ–ವ್ಯತ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಗುಂಪಲ್ಲಿ ಚರ್ಚಿಸಿ ಮಕ್ಕಳು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲಿ. ಕಂಡುಹಿಡಿದುದನ್ನು ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಗುಂಪು ಮಂಡಿಸಿ ವೃತ್ತಸ್ತಂಭಕ್ಕೆ ಮಾತ್ರವಿರುವ ಪ್ರತ್ಯೇಕತೆಗಳನ್ನು ಕ್ರೋಡೀಕರಿಸಲಿ.

ವೃತ್ತಸ್ತಂಭದ ಘನಫಲ

ಮಕ್ಕಳನ್ನು 5 ಗುಂಪುಗಳಾಗಿ ವಿಂಗಡಿಸಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಗಂಪಿಗೂ 5 ಸೆ.ಮೀ. ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ವೃತ್ತವನ್ನು ರಚಿಸಲು ಸೂಚಿಸಬೇಕು.

- ಒಂದನೇ ಗುಂಪು ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಅತೀ ದೊಡ್ಡ (ಶಿರಗಳೆಲ್ಲ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿರುವ ಬಿಂದುಗಳಾಗುವ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ) ಸಮಭುಜ ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಿ ಇದು ಪಾದವಾಗಿರುವಂತೆ 15 ಸೆ.ಮೀ. ಎತ್ತರವಿರುವ ಸಮಭುಜ ತ್ರಿಕೋನಸ್ತಂಭ ರಚಿಸಲಿ.
- ಎರಡನೇ ಗುಂಪು ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಅತಿ ದೊಡ್ಡ ಚೌಕ ರಚಿಸಿ ಇದು ಪಾದವಾಗಿರುವಂತೆ 15 ಸೆ.ಮೀ. ಎತ್ತರವಿರುವ ಚೌಕಸ್ತಂಭ ರಚಿಸಲಿ.
- ಮೂರನೇ ಗುಂಪು ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಸಮಪಂಚಭುಜ ಸ್ತಂಭವನ್ನು ರಚಿಸಲಿ.
- ನಾಲ್ಕನೇ ಗುಂಪು ಸಮಷಡ್ಭುಜ ಸ್ತಂಭ ರಚಿಸಬೇಕು.
- 5 ನೇ ಗುಂಪು 5 ಸೆ.ಮೀ. ತ್ರಿಜ್ಯ ಮತ್ತು 15 ಸೆ.ಮೀ. ಎತ್ತರವಿರುವ ವೃತ್ತಸ್ತಂಭ ರಚಿಸಲಿ.

ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಗುಂಪು ಅವರು ನಿರ್ಮಿಸಿದ ಸ್ತಂಭದ ಘನಫಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದು ಹೋಲಿಸಿದ ನಂತರ ವೃತ್ತ ಸ್ತಂಭದ ಘನಫಲವನ್ನು ಕಾಣುವ ಸಾಮಾನ್ಯ ತತ್ವವನ್ನು ಮನವರಿಕೆ ಮಾಡಿಸಬಹುದು.

ಮುಂದುವರಿದು ಪಾಠ ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿರುವ ಒಂದನೇ ಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿ ಕಬ್ಬಿಣದಿಂದ ತಯಾರಿಸಿದ ಒಂದು ವೃತ್ತಸ್ತಂಭವನ್ನು ಕರಗಿಸಿ ಇನ್ನೊಂದು ವೃತ್ತಸ್ತಂಭವನ್ನು ತಯಾರಿಸುವಾಗ ಉಂಟಾಗುವ ಬದಲಾವಣೆಗಳ ಕುರಿತು ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಚರ್ಚೆ ನಡೆಸಬೇಕಾಗಿದೆ.

ಈ ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿ ಮೊದಲು ವೃತ್ತಸ್ತಂಭದ ತ್ರಿಜ್ಯ 15 ಸೆ.ಮೀ. ಅನಂತರ ನಿರ್ಮಿಸಿದ ವೃತ್ತಸ್ತಂಭದ ತ್ರಿಜ್ಯ 20 ಸೆ.ಮೀ. ಆದರೆ ಘನಫಲದಲ್ಲಿ ಬದಲಾವಣೆಯಿಲ್ಲದೆ, ತ್ರಿಜ್ಯದಲ್ಲಿ ಬದಲಾವಣೆ ಉಂಟಾಗುವಾಗ ಎತ್ತರದಲ್ಲಿ ಬದಲಾವಣೆ ಉಂಟಾಗುವುದು ಎಂದು ಚರ್ಚೆಯ ಮೂಲಕ ಮಕ್ಕಳು ತಿಳಿಯಬೇಕು.

ಅಂದರೆ,

$14 \times 15 \times \pi \times 32 = 20 \times 20 \times \pi \times$ ಎತ್ತರ ಇದರಿಂದ ಎರಡನೇ ಸ್ತಂಭದ ಎತ್ತರ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಬಹುದಲ್ಲವೇ.

ಎರಡನೇ ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿ ವೃತ್ತಸ್ತಂಭದ ಘನಫಲವು ಪಾದದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಮತ್ತು ಎತ್ತರದ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿದೆ ಎಂದು ತಿಳಿದಿದೆಯಲ್ಲವೇ. ಈ ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿ ವೃತ್ತಸ್ತಂಭಗಳ ಎತ್ತರಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿರುವುದರಿಂದ ಘನಫಲಗಳ ನಡುವಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ ತ್ರಿಜ್ಯದ ವರ್ಗದ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಾಗಿರಬೇಕಲ್ಲವೆ.

ಘನಫಲಗಳ ನಡುವಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 9:16 ಎಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕು.

ಮೂರನೇ ಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿ ಒಂದನೇ ವೃತ್ತಸ್ತಂಭದ ಪಾದದ ತ್ರಿಜ್ಯ r_1, ಎತ್ತರ h_1, ಘನಫಲ v_1, ಎಂದೂ ಎರಡನೇ ವೃತ್ತ ಸ್ತಂಭದ ಪಾದದ ತ್ರಿಜ್ಯ r_2, ಎತ್ತರ h_2, ಘನಫಲ v_2 ಎಂದೂ ತೆಗೆದು ಕೊಂಡರೆ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ $\frac{r_1}{r_2} = \frac{2}{3}$ ಮತ್ತು ಎತ್ತರಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ $\frac{h_1}{h_2} = \frac{5}{4}$ ಎಂಬುದರಿಂದ

ಘನಫಲಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ $\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \times \frac{h_1}{h_2} = \frac{5}{9}$

ಎಂದು ಸಿಗುವುದು.

ಒಂದನೇ ವೃತ್ತ ಸ್ತಂಭದ ಘನಫಲ 720 ಘ.ಸೆ.ಮೀ ಮತ್ತು ಘನಫಲಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 5:9 ಎಂಬುದರಿಂದ ಎರಡನೇ ವೃತ್ತ ಸ್ತಂಭದ ಘನಫಲ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದಲ್ಲವೇ.

ವಕ್ರಮುಖ

ತ್ರಿಕೋನಸ್ತಂಭ, ಆಯತಸ್ತಂಭ ಮೊದಲಾದವುಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಉಪಯೋಗಿಸಿದ ವಿಧಾನವನ್ನು ಇಲ್ಲಿ ವೃತ್ತಸ್ತಂಭದ ವಕ್ರಮುಖ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಉಪಯೋಗಿಸುವುದು.

ಆಯತಾಕಾರದ ಕಾಗದವನ್ನು ಬಾಗಿಸಿ ವೃತ್ತ ಸ್ತಂಭ ಮಾಡಬಹುದು. ಹೀಗೆ ತಯಾರಿಸಲು ಉಪಯೋಗಿಸಿದ ಆಯತಾಕಾರದ ಕಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವೇ ವೃತ್ತ ಸ್ತಂಭದ ವಕ್ರಮುಖ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಂದು ಅರ್ಥೈಸುವುದರ ಮೂಲಕ ವಕ್ರಮುಖ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲಿರುವ ವಿಧಾನ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲಿ.

ಒಂದನೇ ಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿ ಬಾವಿಯನ್ನು ವೃತ್ತಸ್ತಂಭವಾಗಿ ಕಾಣಲು ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಸಾಧ್ಯವಾಗಬೇಕು. ಇದರ ವಕ್ರ ಮುಖವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಹೊರಗಿರುವ ಭಾಗವಲ್ಲ, ಒಳಗಿರುವ ಭಾಗವಾಗಿದೆ ಎಂದು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗಬೇಕು. ಬಾವಿಯ ಆಳವನ್ನು ವೃತ್ತ ಸ್ತಂಭದ ಎತ್ತರವಾಗಿ ಪರಿಗಣಿಸಿ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಬೇಕು. ಇದನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಸಿಮೆಂಟ್ ಸಾರಣೆ ಮಾಡಲಿರುವ ಖರ್ಚು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

ಎರಡನೇ ಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿ, ರೋಲರ್‌ನ ವಕ್ರಮುಖ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಎಷ್ಟಾಗಿರುವುದೋ, ಅಷ್ಟು ಸ್ಥಳವು ರೋಲರ್ ಒಂದು ಸಲ ತಿರುಗುವಾಗ ಸಮತಟ್ಟಾಗುವುದು. ಇಲ್ಲಿ ರೋಲರ್‌ನ ವಕ್ರಮುಖ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವೂ, ಇದು ಒಂದು ಸಲ ತಿರುಗುವಾಗ ಸಮತಟ್ಟಾಗುವ ಸ್ಥಳದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವೂ ಸಮಾನವಾಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ.

ಮೂರನೇ ಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿ, ವೃತ್ತಸ್ತಂಭದ ವಕ್ರಮುಖ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಪಾದದ ಸುತ್ತಳತೆ ಮತ್ತು ಎತ್ತರದ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿದೆ. ಪಾದದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯದ ವರ್ಗದ π ಮಡಿಯಾಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ?

ವೃತ್ತಸ್ತಂಭದ ವಕ್ರಮುಖ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವೂ, ಪಾದದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವೂ ಸಮಾನವಾಗಿರುವುದರಿಂದ $\pi r^2 = 2\pi rh$ ಎಂಬ ಸಮವಾಕ್ಯದಿಂದ ಎತ್ತರದ ಎರಡು ಮಡಿಯಾಗಿದೆ ತ್ರಿಜ್ಯ ಎಂದು ಸುಲಭದಲ್ಲಿಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಅರ್ಥ ಮಾಡಬಹುದು.

12 ಅನುಪಾತ

ಮುನ್ನುಡಿ

ನಿರಂತರ ಬದಲಾಗುತ್ತಿರುವ ಭೌತಿಕ ಲೋಕದಲ್ಲಿ ನಾವು ಜೀವಿಸುತ್ತಿರುವುದಾಗಿದೆ. ಬದಲಾವಣೆ ಪ್ರಕೃತಿ ನಿಯಮವಾಗಿದೆ. ಆದರೆ ಈ ಬದಲಾವಣೆಗಳೆಲ್ಲಾ ಸ್ವತಂತ್ರವಲ್ಲ, ಎಲ್ಲಾ ಬದಲಾವಣೆಗಳೇ ಮೊದಲಾವವುಗಳೆಲ್ಲಾ ಹಲವು ಘಟಕಗಳನ್ನು ಆಶ್ರಯಿಸುತ್ತವೆ. ಭೌತಿಕ ಅಳತೆಗಳಲ್ಲಿನ ಬದಲಾವಣೆಗಳನ್ನು ಗಣಿತ ಪರವಾಗಿ ವಿಶ್ಲೇಷಣೆ ಮಾಡುವಾಗ ನಿಗಮನಗಳು, ತತ್ವ ರೂಪೀಕರಣಗಳು, ಪ್ರವಚನಗಳೆಲ್ಲವೂ ಸಾಧ್ಯವಾಗುವುದು. ಹೆಚ್ಚಿನ ಶಾಸ್ತ್ರಗಳ ಬೆಳವಣಿಗೆಯ ಆಧಾರವೂ ಇದಾಗಿದೆ.

ಭೌತಿಕ ಅಳತೆಗಳಲ್ಲಿರುವ ಬದಲಾವಣೆಯ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯ ಕುರಿತಾದ ಕೆಲವು ಗಣಿತ ಚಿಂತನೆಗಳನ್ನು 7 ನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಮಕ್ಕಳು ತಿಳಿದಿರುವರು. ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿರುವ ಹಲವು ಪ್ರಾಯೋಗಿಕ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳೆಲ್ಲವನ್ನೂ ಅಲ್ಲಿ ಮಕ್ಕಳು ಪರಿಹರಿಸಿದ್ದಾರೆ. ಬದಲಾವಣೆಯ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯ ಸಮಾನತೆಯನ್ನು ಈ ಕ್ಲಾಸಿನಲ್ಲಿ ಪರಿಚಯಿಸುವುದಾಗಿದೆ. ಬದಲಾಗುವ ಅಳತೆಗಳಲ್ಲಿರುವ ಬದಲಾಗದ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯನ್ನು ಕಾಣಲಿರುವ ವಿವಿಧ ಸಂದರ್ಭಗಳನ್ನು ಪರಿಚಯಿಸುವ ಮೂಲಕ ಅನುಪಾತ ಸಂಬಂಧ ಎಂಬ ಗಣಿತ ಆಶಯವನ್ನು ಇಲ್ಲಿ ಚರ್ಚಿಸಲಾಗಿದೆ. ಭೌತ ಶಾಸ್ತ್ರದಲ್ಲಿಯೂ, ರಾಸಾಯನ ಶಾಸ್ತ್ರದಲ್ಲಿಯೂ ವಿಜ್ಞಾನದ ಇತರ ಶಾಖೆಗಳಲ್ಲೂ ಇಂತಹ ಸಂದರ್ಭಗಳನ್ನು ಹಲವು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಚರ್ಚಿಸಬೇಕಾಗುವುದು. ಈ ರೀತಿಯ ಶಾಸ್ತ್ರಗಳ ಉನ್ನತ ವ್ಯಾಸಂಗಗಳಲ್ಲಿಯೂ ಗಣಿತದ ಇತರ ಶಾಖೆಗಳಲ್ಲಿಯೂ ಇಂತಹ ಅನುಪಾತಿಕ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಹೊರತುಪಡಿಸಿರುವ ಚರ್ಚೆಯು ಅಸಾಧ್ಯವಾಗಿದೆ. ಅದಕ್ಕೆ ಯೋಗ್ಯವಾದ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಮಕ್ಕಳಲ್ಲಿ ಈ ಆಶಯವನ್ನು ಕರಗತಗೊಳಿಸಲು ಈ ಪಾಠಭಾಗದಲ್ಲಿ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಲಾಗಿದೆ ಅನುಪಾತ ಮತ್ತು ವಿಲೋಮಾನುಪಾತ ದೈನಂದಿನ ಜೀವನದಲ್ಲಿ ಯಾವ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಅನುಭವವಾಗುವುದು ಎಂದು ತಿಳಿಯುವುದಕ್ಕೂ ಅನುಗುಣವಾಗಿ ಉಪಯೋಗಿಸುವುದಕ್ಕೂ ಮಗುವಿಗೆ ಸಾಧ್ಯವಾಗುವ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ತರಗತಿ ಕೋಣೆಯ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳನ್ನು ವ್ಯವಸ್ಥೆಗೊಳಿಸಲು ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರೂ ಪ್ರಯತ್ನಿಸುವಿರಲ್ಲವೇ?

ಯೂನಿಟ್ ಫ್ರೈಂ (ಅನುಪಾತ)

ಆಶಯಗಳು	ಕಲಿಕಾ ಬೋಧನಾ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ	ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳು
• ನಿಷ್ಪತ್ತಿಗಳ ಸಮಾನತೆಯಾಗಿದೆ ಅನುಪಾತ	• ಭುಜಗಳ ಉದ್ದಗಳನ್ನು ಒಂದು ನಿಶ್ಚಿತ ಅಳತೆಯಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚಿಸಿದ್ದೋ ಕಡಿಮೆ ಮಾಡಿದ್ದೋ ಆದ ಆಯತಗಳು. • ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯು ಬದಲಾಗದೆ ಅಳತೆಗಳು ಬದಲಾಗುವ ಪ್ರಾಯೋಗಿಕ ಸಂದರ್ಭಗಳು. • ಟೆಲಿವಿಷನ್ ಪರದೆಯ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ. • ಅಳತೆಗಳ ಅನುಪಾತಿಕ ಸಂಬಂಧದ ವಿವರಣೆ. • A4 ಕಾಗದದ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲದ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧ. • ಸಮಾನ ಅಳತೆಯು ಕೋನಗಳಿರುವ ತ್ರಿಕೋನಗಳ ಭುಜಗಳೊಳಗಿನ ಅನುಪಾತಿಕ ಸಂಬಂಧ. • ಒಂದು ಯೌಗಿಕದ ಘಟಕಗಳ ಅನುಪಾತಿಕ ಸಂಬಂಧ. • ಚೌಕದ ಭುಜಗಳ ಅಳತೆ ಬದಲಾದರೂ ಸುತ್ತಳತೆ ಮತ್ತು ಭುಜದ ಅಳತೆಯ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವು ಬದಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ.	• ಪರಸ್ಪರ ಸಂಬಂಧವಿರುವ ಅಳತೆಗಳಿಗೆ ಉಂಟಾಗುವ ಬದಲಾವಣೆಗಳಲ್ಲಿ, ಅನುಪಾತಿಕ ಬದಲಾವಣೆಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸುವುದು.
• ಅನುಪಾತಿಕ ಸ್ಥಿರತೆ	• ಭುಜದ ಅಳತೆಗಳು ಬದಲಾದರೂ ಭುಜದ ಅಳತೆ ಮತ್ತು ಕರ್ಣದ ಅಳತೆಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವು ಬದಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ.	

ಯೂನಿಟ್ ಫ್ರೇಂ (ಅನುಪಾತ)

ಆಶಯಗಳು	ಕಲಿಕಾ ಬೋಧನಾ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ	ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳು
• ವಿಲೋಮಾನುಪಾತ	• ಒಂದೇ ದಿಕ್ಕಿಗೆ ಒಂದೇ ವೇಗದಲ್ಲಿ ಸಂಚರಿಸುವ ವಸ್ತುವಿನ, ಸಮಯವು ಬದಲಾದಂತೆ ಸಂಚರಿಸಿದ ದೂರವು ಬದಲಾಗುವುದು ಎಂದಲ್ಲದೆ ಅವುಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವು ಬದಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ. • ಸ್ವತಂತ್ರವಾಗಿ ಕೆಳಕ್ಕೆ ಬೀಳುತ್ತಿರುವ ವಸ್ತುವಿನ ಕೆಳಮುಖವಾಗಿ ಸಂಚರಿಸುವ ದೂರವು ಸಮಯಕ್ಕೆ ಅನುಗುಣವಾಗಿ ಬದಲಾಗುವುದಾದರೂ ಅವುಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧಗಳು ಬದಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ. • x, y ಎಂಬ ಅಳತೆಗಳು ಬದಲಾಗುವಾಗ $y = kx$ ಎಂಬ ಸಂಬಂಧವು ಬದಲಾಗುವುದಿಲ್ಲವಾದರೂ, k ಎಂಬುದು ಅನುಪಾತಿಕ ಸ್ಥಿರಾಂತವಾಗಿದೆ. • ಮೇಲೆ ಹೇಳಿದ ಅನುಪಾತಿಕ ಬದಲಾವಣೆಗಳಲ್ಲಿ ಅನುಪಾತಿಕ ಸ್ಥಿರಾಂಕವನ್ನು ಲೆಕ್ಕಹಾಕುವುದು. • ಸಮಬಹುಭುಜಗಳ ಭುಜಗಳು ಅದರ ಪರಿವೃತ್ತದ ಕೇಂದ್ರದಲ್ಲಿ ಉಂಟುಮಾಡುವ ಕೋನ ಮತ್ತು ಭುಜಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧ. • ಸಮಾನ ವೇಗದಲ್ಲಿ ಸಂಚರಿಸುವ ವಸ್ತುವು ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ದೂರವನ್ನು ಸಂಚರಿಸಲು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯ ಹಾಗೂ ವೇಗದ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧ. • ಬದಲಾಗುತ್ತಿರುವ ಎರಡು ಅಳತೆಗಳು x, y ಎಂಬಿವುಗಳೂ $y = \frac{k}{x}$ ಆಗಿರುವ ಹೆಚ್ಚಿನ ಸಂದರ್ಭಗಳು.	• ಅನುಪಾತಿಕ ಬದಲಾವಣೆಗಳಲ್ಲಿ ಅನುಪಾತಿಕ ಸ್ಥಿರಾಂಕದ ಪ್ರಾಧಾನ್ಯತೆಯನ್ನು ಸಮರ್ಥಿಸುವುದು. • ಬೇರೆ ವಿಷಯಗಳಲ್ಲಿ ಅಳತೆಗಳ ನಡುವಿನ ಅನುಪಾತಿಕ ಬದಲಾವಣೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು.

ಯೂನಿಟ್ ಫ್ರೇಂ (ಅನುಪಾತ)

ಆಶಯಗಳು	ಕಲಿಕಾ ಬೋಧನ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ	ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳು
	• ಭೌತಶಾಸ್ತ್ರದಲ್ಲೂ ರಸಾಯನಶಾಸ್ತ್ರದಲ್ಲೂ ಮೇಲೆ ಹೇಳಿದ ರೀತಿಯಲ್ಲಿರುವ ಬದಲಾವಣೆಗಳು ಉಂಟಾಗುವ ಸಂದರ್ಭಗಳು. • ಸಮಾನಪಾತ ಎಂಬ ಆಶಯವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಪರಹರಿಸಲ್ಪಡುವ ಪ್ರಾಯೋಗಿಕ ಸಂದರ್ಭಗಳು. • ವಿಲೋಮಾನುಪಾತ ಎಂಬ ಆಶಯವನ್ನುಪಯೋಗಿಸಿ ಪರಿಹರಿಸಲ್ಪಡುವ ಪ್ರಾಯೋಗಿಕ ಸಂದರ್ಭಗಳು.	• ಅನುಪಾತಿಕವಾಗಿ ಬದಲಾಗುವ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ವಿಲೋಮ ಅನುಪಾತವಾಗಿ ಬದಲಾಗುವ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳುವುದು.

ಆಶಯದ ಬೆಳವಣಿಗೆ

ನಿಷ್ಪತ್ತಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಹಲವು ತರದ ಪ್ರಾಯೋಗಿಕ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು 7 ನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಪರಿಚಯಪಟ್ಟಿದ್ದಾರೆ. ನಿಷ್ಪತ್ತಿ ಬದಲಾಗದೆ ಅಳತೆಗಳು ಬದಲಾಗುವ ಸಂದರ್ಭಗಳನ್ನು ಪರಿಚಯಿಸಿಕೊಂಡು ಈ ಪಾಠಭಾಗವನ್ನು ಪ್ರಾರಂಭಿಸಲಾಗಿದೆ. ನಿಷ್ಪತ್ತಿಗಳ ಸಮಾನತೆಯಾದ 'ಅನುಪಾತ' ಎಂಬ ಗಣಿತದ ಆಶಯವು ಪ್ರಾರಂಭದಲ್ಲಿ ರೂಪೀಕರಿಸಲ್ಪಡುವುದು. ಈ ಆಶಯವನ್ನು ಗಟ್ಟಿಗೊಳಿಸಲು ಸೂಕ್ತವಾದ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನೂ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳನ್ನೂ ಚರ್ಚಿಸುತ್ತಾ ಈ ಪಾಠಭಾಗವು ಮುಂದುವರಿಯುತ್ತದೆ. ಅಳತೆಗಳ ನಡುವಿನ ಅನುಪಾತಿಕ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ವಿಭಿನ್ನ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ನಿರ್ವಚಿಸುವ ಅವಕಾಶವನ್ನು ಇಲ್ಲಿ ನೀಡಲಾಗಿದೆ. ಅಳತೆಗಳ ನಡುವಿನ ಅನುಪಾತಿಕ ಬದಲಾವಣೆಯ ಸಮವಾಕ್ಯಗಳಲ್ಲಿ ಸ್ಥಿರಸಂಖ್ಯೆಯು ಒಳಗೊಂಡಿದೆ. ಈ ಸ್ಥಿರ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಅನುಪಾತಿಕ ಸ್ಥಿರಾಂಕ (Proportionality Constant) ಎಂಬ ಹೆಸರಿನಿಂದ ಇಲ್ಲಿ ನೀಡಲಾಗಿದೆ. ಅನುಪಾತಿಕ ಸ್ಥಿರಾಂಕದ ಪ್ರಾಧಾನ್ಯತೆಯನ್ನು ವಿವಿಧ ಪ್ರಾಯೋಗಿಕ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿಯೂ ಜ್ಯಾಮಿತೀಯವಾಗಿಯೂ ಚರ್ಚಿಸಲಾಗಿದೆ. ಎರಡು ಅಳತೆಗಳು ಅನುಪಾತಿಕವಾಗಿರುವಾಗ ಒಂದನ್ನು ಇನ್ನೊಂದರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಯಾವಾಗಲೂ ಅನುಪಾತಿಕ ಸ್ಥಿರಾಂಕವೇ ಸಿಗುವುದು ಎಂದು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಪ್ರಾಯೋಗಿಕ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳಿಂದ ತಿಳಿಯುತ್ತಾರೆ.

ಎರಡು ಅಳತೆಗಳು ಬದಲಾಗುತ್ತಿರುವಾಗ ಒಂದು ಇನ್ನೊಂದರ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮಕ್ಕೆ ಅನುಪಾತಿಕವಾಗಿರುವುದು ಎಂಬುದನ್ನು ತಿಳಿಯಲು ಚಟುವಟಿಕೆಗಳ ಮೂಲಕ ವಿಲೋಮಾನುಪಾತ (Inverse Proportion) ಎಂಬ ಆಶಯವನ್ನು ನೀಡಿರುವುದು. ಈ ರೀತಿಯ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಅಳತೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವು ಯಾವಾಗಲೂ ಒಂದು ಸ್ಥಿರ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರುವುದೆಂದೂ ಈ ಸಂಖ್ಯೆಯೇ ವಿಲೋಮಾನುಪಾತದ ಅನುಪಾತಿಕ ಸ್ಥಿರಾಂಕವಾಗಿದೆ ಎಂದೂ ಕ್ರೋಢೀಕರಿಸುವುದು. ಒಂದೇ ಅಳತೆಯು ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಅಳತೆಗಳೊಂದಿಗೆ ಅನುಪಾತಿಕವಾಗಿಯೂ ವಿಲೋಮಾನುಪಾತಿಕವಾಗಿಯೂ ಸಂಬಂಧ ಹೊಂದಿರುವ ಕೆಲವು ಸಂದರ್ಭಗಳನ್ನು ಚರ್ಚಿಸುತ್ತಾ ಈ ಪಾಠಭಾಗವನ್ನು ಕೊನೆಗೊಳಿಸಲಾಗಿದೆ.

ಪಾಠಭಾಗದ ಮೂಲಕ

ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯು ಬದಲಾಗದೆ ಅಳತೆಗಳು ಬದಲಾಗುವ ಕೆಲವು ವಿವರಣೆಗಳನ್ನು ನೀಡುತ್ತಾ ಈ ಪಾಠಭಾಗವನ್ನು ಪ್ರಾರಂಭಿಸುವ. ಮೊದಲು ನೀಡಿರುವ ಕೆಲವು ಆಯತಗಳಲ್ಲಿ ಮೊದಲನೆಯ ಆಯತದ ಉದ್ದದ ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಮಡಿಯೋ ಭಾಗವೋ ಆಗಿದೆ ಉಳಿದ ಆಯತಗಳ ಉದ್ದ. ಮೊದಲ ಆಯತದ ಅಗಲದ ಅಷ್ಟೇ ಮಡಿಯೋ ಭಾಗವೋ ಆಗಿರುವುದು ಉಳಿದ ಆಯತಗಳ ಅಗಲ.

ಅಂದರೆ ಈ ಆಯತಗಳ ಅಗಲಗಳು 2:1:4 ಎಂಬ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿರುವುದು. ಉದ್ದವೂ ಇದೇ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿಯೇ ಇರುವುದು.

ಇನ್ನು ಇದನ್ನು ಇನ್ನೊಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಲಾಗುವುದು. ಈ ಮೂರು ಆಯತಗಳ ಪ್ರತಿಯೊಂದರಲ್ಲೂ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲದ ನಡುವಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದರೆ ಪ್ರತಿಯೊಂದೂ 3:2 ಎಂಬ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿರುವುದು ಎಂದು ಕಂಡುಬರುತ್ತದೆ. ಇದೇ ಸಂಬಂಧದಲ್ಲಿ ಇರುವ ಇನ್ನೂ ಹಲವು ಆಯತಗಳನ್ನು ರಚಿಸಲು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಅವಕಾಶವನ್ನು ಒದಗಿಸಬೇಕು. ಮುಂದೆ ಒಂದು ಅಳತೆಯನ್ನು ನೀಡಿ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲವು 3:2 ಎಂಬ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿರುವ ಆಯತವನ್ನು ರಚಿಸಲು ಸೂಚಿಸಬೇಕು.

ಉದಾ :
- ಉದ್ದ 9 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್
- ಅಗಲ 3 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್
- ಉದ್ದ 7.5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್

ಈ ಚಟುವಟಿಕೆಯ ನಂತರ ಉದ್ದ 4.5 ಸೆಂಟೀಮೀಟರ್ ಅಗಲ 3.5 ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್ ಆಗಿರುವ ಆಯತವನ್ನು ರಚಿಸಿ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲದ ನಡುವಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯನ್ನು ಮೊದಲಿನ ಆಯತದೊಂದಿಗೆ ಹೋಲಿಸಿ ನೋಡಲು ಅವಕಾಶವನ್ನು ನೀಡಬೇಕು.

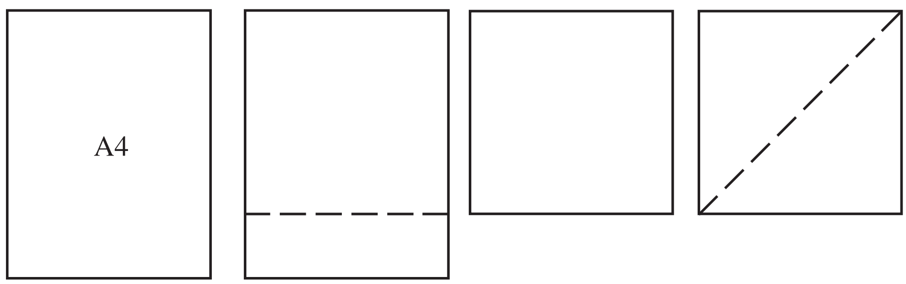
ಮೊದಲು ರಚಿಸಿದ ಆಯತಗಳೆಲ್ಲೆಲ್ಲವೂ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲಗಳು ಬದಲಾಗುತ್ತಿರುವುದಾದರೂ ಅವುಗಳ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯು ಬದಲಾಗುವುದಿಲ್ಲವೆಂದೂ ಕ್ರೋಡೀಕರಿಸುವುದು.

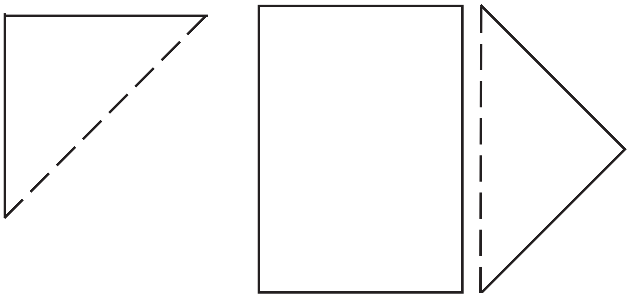
ನಂತರ ಉದ್ದವೂ ಅಗಲವೂ ಅನುಪಾತಿಕವಾಗಿ ಬದಲಾಗುವ ಆಯತಗಳು ಅಗತ್ಯವಿರುವ ಹಲವು ಪ್ರಾಯೋಗಿಕ ಸಂದರ್ಭಗಳನ್ನು ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಚರ್ಚಿಸಬೇಕು.

ಈ ಚರ್ಚೆಯಲ್ಲಿ A4 ಕಾಗದಗಳು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ನಡೆಸುವ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ಹೆಚ್ಚು ಗಮನಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ. ಪಾಠ ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ನೀಡಿರುವ ಬೀಜಗಣಿತ ರೀತಿಯನ್ನು ಚರ್ಚಿಸುವ ಮೊದಲು ಈ ಕಾಗದಗಳನ್ನು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ನೀಡಿ ಒಂದು ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ನಡೆಸಬಹುದು.

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಗುಂಪಿಗೂ ಎರಡರಂತೆ A4 ಕಾಗದಗಳನ್ನು ನೀಡಬೇಕು. ಇದರ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲದ ನಡುವಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯನ್ನು ಲೆಕ್ಕಹಾಕುವುದು ಚಟುವಟಿಕೆಯ ಉದ್ದೇಶವಾಗಿದೆ.

ಒಂದು A4 ಕಾಗದದಿಂದ ಅತೀ ದೊಡ್ಡ ಚೌಕವನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿ ತೆಗೆಯಬೇಕು. ಹೀಗೆ ಕತ್ತರಿಸಿ ತೆಗೆದ ಚೌಕವನ್ನು ಅದರ ಕರ್ಣದ ಮೂಲಕ ಮಡಚಬೇಕು. ಈ ಕರ್ಣವನ್ನು ಎರಡನೆಯ A4 ಕಾಗದದ ಅಧಿಕ ಉದ್ದವಿರುವ ಭುಜದೊಂದಿಗೆ ಸೇರಿಸಿ ಇಡಬೇಕು.





ಚೌಕದ ಕರ್ಣದ ಅಳತೆಯು ಎರಡನೆಯ A4 ಕಾಗದದ ಅಧಿಕ ಉದ್ದವಿರುವ ಬದಿಗೆ ಸಮಾನವಿರುವುದೆಂದು ಕಂಡುಬರುವುದು. ಇದನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ವಿವರಿಸುವ. A4 ಕಾಗದದ ಭುಜದ ಉದ್ದ a ಎಂದೂ ದೊಡ್ಡ ಭುಜದ ಉದ್ದ b ಆಗಿರುವುದಾದರೆ,

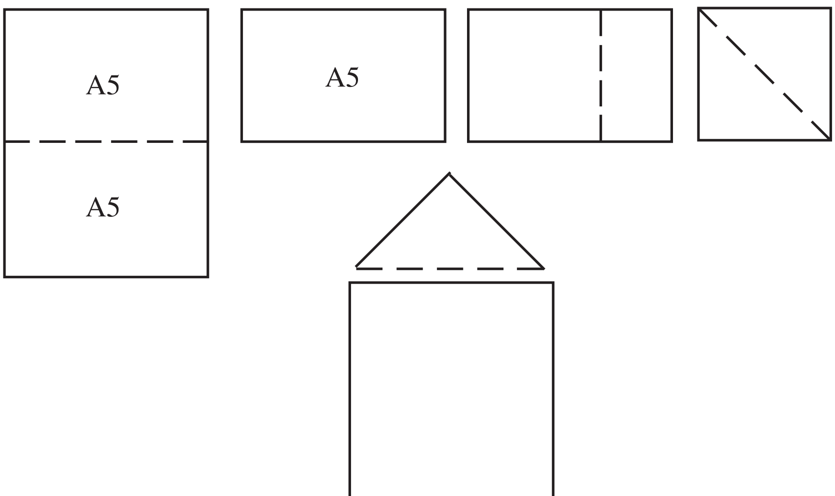
ಚೌಕದ ಒಂದು ಭುಜ $= a$

ಚೌಕದ ಕರ್ಣದ ಅಳತೆ $= \sqrt{2}\ a$

A4 ಕಾಗದದ ದೊಡ್ಡ ಭುಜದ ಉದ್ದ $b = \sqrt{2}\ a$

$$b : a = \sqrt{2} : 1$$

ಇನ್ನು A4 ಕಾಗದದ ಉದ್ದದ ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿ ಮಡಚಿದಾಗ ಸಿಗುವ A5 ಕಾಗದಲ್ಲೂ ಇದೇ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ಮುಂದುವರಿಸುವ



A4 ಕಾಗದವನ್ನು ಉದ್ದದಲ್ಲಿ ಮಡಚಿದಾಗ ಸಿಗುವ ಒಂದು ಭಾಗವಾಗಿದೆ A5

A5 ಕಾಗದದ ದೊಡ್ಡ ಭುಜದ ಉದ್ದ $= a$

$$\text{A5 ಕಾಗದದ ಚಿಕ್ಕ ಭುಜದ ಉದ್ದ} = \frac{b}{2}$$

A5 ಕಾಗದದಿಂದ ಒಂದು ಚೌಕವನ್ನು ತುಂಡರಿಸಿ ತೆಗೆಯಲಾಯಿತು.

$$\text{ಈ ಚೌಕದ ಒಂದು ಭುಜ} = \frac{b}{2}$$

$$\text{ಚೌಕದ ಕರ್ಣ} = \frac{b}{2}\sqrt{2}$$

$$= \frac{b}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{b}{\sqrt{2}} = a$$

$$b = \sqrt{2}\ a$$

$$b : a = \sqrt{2} : 1$$

ಇದರಿಂದ A4 ಕಾಗದಲ್ಲೂ A5, A6, ... ಮುಂತಾದ ಕಾಗದಗಳಲ್ಲೂ ಅವುಗಳ ಭುಜಗಳ ನಡುವಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯು $\sqrt{2} : 1$ ಆಗಿರುವುದು.

ನಂತರ ಪಾಠ ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ನೀಡಿರುವ A1 ಕಾಗದವನ್ನು ಆಧಾರವಾಗಿಟ್ಟು ನೀಡಲಾಗಿರುವ ಬೀಜಗಣಿತ ರೂಪದ ಚರ್ಚೆಯನ್ನು ನಡೆಸಬಹುದು.

ಎರಡು ಅಳತೆಗಳು ಅನುಪಾತಿಕವಾಗಿ ಬದಲಾಗುವುದರ ಕುರಿತಾಗಿ ಈ ವರೆಗೆ ಚರ್ಚಿಸಲಾಗಿದೆ. ಇದೇ ರೀತಿ ಮೂರು ಅಳತೆಗಳು ಅನುಪಾತಿಕವಾಗಿ ಬದಲಾಗುವುದರ ಕುರಿತು ಚರ್ಚೆಯನ್ನು ಒಂದೇ ಅಳತೆಯ ಕೋನಗಳಿರುವ ತ್ರಿಕೋನಗಳನ್ನು ಆಧಾರವಾಗಿರಿಸಿ ಮುಂದುವರಿಸಬಹುದು. **ತ್ರಿಕೋಣಗಳ ಸಾದೃಶ್ಯ** ಎಂಬ ಪಾಠದ ಕೆಲವು ಚಟುವಟಿಕೆಗಳನ್ನು ಇಲ್ಲಿ ಚರ್ಚಿಸಬಹುದು. ಈ ಹಂತದಲ್ಲಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ತಿಳಿದಿರುವ ಬೇರೆ ಶಾಸ್ತ್ರಗಳ ಕೆಲವು ಸಂದರ್ಭಗಳನ್ನು ಇಲ್ಲಿ ಉದಾಹರಣೆಯಾಗಿ ನೀಡಬಹುದು.

ನೀರಿನಲ್ಲಿ ಹೈಡ್ರಜನ್ ಮತ್ತು ಓಕ್ಸಿಜನ್ ಎಂಬೀ ಮೂಲವಸ್ತುಗಳು ಅಡಕವಾಗಿದೆ. ನೀರಿನ ಅಣುವನ್ನು ರಸಾಯನ ಶಾಸ್ತ್ರದಲ್ಲಿ H_2O ಎಂದು ಬರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ ಎಂದು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ತಿಳಿದಿದೆ. ಎಂದರೆ ನೀರನ್ನು ಹೈಡ್ರಜನ್ ಮತ್ತು ಓಕ್ಸಿಜನ್ ಅನಿಲಗಳಾಗಿ ವಿಭಜಿಸಿದರೆ (ವಿದ್ಯುತ್ ವಿಶ್ಲೇಷಣೆಯ ಮೂಲಕ ಇದು ಸಾಧ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ) ಒಂದು ಪಾತ್ರೆಯಲ್ಲಿ ಹೈಡ್ರಜನ್ ಇನ್ನೊಂದು ಪಾತ್ರೆಯಲ್ಲಿ ಓಕ್ಸಿಜನ್ ಲಭಿಸುತ್ತದೆ. ಅವುಗಳ ಘನಫಲಗಳು 2:1 ಎಂಬ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ.

ಇನ್ನು ಇವುಗಳ ಭಾರಗಳ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ ಹೇಗಿರುವುದು ಎಂದು ನೋಡುವ.

ಹೈಡ್ರಜನಿನ ಮಾಸ್ ನಂಬರ್ 1 ಓಕ್ಸಿಜನಿನ ಮಾಸ್ ನಂಬರ್ 16 ಆಗಿದೆ. ಎಂದರೆ ಹೈಡ್ರಜನಿನ ಪರಮಾಣುವಿನ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ 1 ಯೂನಿಟ್ ಓಕ್ಸಿಜನ್‌ನ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ 16 ಯೂನಿಟ್ ಆಗಿದೆ.

ಇದರಿಂದ H_2O ಅಣುವಿನಲ್ಲಿ ಹೈಡ್ರಜನಿನ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ 2 ಯೂನಿಟ್ ಓಕ್ಸಿಜನಿನ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ 16 ಯೂನಿಟ್ ಆಗಿರುವುದು. ಹೈಡ್ರಜನ್ ಮತ್ತು ಓಕ್ಸಿಜನಿನ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿಗಳೊಳಗಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ 2:16 = 1: 8

ನೀರಿನಲ್ಲಿ ಹೈಡ್ರಜನ್ ಮತ್ತು ಓಕ್ಸಿಜಿನ ಅಳತೆ ಅನುಪಾತಿಕವಾಗಿರುವುದು. ಇದೇ ರೀತಿ ಸ್ವತಂತ್ರವಾಗಿ ಕೆಳಗೆ ಬೀಳುತ್ತಿರುವ ವಸ್ತುವಿನ ವೇಗವು ಪ್ರತಿಸೆಕೆಂಡಿಗೆ 9.8ಸೆ.ಮೀ/ ಸೆಕೆಂಡ್ ಹೆಚ್ಚಳವಾಗುತ್ತದೆ. ಇದರಿಂದ ವಸ್ತುವು ಕೆಳಮುಖವಾಗಿ ಚಲಿಸುವ ಸಮಯ, ಆಗ ವಸ್ತುವಿನ ವೇಗ ಇವುಗಳ ನಡುವಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯು 1:9:8 ಆಗಿರುವುದು ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಹೇಳುವಾಗ ಈ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯು 5:49 ಆಗಿರುವುದು.

ಇನ್ನೊಂದು ಉದಾಹರಣೆಯನ್ನು ನೋಡುವ. 5 ಲೀಟರ್ ತೆಂಗಿನೆಣ್ಣೆಯು 4 ಕಿಲೋಗ್ರಾಂ ಭಾರವಿರುವುದು. 10 ಲೀಟರ್ ಆದರೆ ಭಾರವು 8 ಕಿಲೋಗ್ರಾಂ. ಅಂದರೆ ತೆಂಗಿನೆಣ್ಣೆಯ ಲೀಟರಿನಲ್ಲಿರುವ ಅಳತೆ ಮತ್ತು ಭಾರದ ನಡುವಿನ ನಿಷ್ಪತ್ತಿ ಯಾವಾಗಲೂ 5:4 ಆಗಿರುವುದು.

ಇನ್ನು ಪಾಠಪುಸ್ತಕದ ಪುಟ ಸಂಖ್ಯೆ 198 ರಲ್ಲಿ ನೀಡಿರುವ ಚಟುವಟಿಕೆಯನ್ನು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ನೀಡಬಹುದು. ಇಲ್ಲಿ ಒಂದನೇ ಪ್ರಶ್ನೆಯ ಮೊದಲ ಭಾಗದ ವಿವರಣೆಯಾಗಿದೆ ಎರಡನೇ ಮತ್ತು ಮೂರನೇ ಭಾಗದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳ ಉತ್ತರಗಳು.

ಎರಡನೇ ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು ತುಂಬಾ ಜಾಗ್ರತೆಯಿಂದ ಚರ್ಚಿಸಬೇಕು.

AO ಕಾಗದದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಅರ್ಧವಾಗಿದೆ A1 ಕಾಗದದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಅದರ ಅರ್ಧವಾಗಿದೆ A2 ಕಾಗದದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ. ಇದೇ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ A4 ಕಾಗದದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು $\frac{1}{16}$ ಚದರ ಮೀಟರ್ ಆಗಿದೆ.

ಈ ಕಾಗದದ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲಗಳು $\sqrt{2} : 1$ ಎಂಬ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿರುವುದು. ಎಂದರೆ ಉದ್ದವು ಅಗಲದ $\sqrt{2}$ ಮಡಿಯಾಗಿದೆ. ಆಗ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಅಗಲದ ವರ್ಗದ $\sqrt{2}$ ಮಡಿಯಾಗಿರುವುದು.

ಹಾಗಾದರೆ A4 ಕಾಗದದ ಅಗಲದ ವರ್ಗ $\times \sqrt{2} = \frac{1}{16}$

$$\text{ಅಗಲದ ವರ್ಗ} = \frac{1}{16\sqrt{2}}$$

$$\text{ಅಗಲ} = \sqrt{\frac{1}{16\sqrt{2}}} = \frac{1}{4\sqrt{\sqrt{2}}}$$

$$= 0.2102 \text{ ಮೀಟರ್}$$

$$= 21.02 \text{ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್}$$

ಉದ್ದವು ಅಗಲದ $\sqrt{2}$ ಮಡಿಯಾದರೆ,

$$\text{ಉದ್ದ} = 21\sqrt{2} = 29.7 \text{ ಸೆಂಟಿಮೀಟರ್}$$

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಸ್ಕೇಲ್ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಈ ಉದ್ದಗಳನ್ನು ಅಳತೆ ಮಾಡಿ ಸರಿಯಾಗಿವೆಯೇ ಎಂದು ಪರಿಶೋಧಿಸಲಿ. ಇಲ್ಲಿ $\sqrt{\sqrt{2}}$ ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಕ್ಯಾಲ್ಕುಲೇಟರಿನ ಸಹಾಯ ಅನಿವಾರ್ಯವಾಗಿದೆ. ಆದುದರಿಂದ ಹೀಗಿರುವ ಕ್ರಿಯೆಗಳು ಬರುವಾಗ ಕ್ಯಾಲ್ಕುಲೇಟರನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಲು ಅನುಮತಿ

ನೀಡಬೇಕು. ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ A1, A2, A3 .... ಕಾಗದಗಳ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲಗಳನ್ನು ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕುವ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳನ್ನು ನೀಡಬಹುದು.

ಮೂರನೇ ಚಟುವಟಿಕೆಯಲ್ಲಿ 150 ಗ್ರಾಂ ಯೌಗಿಕದಲ್ಲಿ ಅಡಕವಾಗಿರುವ ಕ್ಯಾಲ್ಸಿಯಂ, ಕಾರ್ಬನ್, ಒಕ್ಸಿಜನ್ ಎಂಬಿವುಗಳು 6:2:7 ಎಂಬ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯಲ್ಲಿರುವುದು ಎಂದು ಕಂಡುಬರುವುದು. ಇದು 10:3:12 ಎಂಬ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಗೆ ಸಮಾನವಲ್ಲ. ಒಂದು ಯೌಗಿಕದಲ್ಲಿ ಅದರ ಘಟಕಗಳೆಲ್ಲಾ ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿರುವುದು ಎಂಬ ನಿಶ್ಚಿತ ಅನುಪಾತ ತತ್ವದಂತೆ ಈ ಯೌಗಿಕವು ಕ್ಯಾಲ್ಸಿಯಂ ಕಾರ್ಬೋನೇಟ್ ಅಲ್ಲ ಎಂದು ಹೇಳಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುವುದು.

ನಂತರ ಅಳತೆಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವು ಅನುಪಾತಿಕವಾಗಿದೆಯೇ ಎಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲಿರುವ ಇನ್ನೂ ಕೆಲವು ಚಟುವಟಿಕೆಗಳನ್ನು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ನೀಡುವ.

1. ಸಮಾನ ಗಾತ್ರವಿರುವ ಒಂದೇ ಲೋಹದಿಂದ ನಿರ್ಮಿಸಿರುವ 6 ಗೋಳಗಳ ಭಾರವು 14 ಕಿಲೋಗ್ರಾಂ ಆಗಿದೆ. ಇನ್ನೂ 9 ಗೋಳಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿದಾಗ ಭಾರವು 35 ಕಿಲೋಗ್ರಾಂ ಆಯಿತು. ಗೋಳಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯೂ ಅವುಗಳ ಭಾರವೂ ಅನುಪಾತಿಕವಾಗಿದೆಯೇ?
2. ಒಂದು ಕೊಳವೆಯಲ್ಲಿ 6 ಮಿನಿಟುಗಳಲ್ಲಿ 150 ಲೀಟರ್ ನೀರು ಹರಿಯುತ್ತದೆ. ಇದೇ ಕೊಳವೆಯಲ್ಲಿ 8 ಮಿನಿಟುಗಳಲ್ಲಿ 200 ಲೀಟರ್ ನೀರು ಹರಿಯುತ್ತದೆ. ಹರಿಯುವ ನೀರಿನ ಅಳತೆ ಮತ್ತು ಸಮಯಗಳು ಅನುಪಾತಿಕವಾಗಿದೆಯೇ?

ಅನುಪಾತಿಕ ಸ್ಥಿರತೆ

ಅಳತೆಗಳ ನಡುವಿನ ಅನುಪಾತಿಕ ಬದಲಾವಣೆಯ ಸಮವಾಕ್ಯವನ್ನು ರಚಿಸುವ ಚಟುವಟಿಕೆಯ ಮೂಲಕ ಅನುಪಾತಿಕ ಬದಲಾವಣೆಯನ್ನು ಹಲವು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ನಿರ್ವಚಿಸುವುದನ್ನು ಈ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಲಾಗಿದೆ. ಚೌಕದ ಸುತ್ತಳತೆಯು ಭುಜದ ಅಳತೆಯ ನಾಲ್ಕು ಮಡಿಯಾಗಿದೆ ಎಂಬುದರ ಬೀಜಗಣಿತ ಸಮವಾಕ್ಯದ ಮೂಲಕ ಸುತ್ತಳತೆಯೂ ಭುಜದ ಅಳತೆಯ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ವಿಭಿನ್ನವಾದ ನಾಲ್ಕು ರೀತಿಗಳಲ್ಲಿ ಪಾಠಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ನಿರ್ವಚಿಸಲಾಗಿದೆ. ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಚೌಕದ ಕರ್ಣವು ಭುಜದ ಅಳತೆಯ $\sqrt{2}$ ಮಡಿಯಾಗಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನೂ ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಲು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಅವಕಾಶವನ್ನು ನೀಡಬೇಕು. ನಂತರ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಹಾಗೂ ಭುಜದ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧ, ವಸ್ತುವಿನ ವೇಗ ಹಾಗೂ ಸಮಯದ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧ, ದೂರ ಹಾಗೂ ಸಮಯದ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧಗಳನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ವಿವರಿಸಿ ಪಟ್ಟಿ ಮಾಡಬೇಕು.

ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ಗಮನಿಸುವಾಗ $y=x^2$, $y = 4.9x^2$ ಎಂಬೀ ಸಮವಾಕ್ಯಗಳಂತೆ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವವುಗಳನ್ನು ಹೊರತುಪಡಿಸಿ ಉಳಿದವುಗಳೆಲ್ಲಾ ಅನುಪಾತಿಕ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ ಎಂದು ಕಂಡುಬರುವುದು. ಮೇಲೆ ಹೇಳಿದ ಸಂಬಂಧಗಳಲ್ಲಿ x ಬದಲಾಗುವ ಅದೇ ದರದಲ್ಲಿ y ಕೂಡಾ ಬದಲಾಗುವುದು ಎಂಬುದನ್ನು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಮನವರಿಕೆ ಮಾಡಿಕೊಡಬೇಕು.

ಕೆಲವು ಅನುಪಾತಿಕ ಬದಲಾವಣೆಗಳನ್ನು ಚರ್ಚಿಸುವ

- ಭುಜ x ಆಗಿರುವ ಸಮಭುಜ ತ್ರಿಕೋನದ ಸುತ್ತಳತೆ 3x.

ಇಲ್ಲಿ x ಬದಲಾಗುವುದಕ್ಕೆ ಅನುಗುಣವಾಗಿ ಸುತ್ತಳತೆ ಬದಲಾಗುವುದು. ಸಮಭುಜ ತ್ರಿಕೋನಕ್ಕೆ ಬದಲಾಗಿ ಚೌಕವಾದರೋ? ಸುತ್ತಳತೆ = 4x ಆಗಿ ಬದಲಾಗುವುದು. ಸ್ಥಿರ ಸಂಖ್ಯೆಯು 3 ಕ್ಕೆ ಬದಲಾಗಿ 4 ಆಗುವುದು. ಅಂದರೆ ಸಮಬಹುಭುಜಗಳ ಸುತ್ತಳತೆ ಮತ್ತು ಭುಜಗಳ ಅಳತೆಗಳ ನಡುವಿನ ಅನುಪಾತಿಕ ಸಂಬಂಧದಲ್ಲಿ ಅನುಪಾತಿಕ ಸ್ಥಿರಾಂಕವು ಯಾವಾಗಲೂ ಒಂದೇ ಸ್ಥಿರವಾದ ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿ ಎಂದು ಅರ್ಥ.

- ವ್ಯಾಸ d ಆಗಿರುವ ವೃತ್ತದ ಸುತ್ತಳತೆ $= \pi d$. ಈ ಅನುಪಾತಿಕ ಸಂಬಂಧದಲ್ಲಿ π ಎಂಬ ಸ್ಥಿರಸಂಖ್ಯೆಯು ಬದಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ.

- ಸ್ವತಂತ್ರವಾಗಿ ಕೆಳಗೆ ಬೀಳುತ್ತಿರುವ ವಸ್ತುವಿಗೆ x ಎಂಬ ಸಮಯದಲ್ಲಿ ಉಂಟಾಗುವ ವೇಗ $= 9.8x$

ವಸ್ತುವು (ಎಷ್ಟೇ ದೊಡ್ಡದಾಗಿದ್ದರೂ ಚಿಕ್ಕದಾಗಿದ್ದರೂ) ವೇಗವು ಸಮಯಕ್ಕೆ ಅನುಪಾತಿಕವಾಗಿ ಬದಲಾಗುವುದು. ಇಲ್ಲಿ ಅನುಪಾತಿಕ ಸ್ಥಿರ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಯಾವಾಗಲೂ 9.8 ಆಗಿರುವುದು. ಆದರೆ ವಸ್ತು ಭೂಮಿಗೆ ಬದಲು ಬೇರೆ ಯಾವುದಾದರೂ ಗ್ರಹದಲ್ಲಿ ಬೀಳುತ್ತಿರುವುದಾದರೋ? ಈ ಸ್ಥಿರ ಸಂಖ್ಯೆಯು 9.8 ಆಗಿರುವುದಿಲ್ಲ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಚಂದ್ರನ ಮೇಲ್ಮೈಗೆ ವಸ್ತುವು ಸ್ವತಂತ್ರವಾಗಿ ಬೀಳುತ್ತಿರುವುದಾದರೆ ಸ್ಥಿರ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಸರಿಸುಮಾರು 1.6 ಆಗಿರುವುದು.

ನಂತರ ಅನುಪಾತಿಕ ಸಂಬಂಧದ ಬೀಜಗಣಿತ. ಚರ್ಚೆಯನ್ನು ನಡೆಸಬಹುದು.

ಈ ಚರ್ಚೆಯ ಮೂಲಕ ಅನುಪಾತಿಕ ಸ್ಥಿರಾಂಕ (Proportionality Constant) ವನ್ನು ಪರಿಚಯಿಸಬೇಕು. ಈ ಹಿಂದೆ ಪರಿಚಯಿಸಲ್ಪಟ್ಟ ಎಲ್ಲಾ ಅನುಪಾತಿಕ ಬದಲಾವಣೆಗಳಲ್ಲಿಯೂ ಅನುಪಾತಿಕ ಸ್ಥಿರಾಂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಅವಕಾಶವನ್ನು ನೀಡಬೇಕು.

ಎರಡು ಅಳತೆಗಳು ಅನುಪಾತಿಕವಾಗಿ ಬದಲಾಗುತ್ತವೆ ಎಂದಾದರೆ ಒಂದರ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಮಡಿಯೋ ಅಥವಾ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಭಾಗವೋ ಆಗಿರುವುದು ಎರಡನೆಯ ಅಳತೆ ಎಂದು ಚರ್ಚೆಯನ್ನು ಕ್ರೋಢೀಕರಿಸಬೇಕು. ಈ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಮಡಿ ಅಥವಾ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಭಾಗವನ್ನು ಸೂಚಿಸುವ ಸಂಖ್ಯೆಯೇ ಅನುಪಾತಿಕ ಸ್ಥಿರಾಂಕ ಎಂದು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗಬೇಕು.

ಈ ಹಂತದಲ್ಲಿ ಅನುಪಾತಿಕ ಸ್ಥಿರಾಂಕದ ಕುರಿತಾಗಿ ಒಂದು ವಿವರವಾದ ಚರ್ಚೆಯನ್ನು ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ನಡೆಸಿದರೆ ಉತ್ತಮ.

- ವಸ್ತುಗಳ ಭಾರವು ಅವುಗಳ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿಗೆ ಅನುಪಾತಿಕವಾಗಿರುವುದು. ಭೂಮಿಯಲ್ಲಾದರೆ ಈ ಅನುಪಾತಿಕ ಸ್ಥಿರಾಂಕವು 9.8 ಆಗಿದೆ. ಆದರೆ ಬೇರೆ ಗ್ರಹಗಳಲ್ಲಿ ಇದು ಬೇರೆಯೇ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರುವುದು. ಅಂದರೆ ಒಂದೇ ವಸ್ತುವಿಗೆ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಗ್ರಹಗಳಲ್ಲಿ ವ್ಯತ್ಯಸ್ಥ ಭಾರವಿರುವುದು ಎಂದರ್ಥ.
- x ಲೀಟರ್ ನೀರಿನ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ 1000x ಗ್ರಾಂ ಆಗಿದೆ. ನೀರಿನ ಬದಲು ತೆಂಗಿನೆಣ್ಣೆಯಾದರೋ? ಇದು 800x ಗ್ರಾಂ ಎಂದು ಸಿಗುವುದು. ಎಂದರೆ ವಸ್ತುಗಳ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಘನಫಲಗಳ ನಡುವಿನ ಅನುಪಾತಿಕ ಸಂಬಂಧದಲ್ಲಿ ಅನುಪಾತಿಕ ಸ್ಥಿರಾಂಕವು ಪ್ರತಿಯೊಂದು ವಸ್ತುವಿಗೂ ವ್ಯತ್ಯಸ್ಥವಾಗಿದೆ. ಈ ಸ್ಥಿರ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ವಸ್ತುವಿನ ಸಾಂದ್ರತೆ (Density) ಎಂದು ಕರೆಯಲ್ಪಡುತ್ತದೆ.

ಇದೇ ರೀತಿ ಭೌತಶಾಸ್ತ್ರದಲ್ಲೂ ರಸಾಯನ ಶಾಸ್ತ್ರದಲ್ಲೂ ಅರ್ಥಶಾಸ್ತ್ರದಲ್ಲೂ ವಿಭಿನ್ನ ಶಾಖೆಗಳಲ್ಲಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ತಿಳಿದಿರುವ ಅನುಪಾತಿಕ ಬದಲಾವಣೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದು ನಿರೂಪಿಸಲು ಅವಕಾಶವನ್ನು ನೀಡಬೇಕು. ಪ್ರತಿಯೊಂದರಲ್ಲೂ ಅನುಪಾತಿಕ ಸ್ಥಿರಾಂಕವನ್ನೂ ಅವುಗಳ ವಿಶೇಷತೆಗಳನ್ನು ಚರ್ಚಿಸಬೇಕು.

ಈ ಚರ್ಚೆಯ ನಂತರ ಪಾಠ ಪುಸ್ತಕದ ಪುಟ ಸಂಖ್ಯೆ 201 ರಲ್ಲಿ ನೀಡಲಾಗಿರುವ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳನ್ನು ನೀಡಬಹುದು.

ಇಲ್ಲಿ ಒಂದನೇ ಪ್ರಶ್ನೆಯ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಉಪಪ್ರಶ್ನೆಗಳ ಉತ್ತರಗನ್ನೂ ಸುಲಭವಾಗಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದಲ್ಲವೇ. ಎಡನೇ ಉಪ ಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ತ್ರಿಜ್ಯಕ್ಕೆ ಅನುಪಾತಿಕವಲ್ಲ ಎಂದು ಸುಲಭವಾಗಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು. ಉಳಿದವುಗಳಲ್ಲೆಲ್ಲಾ ಅನುಪಾತಿಕ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಕಾಣಬಹುದು.

ಮಳೆಯ ಅಳತೆಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಎರಡನೇ ಚಟುವಟಿಕೆಯು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಪ್ರೈಮರಿ ತರಗತಿಗಳಿಂದಲೇ ಪರಿಚಿತವಾಗಿದೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಚದರ ಮೀಟರಿನಲ್ಲಿ ಬೀಳುವ ನೀರಿನ ಘನಫಲವು ಸಮಾನವಾಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ. ಇದನ್ನು k ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ, x ಚದರ ಮೀಟರಿನಲ್ಲಿ ಬೀಳುವ ನೀರಿನ ಘನಫಲ kx ಎಂದೂ ಸಿಗುವುದು. ಇಲ್ಲಿ k ಒಂದು ಸ್ಥಿರ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದೆಯಲ್ಲವೇ.

ಈಗ ಘನಫಲ = kx ಎಂಬುದರಲ್ಲಿ ಘನಫಲವು ವಿಸ್ತೀರ್ಣಕ್ಕೆ (x ಗೆ) ಅನುಪಾತಿಕವಾಗಿದೆಯೆಂದು ಹೇಳಬಹುದು.

ಪಾದದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು x ಆಗಿರುವ ಒಂದು ಪಾತ್ರೆಯಲ್ಲಿರುವ ನೀರಿನ ಘನಫಲ xh ಆಗಿರುವುದು. h ಎಂಬುದು ಪಾತ್ರೆಯಲ್ಲಿ ತುಂಬಿರುವ ನೀರಿನ ಎತ್ತರವಾಗಿದೆ. ಪಾತ್ರೆಯಲ್ಲಿ ಹಿಡಿಯುವ ನೀರಿನ ಅಳತೆಯು ಪಾದದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ x ಗೆ ಅನುಪಾತಿಕವಾಗಿರುವುದರಿಂದ ಘನಫಲ = xh ಎಂಬ ಸಮವಾಕ್ಯದಲ್ಲಿ h ಎಂಬುದು ಒಂದು ಸ್ಥಿರ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದೆ. ಅಂದರೆ ಪಾದದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ವ್ಯತ್ಯಸ್ಥವಾಗಿರುವ ಸ್ತಂಭಾಕೃತಿಯಲ್ಲಿರುವ ಪಾತ್ರೆಗಳಿಗೆ ಬೀಳುವ ನೀರು ಸಮಾನ ಎತ್ತರಕ್ಕೆ ತುಂಬುತ್ತದೆ. ಈ ಎತ್ತರವನ್ನು ಆಧಾರವಾಗಿರಿಸಿ ಮಳೆಯನ್ನು ಅಳತೆ ಮಾಡಲಾಗುತ್ತದೆ. 8 ಸೆ.ಮೀ. ಮಳೆ ಬಂತು ಎಂದರೆ ಸ್ತಂಭಾಕೃತಿಯಲ್ಲಿರುವ ಪಾತ್ರೆಯಲ್ಲಿ ತುಂಬಿದ

ಮಳೆನೀರಿನ ಎತ್ತರ 8 ಸೆ.ಮೀ ಎಂದರ್ಥ. ಈ ಎತ್ತರವು ಪಾತ್ರೆಯ ಪಾದದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಅವಲಂಬಿಸಿರುವುದಿಲ್ಲ.

ಮೂರನೆಯ ಚಟುವಟಿಕೆಯಲ್ಲಿ ನೀಡಲಾಗಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಭಾರವನ್ನು ನೇತಾಡಿಸಿದಾಗ ಸ್ಪ್ರಿಂಗಿನ ಉದ್ದದಲ್ಲಿ ಉಂಟಾಗುವ ಬದಲಾವಣೆಯು ಅದರಲ್ಲಿ ನೇತಾಡಿಸಿದ ಭಾರಕ್ಕೆ ಅನುಪಾತಿಕವಾಗಿರುವುದು ಎಂದು ಕಂಡುಬರುತ್ತದೆ. (ಉದ್ದದಲ್ಲಿ ಉಂಟಾಗುವ ಬದಲಾವಣೆ ಎಲ್ಲಾ ಸ್ಪ್ರಿಂಗ್‌ಗಳಲ್ಲೂ ಒಂದೇ ರೀತಿ ಆಗಿರುವುದಿಲ್ಲ) ಈ ಸ್ಪ್ರಿಂಗನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಭಾರವನ್ನು ಅಳೆಯುವ ಒಂದು ಸ್ಪ್ರಿಂಗ್‌ತ್ರಾಸನ್ನು ತಯಾರಿಸುವ ರೀತಿಯನ್ನು ವಿವರಿಸಬೇಕು. ಸ್ಪ್ರಿಂಗಿನಲ್ಲಿ 100 ಗ್ರಾಂ ತೂಗುಹಾಕಿದರೆ ಉದ್ದದಲ್ಲಿ ಉಂಟಾಗುವ ವ್ಯತ್ಯಾಸವನ್ನು ನಮೂದಿಸಬೇಕು. 200 ಗ್ರಾಂ 300 ಗ್ರಾಂ 400 ಗ್ರಾಂ ಎಂಬೀ ಭಾರಗಳನ್ನು ತೂಕಮಾಡುವುದು ಪ್ರಯಾಸವಲ್ಲ. ಯಾಕೆಂದರೆ, ಸ್ಪ್ರಿಂಗಿನ ಉದ್ದದಲ್ಲಿ ಉಂಟಾಗುವ ವ್ಯತ್ಯಾಸವು ಅದರಲ್ಲಿ ತೂಗು ಹಾಕಿರುವ ಭಾರಕ್ಕೆ ಅನುಪಾತಿಕವಾಗಿರುವುದು.

ಸದೃಶ ತ್ರಿಕೋನಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು ಕಷ್ಟವಲ್ಲ. 10 ನೇ ತರಗತಿಯ **ತ್ರಿಕೋನ** ಮಿತಿ ಎಂಬ ಆಶಯಕ್ಕೆ ತಲಪುವ ಒಂದು ಚಟುವಟಿಕೆಯಾಗಿ ಇದು ಬದಲಾಗಬೇಕು ಎಂದು ಅಧ್ಯಾಪಕರು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಬೇಕು.

ಹಲವು ವಿಧದ ಅನುಪಾತ

ಒಂದು ಅಳತೆಯು ಇನ್ನೊಂದು ಅಳತೆಯೊಂದಿಗೆ ಅನುಪಾತಿಕವಾಗಿಲ್ಲದಿದ್ದರೂ, ಒಂದರಲ್ಲಿ ಕೆಲವು ಬದಲಾವಣೆಗಳನ್ನು ಮಾಡಿ ಅನುಪಾತಿಕವಾಗುವಂತೆ ಮಾಡಲು ಸಾಧ್ಯವಿದೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಲು ಕೆಲವು ಚಟುವಟಿಕೆಗಳನ್ನು ಇಲ್ಲಿ ಚರ್ಚಿಸಲಾಗಿದೆ.

ಉದಾಹರಣೆಗಾಗಿ, ಬಹುಭುಜಗಳ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತವೂ ಭುಜಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯೂ ಅನುಪಾತಿಕವಾಗಿಲ್ಲ.

ಭುಜಗಳು = 3 ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ $= 180^0$

ಭುಜಗಳು = 6 ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ $= 720^0$

ಭುಜಗಳು ಇಮ್ಮಡಿಯಾದರೆ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತವು ಇಮ್ಮಡಿಯಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತವು ಭುಜಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಅನುಪಾತಿಕವಾಗಿಲ್ಲ. ಎಂದರೆ ಭುಜಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ 2 ನ್ನು ಕಳೆದಾಗ ಸಿಗುವ ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನೂ ಪರಿಗಣಿಸಿದರೋ?

ಭುಜಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ (n)	ಭುಜಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ -2 ($n-2$)	ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ
3	1	180
4	2	360
5	3	540
6	4	720

($n-2$) ಇಮ್ಮಡಿಯಾಗುವಾಗ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತವೂ ಇಮ್ಮಡಿಯಾಗುವುದು.

($n-2$) ಮೂರು ಮಡಿಯಾಗುವಾಗ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತವೂ ಮೂರು ಮಡಿಯಾಗುವುದು.

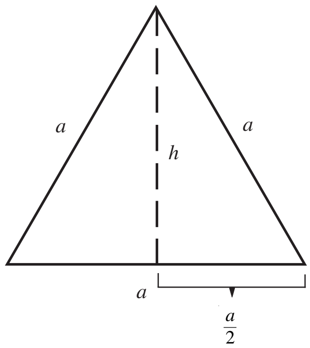
ಎಂದರೆ ಬಹುಭುಜಗಳ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತವು ಅದರ ಭುಜಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗಿಂತ 2 ಕಡಿಮೆಯಾಗಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಅನುಪಾತಿವಾಗಿದೆ. ಭುಜಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ n ಆದರೆ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ $(n-2)180^0$ ಅನುಪಾತಿಕ ಸ್ಥಿರಾಂಕ =180.

ಇದೇ ರೀತಿ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ತ್ರಿಜ್ಯಕ್ಕೆ ಅನುಪಾತಿಕವಲ್ಲದಿದ್ದರೂ ತ್ರಿಜ್ಯದ ವರ್ಗಕ್ಕೆ ಅನುಪಾತಿಕವಾಗಿದೆ. ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಅದರ ಕರ್ಣದ ಅಳತೆಗೆ ಅನುಪಾತಿಕವಲ್ಲದಿದ್ದರೂ ಕರ್ಣದ ವರ್ಗಕ್ಕೆ ಅನುಪಾತಿಕವಾಗಿದೆ. ಎತ್ತರದಿಂದ ಕೆಳಗೆ ಬೀಳುತ್ತಿರುವ ವಸ್ತುವು ಸಂಚರಿಸಿದ ದೂರವು ಸಮಯಕ್ಕೆ ಅನುಪಾತಿಕವಲ್ಲದಿದ್ದರೂ ಸಮಯದ ವರ್ಗಕ್ಕೆ ಅನುಪಾತಿಕವಾಗಿದೆ.

ಇದೇ ರೀತಿ ಒಂದು ಅಳತೆಯು ಇನ್ನೊಂದರ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮಕ್ಕೆ ಅನುಪಾತಿಕವಾಗುವ ಸಂದರ್ಭಗಳನ್ನು ಇಲ್ಲಿ ಚರ್ಚಿಸಲಾಗಿದೆ. ಅಳತೆಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವು ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮಾನುಪಾತಿಕ ಸಂಬಂಧ (ವಿಲೋಮಾನುಪಾತಿಕ ಸಂಬಂಧ) ಆದರೂ ಈ ಅಳತೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ ಯಾವಾಗಲೂ ಸ್ಥಿರ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರುವುದು ಎಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲಿರುವ ವಿವಿಧ ಸಂದರ್ಭಗಳನ್ನು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ನೀಡಬೇಕು. ಇದಲ್ಲದೆ, ವಿಲೋಮಾನುಪಾತಿಕ ಸಂಬಂಧವೂ ವರ್ಗಾನುಪಾತಿಕ ಸಂಬಂಧವೂ ಜೊತೆಗೆ ಬರುವ ಅನುಪಾತಿಕ ಬದಲಾವಣೆಗಳನ್ನು ಈ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಚರ್ಚಿಸುವುದು ಸೂಕ್ತವಾಗಿದೆ.

ನಂತರ ಪುಟ ಸಂಖ್ಯೆ 205 ರ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳನ್ನು ಚರ್ಚಿಸಬಹುದು.

ಮೊದಲನೇ ಪ್ರಶ್ನೆಯ ಒಂದನೇ ಉಪಪ್ರಶ್ನೆಗೆ ಉತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಸಮಭುಜ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ ಎಂಬ ಸೂತ್ರವಾಕ್ಯವನ್ನು ಬಳಸಿದರೆ ಸಾಕು.



$$h = \sqrt{(a)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2}$$

$$= \frac{\sqrt{3}\,a}{2}$$

$$\text{ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \frac{1}{2} \times a \times h$$

$$= \frac{1}{2} a \times \frac{\sqrt{3}\,a}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

ಎಂದರೆ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಭುಜದ ಅಳತೆಯ ವರ್ಗಕ್ಕೆ a^2 ಅನುಪಾತಿಕವಾಗಿದೆ. ಅನುಪಾತಿಕ ಸ್ಥಿರಾಂಕ $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

ಎರಡನೆಯ ಚಟುವಟಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಆಯತದ ಉದ್ದವು ಅಗಲಕ್ಕೆ ವಿಲೋಮಾನುಪಾತಿಕವಾಗಿರುವುದು ಎಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಕಷ್ಟವಿಲ್ಲ. ಮೂರನೇ ಚಟುವಟಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಒಂದು ಭುಜದ ಉದ್ದವು ವಿರುದ್ಧ ಭುಜದಿಂದ ಆ ಭುಜಕ್ಕೆಳೆದ ಲಂಬಕ್ಕೆ ವಿಲೋಮಾನುಪಾತಿಕವಾಗಿರುವುದು ಎಂದು ಸುಲಭವಾಗಿ ಹೇಳಬಹುದು. ಕಾರಣವೇನೆಂದರೆ $\frac{1}{2}bh$ ಒಂದು ಸ್ಥಿರಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರುವುದು.

ನಾಲ್ಕನೆಯ ಹಾಗೂ ಐದನೆಯ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳನ್ನು ಸುಲಭವಾಗಿ ಪೂರ್ತಿಗೊಳಿಸಬಹುದು.

ನಂತರ ಪಾಠಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿರುವಂತಹಾ ಬೇರೆ ಕೆಲವು ಚಟುವಟಿಕೆಗಳನ್ನು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ನೀಡುವ.

1. 5 ಕಿಲೋಗ್ರಾಂ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ (ಮಾಸ್) ಇರುವ ಒಂದು ವಸ್ತುವಿನ ಭಾರವು 49 ನ್ಯೂಟನ್ ಆಗಿದೆ. 15 ಕಿಲೋಗ್ರಾಂ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿಯಿರುವ ವಸ್ತುವಿನ ಭಾರವು 147 ನ್ಯೂಟನ್ ಆಗಿದೆ. ವಸ್ತುವಿನ ಭಾರವೂ ಅದರ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿಯೂ ಅನುಪಾತಿಕವಾಗಿದೆಯೇ? ಅನುಪಾತಿಕ ಸ್ಥಿರಾಂಕ ಎಷ್ಟಾಗಿರುವುದು? ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ 8 ಕಿಲೋಗ್ರಾಂ ಆಗಿರುವ ವಸ್ತುವಿನ ಭಾರ ಎಷ್ಟಾಗಿರಬಹುದು?

2. ಚೌಕ ಸ್ತಂಭಾಕೃತಿಯಲ್ಲಿರುವ ಕೆಲವು ಪಾತ್ರೆಗಳ ಅಗ್ರಮುಖಗಳ ಸುತ್ತಳತೆಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿದೆ. ಎತ್ತರ 15 ಸೆ.ಮೀ ಇರುವ ಒಂದು ಪಾತ್ರೆಯಲ್ಲಿ 12 ಲೀಟರ್ ನೀರು ಹಿಡಿಯುವುದು. ಎತ್ತರ 20 ಸೆ.ಮೀ ಇರುವ ಇನ್ನೊಂದು ಪಾತ್ರೆಯಲ್ಲಿ 16 ಲೀಟರ್ ನೀರು ಹಿಡಿಯುವುದು. ಈ ಪಾತ್ರೆಗಳಲ್ಲಿ ಹಿಡಿಯುವ ನೀರೂ ಅವುಗಳ ಎತ್ತರಗಳೂ ಅನುಪಾತಿಕವಾಗಿದೆಯೇ? ಅನುಪಾತಿಕ ಸ್ಥಿರಾಂಕ ಎಷ್ಟು? ಪಾತ್ರೆಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದರ ಎತ್ತರವು 35 ಸೆ.ಮೀ ಆಗಿದೆ. ಪಾತ್ರೆಯಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು 2 ಲೀಟರ್ ನೀರು ಹಿಡಿಯಬಹುದು?

3. ಒಂದು ಚೌಕದ ಸುತ್ತಳತೆ P ಆದರೆ ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವೆಷ್ಟು? ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಸುತ್ತಳತೆಗೆ ಅನುಪಾತಿಕವಾಗಿದೆಯೇ? ಸುತ್ತಳತೆ ಮತ್ತು ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ನಡುವಿನ ಅನುಪಾತಿಕ ಸಂಬಂಧ ಯಾವುದು? ಅನುಪಾತಿಕ ಸ್ಥಿರಾಂಕ ಎಷ್ಟಾಗಿರುವುದು?

4. ನಿಶ್ಚಲ ಸ್ಥಿತಿಯಿಂದ ಚಲಿಸಲು ಪ್ರಾರಂಭಿಸಿದ ಒಂದು ವಸ್ತುವು ನಿಯಮಿತವಾಗಿ ವೇಗವನ್ನು ಹೆಚ್ಚಿಸುತ್ತಾ ಒಂದೇ ದಿಶೆಯಲ್ಲಿ ಸಂಚರಿಸುತ್ತದೆ. ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಸಮಯದಲ್ಲಿ ವಸ್ತುವು ಸಂಚರಿಸಿದ ದೂರ ಆ ಸಮಯದಲ್ಲಿ ವಸ್ತುವಿನ ವೇಗದ ವರ್ಗಕ್ಕೆ ಅನುಪಾತಿಕವಾಗಿದೆ. ವಸ್ತುವಿನ ವೇಗ 8 ಮೀಟರ್/ ಸೆಕೆಂಡ್ ಆಗುವಾಗ ಅದು ಸಂಚರಿಸಿದ ದೂರ 16 ಮೀಟರ್ ಆಗಿದೆ.

a) ಸಂಚರಿಸಿದ ದೂರ ಹಾಗೂ ವೇಗದ ವರ್ಗಗಳ ನಡುವಿನ ಅನುಪಾತಿಕ ಸಂಬಂಧದ ಅನುಪಾತಿಕ ಸ್ಥಿರಾಂಕ ಎಷ್ಟು?

b) ವಸ್ತುವು 25 ಲೀಟರ್ ದೂರವನ್ನು ಸಂಚರಿಸಿದಾಗ ಅದರ ವೇಗ ಎಷ್ಟಾಗಿರುವುದು?

5. ಶಾಲಾ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಒಂದು ದಿವಸದ ಮಧ್ಯಾಹ್ನದ ಊಟವನ್ನು ನೀಡಲು ಒಬ್ಬ ಹಿರಿಯ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು ಒಂದು ಮೊತ್ತವನ್ನು ಮುಖ್ಯೋಪಾಧ್ಯಾಯರಲ್ಲಿ ನೀಡಿದನು. ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರಿಗೆ 35 ರೂಪಾಯಿಯಂತೆ 180 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಈ ಮೊತ್ತದಿಂದ ಊಟವನ್ನು ನೀಡಬಹುದು.

a) ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರ ಊಟಕ್ಕೆ ತಗಲು ಖರ್ಚು ಮತ್ತು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಇವುಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವೇನು?

b) ಊಟದಲ್ಲಿ ಕೆಲವು ಪದಾರ್ಥಗಳನ್ನು ಕಡಿಮೆ ಮಾಡಿದರೆ ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗೂ 22.50 ರೂಪಾಯಿಯಂತೆ ಊಟವನ್ನು ನೀಡಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುವುದು. ಈ ದರದಂತೆ ಎಷ್ಟು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಊಟ ನೀಡಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುವುದು?

13 ಸ್ಟ್ಯಾಟಿಸ್ಟಿಕ್ಸ್

ಮುನ್ನುಡಿ

ಒಂದು ಗುಂಪು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲು ಗುಂಪಿನಿಂದ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದೇ ಸರಾಸರಿ ಆಗಿದೆ. ಮೌಲ್ಯಮಾಪನ ಮಾಡುವ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯೋ ಅವುಗಳ ಸಮೀಪದ ಬೆಲೆಗಳೋ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ಸರಾಸರಿಗೆ ಒಂದು ಕೇಂದ್ರ ಪ್ರವಣತೆ ಇದೆ ಎಂದು ಕಂಡು ಬರುವುದು. ಈ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಸರಾಸರಿಗಳನ್ನು ಕೇಂದ್ರ ಪ್ರವಣತೆ (Central Tendency) ಎಂದು ಕರೆಯುವರು. ಮಾಹಿತಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಹೆಚ್ಚಾದಂತೆ ಮಾಹಿತಿಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯ ಸ್ವಭಾವವನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಲು ಕೇವಲ ಕೆಲವೇ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ ಸಾಧ್ಯವಾಗುವುದು ಎಂಬುದನ್ನು ಇಲ್ಲಿ ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಲಾಗುವುದು.

ವಿಭಾಗ ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಆವೃತ್ತಿಯನ್ನು ಸೂಚಿಸುವ ಆವೃತ್ತಿ ವಿತರಣಾ ಪಟ್ಟಿಯಿಂದ ಹೇಗೆ ಮಧ್ಯಮಾನವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು ಎಂಬುದನ್ನು ಈ ಪಾಠಭಾಗದಲ್ಲಿ ತಿಳಿಸಲಾಗಿದೆ. ಈ ರೀತಿಯ ಪಟ್ಟಿಯಿಂದ ಮಾತ್ರ ಎಲ್ಲಾ ವಿವರಗಳೂ ಲಭಿಸುವುದಿಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ ಆವೃತ್ತಿ ವಿತರಣೆಯ ಕುರಿತಾದ ಕೆಲವು ವಿವರಗಳು ಅಗತ್ಯವಾಗಿರುವುದು.

ಯೂನಿಟ್ ಫ್ರೇಂ (ಸ್ಟ್ಯಾಟಿಸ್ಟಿಕ್ಸ್)

ಆಶಯಗಳು	ಕಲಿಕಾ ಭೋದನ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆ	ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನೆಗಳು
• ಎರಡು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಎಡೆಯಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೂ ಅವುಗಳ ಸರಾಸರಿಯು ಈ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಎಡೆಯಲ್ಲಾಗಿರುವುದು.	• ಸರಾಸರಿ ದಿನವೇತನ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಚಟುವಟಿಕೆ. • ಕಾರ್ಮಿಕರ ಸರಾಸರಿ ದಿನ ಗೂಲಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವರು. • ಪಟ್ಟಿಯಿಂದ ಅಳತೆಗಳ ಸರಾಸರಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವರು. • ವಿಭಾಗಗಳಿರುವ ಪಟ್ಟಿಗಳಿಂದ ಅಳತೆಗಳ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವರು. • ಮೊತ್ತವನ್ನು ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ ಸಿಗುವ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರುವ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಮಧ್ಯಮಾನ ಎಂದು ಕರೆಯುವರು. • ವಿವಿಧ ವಿಭಾಗ ಪಟ್ಟಿಗಳಿಂದ ಮಧ್ಯಮಾನವನ್ನು ಲೆಕ್ಕಹಾಕುವರು.	• ವಿಭಾಗಗಳಾಗಿ ವರ್ಗೀಕರಿಸಿದ ಪಟ್ಟಿಗಳಿಂದ ಮಧ್ಯಮಾನವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುವುದು.

ಆಶಯ ಬೆಳವಣಿಗೆ

ಸರಾಸರಿಯು ಒಂದು ಗುಂಪು ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧೀಕರಿಸುವ ಅಳತೆಯಾಗಿದೆ. ಲಭ್ಯವಿರುವ ಮಾಹಿತಿಗಳನ್ನು ವಿಶ್ಲೇಷಣೆಮಾಡಲು ಸರಾಸರಿ ಎಂಬ ಆಶಯವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಬಹುದು. ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಅಳತೆಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಅವುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದರೆ ಸಾಕು. ಹಲವು ಗುಂಪುಗಳನ್ನು ತುಲನೆ ಮಾಡಲು ಸರಾಸರಿ ಎಂಬ ಆಶಯವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಬಹುದು. ಅಳತೆಗಳ ಸರಾಸರಿ, ಅವುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ, ಮೊತ್ತ ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ ಎರಡು ತಿಳಿದಿರುವುದಾದರೆ ಮೂರನೆಯದ್ದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಸಾಧ್ಯವಿದೆ.

ಕೆಲವು ಅಳತೆಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯ ಗುಣಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸುವ ಕೆಲವು ಪ್ರತ್ಯೇಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕಾದ ಅವಶ್ಯಕತೆಯನ್ನು ಅವುಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲಿರುವ ವಿಧಾನವನ್ನು ಇಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಪಾದಿಸಲಾಗಿದೆ. ಇಂತಹಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಇಲ್ಲಿ ಮಧ್ಯಮಾನವನ್ನು ಮಾತ್ರ ಚರ್ಚಿಸಲಾಗಿದೆ. ಇತರ ಸರಾಸರಿಗಳಾದ ಮಧ್ಯಮ, ಮೋಡ್ ಎಂಬಿವುಗಳ ಕುರಿತು ಉನ್ನತ ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ ಕಲಿಯಬಹುದು.

ಕೇವಲ ಕೆಲವು ಅಳತೆಗಳ ಸರಾಸರಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದರಿಂದ ಆರಂಭಿಸಿ ಅಳತೆಗಳು ಆವರ್ತಿಸುವ ಗುಂಪಿನ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವರು. ಒಂದು ಗುಂಪನ್ನು ಪ್ರತ್ಯೇಕ ವಿಭಾಗವಾಗಿ ಪರಿಗಣಿಸಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ವಿಭಾಗದ ಮಧ್ಯಮಾನವನ್ನು ಅಂದಾಜಿಸಿ ಆ ವಿಭಾಗದಲ್ಲಿ ಬರುವ ಅಳತೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿ, ಅವುಗಳನ್ನು ಒಟ್ಟಿಗೆ ಸೇರಿಸಿ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದು ಒಟ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಭಾಗಿಸುವುದರ ಮೂಲಕ ಆ ಗುಂಪಿನ ಒಟ್ಟು ಸರಾಸರಿ ಅಥವಾ ಮಧ್ಯಮಾನವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ರೀತಿಗೆ ತಲುಪುವರು.

ವಿಭಾಗಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ಆವೃತ್ತಿಗಳನ್ನು ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತವಾಗಿ ಬರೆದಿರುವ ಒಂದು ಪಟ್ಟಿಯಿಂದ ಮಧ್ಯಮಾನವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು ಹೇಗೆ ಎಂಬ ಸಮಸ್ಯೆಗೆ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವಾಗ ಈ ಪಾಠವು ಕೊನೆಗೊಳ್ಳುವುದು.

ಸೂತ್ರವಾಕ್ಯಗಳು ಮತ್ತು ಕ್ರಿಯಾರೀತಿಗಳ ಜೊತೆಗೆ ಗಣಿತಪರವಾದ ಆಶಯಗಳಿಗೆ ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಪರಸ್ಪರ ಸಂಬಂಧಗಳಿಗೆ ಈ ಪಾಠಭಾಗದಲ್ಲಿ ಮಹತ್ವವನ್ನು ನೀಡಲಾಗಿದೆ.

ಪಾಠಭಾಗಗಳು

ಸರಾಸರಿ

ಒಂದು ಗುಂಪು ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧೀಕರಿಸುವ ಒಂದು ಅಳತೆ ಎಂಬ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಸರಾಸರಿಯ ಕುರಿತು 6 ನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಮಕ್ಕಳು ಕಲಿತಿರುವರು.

ಸರಾಸರಿಯ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವಿಕೆಯು ಅಗತ್ಯವಾಗಿರುವ ಕೆಲವು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳೊಂದಿಗೆ ತರಗತಿಯನ್ನು ಆರಂಭಿಸಬಹುದು. ಆವರ್ತಿಸಿ ಬರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಅದು ಆವರ್ತಿಸುವಷ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿದರೆ ಸಾಕು ಎಂಬುದು ಉದಾಹರಣೆಗಳಿಂದ ವ್ಯಕ್ತವಾದರೆ ಉತ್ತಮ. ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವಾಗ ಅಳತೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಒಂದು ಮಿತಿಯಲ್ಲಿದ್ದರೆ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಕ್ರಿಯೆಯು ಸುಲಭವಾಗಬಹುದು. ಆದರೆ ಅಳತೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಹೆಚ್ಚಾಗುವಾಗ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಅಳತೆಯು ಎಷ್ಟು ಬಾರಿ ಬರುವುದೆಂದು ಲೆಕ್ಕಹಾಕಿ (ಆವೃತ್ತಿ ಪಟ್ಟಿ ತಯಾರಿಸಿ) ಆವರ್ತಿಸಿ ಬರುವ ಸಂಕಲನವನ್ನು ಗುಣಾಕಾರವಾಗಿ ಬರೆದು ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದರೆ ಸಾಕು ಎಂದು ಮನದಟ್ಟಾಗಿಸಬೇಕು. ನಂತರ ದಿನಕೂಲಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ಅದರಂತಿರುವ ಇತರ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಈ ರೀತಿ ಪಟ್ಟಿಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸುವುದನ್ನು ವಿಶದೀಕರಿಸಬಹುದು.. ಎರಡು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಎಡೆಯಲ್ಲಿರುವ ಎಷ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೂ ಅವುಗಳ ಸರಾಸರಿಯ ಆ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಎಡೆಯಲ್ಲಿರುವುದು ಎಂಬುದು ಹೆಚ್ಚಿನ ಉದಾಹರಣೆಗಳ ಮೂಲಕ ಸ್ಪಷ್ಟ ಪಡಿಸಲ್ಪಡಬೇಕು. ನಂತರ ಪಾಠಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿರುವ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

- ಒಂದನೇ ಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲ ಆಟಗಾರರ ಭಾರವು 60 ಕಿ.ಲೋ ಗ್ರಾಮಿಗಿಂತ ಕಡಿಮೆಯಾಗಿದ್ದರೆ ಮಧ್ಯಮಾನವೂ 60 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆಯಾಗುವುದು. ಆದುದರಿಂದ ಭಾರವು 60 ಕಿ.ಗ್ರಾಂ. ಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚಾಗಿರುವ ಒಬ್ಬರಾದರೂ ಇರಬೇಕು. ಇದರಂತೆ ಎಲ್ಲರ ಭಾರವು 60 ಕಿ.ಗ್ರಾಂ ಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚಾಗಬಾರದು. ಹಾಗೆ ಸಂಭವಿಸಿದರೆ ಮಧ್ಯಮಾನವೂ 60 ಕಿ.ಗ್ರಾಂ ಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚಾಗುವುದು. ಎರಡನೇ ಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿ ಸರಾಸರಿ 60 ಆಗಿರುವ 6 ಸಂಖ್ಯೆಗಳು, ಎರಡು ಮೊತ್ತವನ್ನು $6 \times 60 = 360$ ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಬಹುದು. ಇನ್ನು ಮೊತ್ತವು 360 ಬರುವಂತೆ 60 ಕ್ಕಿಂತ ಸಣ್ಣ ಹಾಗೂ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬೇಕಾದ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ ಸಾಕಾದೀತಲ್ಲವೇ.

  i) 10, 20 , 30, 40, 100, 160

ಪಾಠಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ನೀಡಿರುವ ವಿಭಾಗಗಳು ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಆವೃತ್ತಿಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡ ಪಟ್ಟಿಯಿಂದ ಮಧ್ಯಮಾನವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಲೆಕ್ಕಗಳಿಗೆ ಚರ್ಚೆಗೆ ದಾಟುವ ಮೊದಲು ಇತರ ಕೆಲವು ಚಟುವಟಿಕೆಗಳನ್ನು ಮಾಡಬಹುದು.

ಕೆಳಗೆ ನೀಡಿರುವ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿರಿ.

ಒಂದು ಸಂಸ್ಥೆಯಲ್ಲಿ ನಾಲ್ಕು ವಿಭಾಗಗಳಿಗೆ ಸೇರಿದ ಉದ್ಯೋಗಿಗಳಿರುವರು. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ವಿಭಾಗದವರ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಅದರ ಸರಾಸರಿ ಆದಾಯವನ್ನು ನೀಡಲಾಗಿದೆ. ಎಲ್ಲಾ ಉದ್ಯೋಗಿಗಳನ್ನು ಒಟ್ಟಾಗಿ ಪರಿಗಣಿಸಿದರೆ ಅದರ ವರಮಾನದ ಮಧ್ಯಮಾನವೆಷ್ಟು?

ವಿಭಾಗ	ಉದ್ಯೋಗಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	ಸರಾಸರಿ ಆದಾಯ
I	18	5000
II	35	6500
III	12	7000
IV	10	8000

ಸರಾಸರಿ ಎಂಬುದು ಮೊತ್ತವನ್ನು ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಭಾಗಿಸುವಾಗ ಸಿಗುವ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರುವುದರಿಂದ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿದರೆ ಮೊತ್ತ ಸಿಗುವುದೆಂದು ತಿಳಿದಿರುವರು. ವಿಭಾಗ ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ವಿಭಾಗದ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಆ ವಿಭಾಗದ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ವಿಭಾಗದ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಗುಣಿಸಬೇಕು.

ವಿಭಾಗ	ಉದ್ಯೋಗಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	ಸರಾಸರಿ ಆದಾಯ	ಒಟ್ಟು ಆದಾಯ
I	18	5000	$5000 \times 18 = 90000$
II	35	6500	$6500 \times 35 = 227500$
III	12	7000	$7000 \times 12 = 84000$
IV	10	8000	$8000 \times 10 = 80000$
ಒಟ್ಟು	**75**		**4,81,500/-**

ಮಧ್ಯಮಾನ ಆದಾಯ $= \dfrac{481500}{75} = 6420$

ನಂತರ ಪಾಠಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿರುವ ಅಥವಾ ಸಮಾನವಾದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳ ಮೂಲಕ ವಿಭಾಗ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಮಧ್ಯಮಾನವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ರೀತಿಯ ಪರಿಚಯಿಸಲ್ಪಡಬೇಕು. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ವಿಭಾಗದ ಅತ್ಯಂತ ಸಣ್ಣ ಅಳತೆ ಮತ್ತು ಅತಿ ದೊಡ್ಡ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಮಾತ್ರ ಕೊಟ್ಟಿದ್ದರೆ ಅದರ ಮಧ್ಯಮಾನವೂ ತಿಳಿದಿದ್ದರೆ ಮಾತ್ರ ಆ ವಿಭಾಗದ ಒಟ್ಟು ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಸಾಧ್ಯ. ಇದಕ್ಕಾಗಿ ಮಧ್ಯಮಾನವು ಯಾವಾಗಲೂ ಅತ್ಯಂತ ಸಣ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಅತಿ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಎಡೆಯಲ್ಲಾಗಿರುವುದೆಂದೂ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವಿತರಣೆಯು ಸವಿಶೇಷ ರೀತಿಯಲ್ಲಾಗಿರುವಾಗ ಇವುಗಳ ಮಧ್ಯಮಾನವು ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯೇ ಆಗಿರುವುದೆಂದೂ ಮಕ್ಕಳು ತಿಳಿಯಬೇಕಾಗಿದೆ. ವಿಭಾಗಗಳ ಮಧ್ಯಮಾನ (ಸರಾಸರಿ) ಅವುಗಳ ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನೇ ತೆಗೆಯುವುದರ ಔಚಿತ್ಯವನ್ನು ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಅರ್ಥವಾಗುವ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಚರ್ಚಿಸಬೇಕು.

ಮಧ್ಯಮಾನ ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಮಾಹಿತಿಗಳ ಕುರಿತಾಗಿ ಸರಿಯಾದ ತಿಳುವಳಿಕೆ ಗಳಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾದ ಸನ್ನಿವೇಶಗಳಿವೆ. ಈ ರೀತಿಯ ಚಿಂತನೆಗಳು ಮಧ್ಯಮ, ಮೋಡ್ ಎಂಬೀ ಅಳತೆಗಳ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವಿಕೆಗೆ ದಾರಿ ಮಾಡಿಕೊಟ್ಟಿವೆ. ಇವುಗಳ ಕುರಿತು ಉನ್ನತ ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಪಾದಿಸಲಾಗುತ್ತದೆಯಾದರೂ ಕೆಲವು ಸೂಚನೆಗಳನ್ನು ನೀಡಿದರೆ ಸೂಕ್ತವೆನಿಸುವುದು. ನಂತರ ಪಾಠಪುಸ್ತಕದ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳನ್ನು ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ನೀಡಬಹುದು. ಒಂದನೇ ಪ್ರಶ್ನೆಯು 20 ಮಧ್ಯಮಾನವಾಗಿರುವ 10 ಮತ್ತು 30 ರ ಎಡೆಯಲ್ಲಿರುವ ಎರಡೂ ಬದಿಗಳಲ್ಲಿ ಸಮಾನವಾಗಿ ವಿತರಣೆಯಾಗುವಂತೆ 3 ರಂತೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ ಸಾಕು.
15, 17, 19, 21, 23, 25;

17.5, 18.5, 19.5, 29.5, 21.5, 22.5.

(ಸಮಾನಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿ ಎಂಬ ಆಶಯವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿದರೆ ಸುಲಭವಾಗುವುದು. ಇದೇ ರೀತಿ ಉಳಿದವುಗಳಿಗೂ ಉತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಬಹುದು)
ಪುಟ ಸಂಖ್ಯೆ 214 ರ 4 ನೇ ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ ಮೊದಲು ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಕೆಲವು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಕೊಡುವುದು ಉತ್ತಮ.

- ಒಂದು ಸಂಸ್ಥೆಯ 10 ಮಂದಿ ನೌಕರರ ದಿನಗೂಲಿಯನ್ನು ಕೆಳಗೆ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ.

  400, 350, 450, 500, 400

  500, 350, 500, 350, 450

  11 ನೇ ಒಬ್ಬ ವ್ಯಕ್ತಿಯೂ ಬಂದು ಸೇರಿದರೆ ಮಧ್ಯಮಾನ 450 ರೂಪಾಯಿ ಆಗುವುದಾದರೆ ಕೊನೆಗೆ ಬಂದು ಸೇರುವ ವ್ಯಕ್ತಿಯ ದಿನಗೂಲಿ ಎಷ್ಟಾಗಿರುವುದು??

  10 ಮಂದಿಯ ಒಟ್ಟು ವೇತನ = 4250

  11 ಮಂದಿಯ ಒಟ್ಟು ವೇತನ = $450 \times 11 = 4950$

  11-ನೇ ವ್ಯಕ್ತಿಯ ವೇತನ = $4950 - 4250 = 700$ ರೂಪಾಯಿ.

- ಒಬ್ಬ ಕೃಷಿಕನಿಗೆ ಒಂದು ತಿಂಗಳು ಲಭಿಸಿದ ರಬ್ಬರ್ ಶೀಟಿನ ಮಾಹಿತಿಗಳು ಕೆಳಗೆ ನೀಡಿದ ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿವೆ.

ರಬ್ಬರ್ (ಕಿ.ಗ್ರಾಂ)	ದಿನಗಳು
7	3
8	4
9	5
10	6
11	…
12	4
13	3

ಈ ತಿಂಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ದಿವಸ ಸರಾಸರಿ 10 ಕಿಲೋಗ್ರಾಂ ರಬ್ಬರ್ ಸಿಕ್ಕಿರುವುದಾದರೆ 11 ಕಿಲೋಗ್ರಾಂ ಶೀಟಿನಂತೆ ಎಷ್ಟು ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ದೊರಕಿರಬಹುದು? x ದಿನಗಳಲ್ಲಿ 11 ಕಿ.ಗ್ರಾಂ ನಂತೆ ರಬ್ಬರ್ ಶೀಟ್ ದೊರಕಿದೆ ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ ಪಟ್ಟಿಯು ಹೀಗಾಗಬಹುದು.

ರಬ್ಬರ್ (ಕಿ.ಗ್ರಾಂ)	ದಿನಗಳು	ಒಟ್ಟು (ಕಿ.ಗ್ರಾಂ)
7	3	21
8	4	32
9	5	45
10	6	60
11	x	$11x$
12	4	48
13	3	39
ಒಟ್ಟು	**$25 + x$**	**$245 + 11x$**

ಸರಾಸರಿ = 10 ಕಿಲೋಗ್ರಾಂ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ

$$\frac{245+11x}{25+x} = 10$$

$$25 \times 10 + 10x = 245 + 11x$$

$$250 - 245 = 11x - 10x$$

$\therefore x = 5$ ಎಂದು ಸಿಗುವುದು.

10 ಕಿಲೋಗ್ರಾಂ ಶೀಟಿನಂತೆ 5 ದಿವಸಗಳಲ್ಲಿ ಸಿಕ್ಕಿದೆ.

ಇನ್ನು ಪಾಠಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿರುವ ನಾಲ್ಕನೇ ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ ಉತ್ತರ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಬಹುದು. 25 ಮತ್ತು 27 ರ ಎಡೆಯ ಭಾರವಿರುವ ಮಕ್ಕಳ ಸಂಖ್ಯೆ x ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ,

ಮಧ್ಯಮಾನ ಭಾರ = 26 ಕಿಲೋಗ್ರಾಂ

$$\therefore 26 = \frac{560+24x}{21+x} = 26$$ ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದು.

$$546+26x = 560+24x$$

$$26x-24x = 560-546$$

$$2x = 14$$

$x = 7$ ಎಂದು ಸಿಗುವುದು.

ಹೆಚ್ಚಿನ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳು

1) 10 ಮತ್ತು 30 ರ ಎಡೆಯಲ್ಲಿ 20 ಮಧ್ಯಮವಾಗಿ ಬರುವ 10 ವ್ಯತ್ಯಸ್ತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

2) i) 1 ರಿಂದ 100 ರ ವರೆಗಿನ ಎಣಿಕಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮಧ್ಯಮಾನವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ii) 1 ರಿಂದ 100 ರ ವರೆಗಿನ ಸಮಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮಧ್ಯಮಾನವು ಯಾವುದಾಗಿರಬಹುದು? ವಿಷಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮಧ್ಯಮಾನ?

iii) ಮೊದಲ ನೂರು ಸಮಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮಧ್ಯಮಾನ ಮತ್ತು ವಿಷಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮಧ್ಯಮಾನಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸ ಎಷ್ಟಾಗಿರಬಹುದು? ಇನ್ನೂರು ಆದರೆ? ಏನಾದರೂ ವಿಶೇಷತೆ ದೊರಕುವುದೇ? ಬೀಜಗಣಿತದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಇದನ್ನು ಸಮರ್ಥಿಸಿರಿ.